El siglo que está terminando **Inconsistencias ¿por qué no?** *Un estudio filosófico sobre la lógica paraconsistente* ha modificado substancialmente tanto nuestra forma de vivir, como nuestra perspectiva frente al mundo. Es común destacar las transformaciones que afectan directamente la vida cotidiana, olvidándose de otras menos ostensibles pero que han

Andrés Bobenrieth M.

ido abriendo nuevas perspectivas frente al mundo, y que a la larga pueden llegar a tener implicaciones más profundas. Este trabajo quiere ocuparse de un cambio que se ha ido configurando paulatinamente en este siglo y que afecta profundamente el modo como estructuramos nuestras concepciones sobre la realidad. Este cambio se hizo posible al cuestionar una obviedad, planteando no un

Premios Nacionales Colcultura

PREMIOS NACIONALES DE CULTURA 1995

Literatura

(Cuento)

Cinema Árbol y otros cuentos
Efraim Medina Reyes

(Dramaturgia)

Mujeres bajo sospecha
Álvaro Campos Hernández

(Ensayo)

Mapas y pliegues
Carlos Rincón

(Novela)

El camino del caimán
Javier Echeverri Restrepo

(Poesía)

La casa de memoria
Jotamario Arbeláez

Lingüística

Análisis de las clases nominales y sistemas de concordancia en la lengua sáliba
Hortensia Estrada Ramírez

Cine

La deuda o la insólita muerte y no menos asombrosa resurrección y segunda muerte de Alí Ibrahim María de los Altos Pozos y Resuello llamado «El Turco».

Manuel José Álvarez
(Director)
Nicolás Buenaventura
(Guionista)
Guillermo Restrepo (Productor)

Diseño gráfico

Símbolo del Teatro El Parque
María G. Baptiste

PREMIOS NACIONALES DE CULTURA

1995

INCONSISTENCIAS ¿POR QUÉ NO?

¶ *Un estudio filosófico sobre la lógica paraconsistente*

¶ *Andrés Bobenrieth Miserda*

Cubierta: Ana Virginia Isaza C.

Primera edición: septiembre de 1996

© Andrés Bobenrieth Miserda
© Colcultura, 1996

ISBN: 958-612-257-3

Armada electrónica: Juan Carlos Rodríguez R.

Edición, impresión y encuadernación:
Tercer Mundo Editores

Impreso y hecho en Colombia
Printed and made in Colombia

El premio es para mi familia
y el libro para mis amigos.

ÍNDICE

PRÓLOGO xvii

AGRADECIMIENTOS xxi

INTRODUCCIÓN xxv

ACLARACIONES PREVIAS xxxiii

Capítulo I
LAS PARADOJAS Y LA PRIMERA POSTURA NO CLÁSICA: EL JOVEN ŁUKASIEWICZ 1

1. LAS PARADOJAS LÓGICAS DEL CAMBIO DE SIGLO 1

2. EL PRIMER CUESTIONAMIENTO DEL PRINCIPIO DE (NO) CONTRADICCIÓN: EL JOVEN ŁUKASIEWICZ 12

2.1. La lógica simbólica y el estudio del principio de (no) contradicción en Aristóteles 12

2.2. Conclusiones de Łukasiewicz 17

2.3. Críticas al artículo de Łukasiewicz 23

2.4. La brecha abierta por Łukasiewicz 24

Capítulo II
LA LÓGICA IMAGINARIA DE VASILIEV 27

1. TRIÁNGULO DE OPOSICIONES 27

2. LÓGICA NO ARISTOTÉLICA 32

3. METALÓGICA 40

Capítulo III
PRIMERAS LÓGICAS POLIVALENTES 45

1. SISTEMA TRIVALENTE DE ŁUKASIEWICZ 45

2. SISTEMAS INFINITO-VALENTES DE POST Y ŁUKASIEWICZ 49

3. RELACIÓN DE VASILIEV CON LA LÓGICA POLIVALENTE 51

Capítulo IV
REAPARICIÓN DEL PRINCIPIO DEL PSEUDO-ESCOTO EN EL SIGLO VEINTE 55

1. DEDUCCIÓN DEL «*EX FALSO SEQUITUR QUODLIBET*» EN EL SISTEMA DE RUSSELL Y WHITEHEAD 55

2. DEMOSTRACIÓN DE POST DE LA CONSISTENCIA DEL CÁLCULO PROPOSICIONAL 57

3. HILBERT Y LA NECESIDAD DE LA NO CONTRADICCIÓN 60

4. RASGOS COMUNES EN LAS DEMOSTRACIONES DE POST Y HILBERT 65

5. EL ARGUMENTO DE LA TRIVIALIZACIÓN 66

6. PRESENTACIÓN DEL ARGUMENTO DE LA TRIVIALIZACIÓN 67

7. EL PRINCIPIO DEL PSEUDO-ESCOTO COMO POSTULADO PRINCIPAL EN EL SISTEMA DE ŁUKASIEWICZ 71

8. EL TEOREMA DE GÖDEL 80

Capítulo V
PRUEBA GENERAL DE LA INADMISIBILIDAD DE CONTRADICCIONES: LEWIS Y EL TEXTO ORIGINAL DEL PSEUDO-ESCOTO 85

1. LEWIS Y LAS PARADOJAS DE LA IMPLICACIÓN 85
1.1. La implicación estricta 85
1.2. La demostración de Lewis 89
1.3. Sentido general de esta demostración 91

2. EL PSEUDO-ESCOTO Y SUS CRITERIOS SOBRE LAS INFERENCIAS VÁLIDAS 95
2.1. Aclaración sobre el origen histórico del «Principio del Pseudo-Escoto» 95
2.2. El texto del Pseudo-Escoto 97
2.3. Comparación entre la inferencia a partir de una falsedad y a partir de una contradicción 101
2.4. Otras precisiones histórico-terminológicas 104

Capítulo VI
CONTROVERSIA ENTRE POPPER Y JEFFREYS 107

1. DUDAS DE JEFFREYS SOBRE SI UNA CONTRADICCIÓN IMPLICA CUALQUIER OTRA PROPOSICIÓN 107

2. ARGUMENTO DE POPPER, A PARTIR DE LA TRIVIALIZACIÓN, EN CONTRA DE LA «LÓGICA DIALÉCTICA» 109

3. RESPUESTA DE JEFFREYS, AMPARADA EN OTRA INTERPRETACIÓN DEL SILOGISMO DISYUNTIVO 114

4. RÉPLICA DE POPPER: POSTULACIÓN DE SISTEMAS MÁS DÉBILES 116

5. REITERACIONES DE POPPER 120

Capítulo VII
LA LÓGICA INTUICIONISTA Y LOS SISTEMAS MINIMALES 129

1. IDEAS GENERALES DE BROUWER 129

2. LA PRIMERA FORMALIZACIÓN: KOLMOGOROV 132

3. LA LÓGICA INTUICIONISTA DE HEYTING 135

4. LÓGICA POSITIVA DE HILBERT Y BERNAYS 136

5. CÁLCULO MINIMAL DE JOHANSSON 141

6. IMPLICACIONES PARA EL PROBLEMA DE LA TRIVIALIZACIÓN 147

Capítulo VIII
LA LÓGICA DISCURSIVA DE JAŚKOWSKI 149

1. LA LÓGICA EN POLONIA EN LA PRIMERA MITAD DEL SIGLO 149

2. "CÁLCULO PROPOSICIONAL PARA SISTEMAS DEDUCTIVOS CONTRADICTORIOS" 151

3. APLICACIÓN A LAS PARADOJAS 166

4. OBSERVACIONES FINALES Y COMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA DISCURSIVO 167

Capítulo LX
LOS PRIMEROS TRABAJOS DE DA COSTA 171

1. PRIMERAS PUBLICACIONES 171

2. «SISTEMAS FORMALES INCONSISTENTES» 186

2.1. Sistemas de cálculo proposicional 188

2.1.1. Cálculo proposicional C_1 188

2.1.2. Jerarquía de cálculos proposicionales C_n 193

2.2. Sistemas de cálculos de predicados 197

2.3. Aplicación a la teoría de conjuntos 198

2.4. Conclusiones 201

Capítulo X
CONSOLIDACIÓN DE LOS SISTEMAS LÓGICOS DE DA COSTA CON LA PARTICIPACIÓN DE ARRUDA Y LA PROPUESTA DE ASENJO 205

1. PROFUNDIZACIÓN Y PROPAGACIÓN DE LA PROPUESTA ORIGINARIA: DA COSTA Y ARRUDA 205
1.1. Publicaciones en Brasil 205
1.2. Primeras publicaciones en el extranjero 209
2. CÁLCULO DE ANTINOMIAS DE ASENJO 216

Capítulo XI
SISTEMAS LÓGICOS PARACONSISTENTES 223

1. REFERENCIA A OTROS TEXTOS EN LOS QUE SE PUEDE SEGUIR LA HISTORIA RECIENTE 223
2. LÓGICA PARACONSISTENTE: TENDENCIAS Y DESARROLLOS 227
2.1. Simposios latinoamericanos de lógica y el término «paraconsistencia» 227
2.2. Otros sistemas paraconsistentes 232
2.2.1. Primeros sistemas de otros autores 232
2.2.2. Conexiones con lógicos australianos y la lógica relevante 234
2.2.3. Otros sistemas de da Costa y Arruda para formalizar teorías de conjuntos 236
2.2.4. Sistemas no adjuntivos 244
2.2.4.1. Sistemas discursivos 244
2.2.4.2. Mundos posibles no estándar de Rescher 245
2.3. Desarrollo semántico de la lógica paraconsistente 250
2.3.1. Semánticas polivalentes 250
2.3.2. Semántica de las valuaciones 251
2.3.3. Método de las «tablas» y semántica de la verdad por «default» 255
2.3.4. Otros resultados en semántica 256

2.4. Sistemas paraconsistentes con motivaciones particulares 259
2.4.1. Sistemas paraconsistentes y paracompletos 259
2.4.2. Sistema de «lógica dialéctica» 266
2.4.2.1. Sistemas de Routley y Meyer 269
2.4.2.2. Sistemas de da Costa y Wolf 273
2.4.3. Lógica transitiva 281

3. APLICACIONES DE LA LÓGICA PARACONSISTENTE 286

Capítulo XII
PROBLEMAS FILOSÓFICOS RELACIONADOS CON LA LÓGICA PARACONSISTENTE 301

1. DELIMITACIÓN DE LOS ASPECTOS QUE VAN A TRATARSE 301

2. IMPACTO FILOSÓFICO Y JUSTIFICACIÓN DE LA LÓGICA PARACONSISTENTE, SEGÚN DA COSTA Y OTROS AUTORES. 309
2.1. El argumento de Quine sobre el cambio de tema 309
2.2. Precisión sobre las «implicaciones filosóficas» 314
2.3. «Razones» para justificar la paraconsistencia 317

3. SISTEMAS DEDUCTIVOS, CONTRADICCIÓN Y TRIVIALIZACIÓN 318

4. LA NEGACIÓN Y EL REFERENTE DE LAS CONTRADICCIONES 332

5. FORMALIZACIÓN DE LA DIALÉCTICA 351

6. UNA APROXIMACIÓN RACIONAL A LAS INCONSISTENCIAS 365
6.1. La crítica por irracionalidad, de Bunge 366
6.2. Los «principios pragmáticos de la razón», de da Costa 370
6.3. La «razón» después de la lógica paraconsistente, según Miró Quesada 374

6.4. La consistencia como requisito racional contextualizable, según Rescher 378
6.5. ¿Una racionalidad paraconsistente? 386

CONSIDERACIONES FINALES 399

ANEXOS 421

Anexo A
CLASIFICACIÓN DE LAS DIVERSAS LÓGICAS 423
1. CRITERIOS HISTÓRICOS GENERALES 423
2. CLASIFICACIÓN HISTÓRICO-TEMÁTICA 424
3. CRITERIOS GENERALES DE LO «ALTERNATIVO» EN LÓGICA 427
4. CLASIFICACIÓN SEMÁNTICA 428
5. CLASIFICACIÓN SINTÁCTICA-ESCALONADA 429
6. CLASIFICACIÓN SEGÚN EL ALCANCE, FUNDAMENTO Y CAMPO DE APLICACIÓN 431
7. CRITERIOS PARA DELIMITAR EL ÁMBITO DE LA LÓGICA 432
8. REACCIONES AL APREMIO DE CAMBIAR EL FORMALISMO ESTÁNDAR 434
9. CLASIFICACIÓN SEGÚN EL TIPO DE «HETERODOXIA» 435
10. COHERENCIA VS. CONSISTENCIA 438

Anexo B
POSTULADOS DE DISTINTOS SISTEMAS DE CÁLCULO PROPOSICIONAL 441
LÓGICA CLÁSICA 442
LÓGICA INTUICIONISTA 443

LÓGICA MINIMAL INTUICIONISTA 444

SISTEMA LÓGICO PARACONSISTENTE C_1 445

SISTEMA DE LÓGICA DE LA VAGUEDAD V_0 446

SISTEMA DE LÓGICA DE LA VAGUEDAD V_1 447

SISTEMA DE LÓGICA DE LA VAGUEDAD V_2 448

JERARQUÍA DE SISTEMAS LÓGICOS PARACONSISTENTES $C_{n,\ 1<n<\omega}$ 449

SISTEMA LÓGICO PARACONSISTENTE C_ω 450

SISTEMA DE LÓGICA DIALÉCTICA **DL** 451

SISTEMA LÓGICO PARACONSISTENTE MAXIMAL **F** (P^1) 452

SISTEMA LÓGICO PARACONSISTENTE Y PARACOMPLETO π 453

Anexo C
CUADRO COMPARATIVO POR TEOREMAS DE DISTINTOS SISTEMAS DE CÁLCULO PROPOSICIONAL 455

Anexo D
ESQUEMA SINTÁCTICO DE DIVERSOS SISTEMAS AXIOMÁTICOS 461

Anexo E
ENTREVISTA CON EL PROFESOR NEWTON C. A. DA COSTA 467

Anexo F
AUTORES RELACIONADOS CON LA LÓGICA PARACONSISTENTE 483

BIBLIOGRAFÍA 491

1. ESCRITOS COMPLETOS DE AYDA IGNEZ ARRUDA 492

2. ESCRITOS COMPLETOS DE AYDA I. ARRUDA EN COLABORACIÓN 495

3. ESCRITOS DE NEWTON C.A. DA COSTA 497

4. ESCRITOS DE NEWTON C.A. DA COSTA EN COLABORACIÓN 506

5. PUBLICACIONES COLECTIVAS QUE CONTIENEN TEXTOS DE LÓGICA PARACONSISTENTE 519

6. TEXTOS DE Y SOBRE LÓGICA PARACONSISTENTE DE OTROS AUTORES 520

7. TRABAJOS DE TESIS SOBRE LÓGICA PARACONSISTENTE 534

8. TEXTOS SOBRE CONTRADICCIÓN Y LÓGICA 536

9. BIBLIOGRAFÍA GENERAL 540

ÍNDICE DE TEMAS 551

ÍNDICE DE AUTORES 561

PRÓLOGO

La lógica paraconsistente surgió alrededor de los años cincuenta, con los trabajos de S. Jaśkowski, en Polonia, y los míos, en Brasil. Estudiaba yo entonces matemáticas en la Universidad Federal del Paraná, en la ciudad de Curitiba. De ahí en adelante, la lógica paraconsistente ha evolucionado mucho y durante todos estos años siempre me he esforzado por contribuir a su progreso; por eso la publicación de este libro tiene para mí una significación muy especial.

En general, se puede decir que la lógica paraconsistente tuvo diversos precursores, entre los cuales se destacan el célebre lógico polaco J. Łukasiewicz y al menos conocido lógico ruso A. N. Vasiliev, los cuales, en 1910, y de modo independiente, abordaron temas que hoy se incluyen en el campo de esta lógica. Pero sólo más tarde, con los trabajos de Jaśkowski y luego con los míos, también de forma independiente, se fue articulando una opción que hasta entonces parecía imposible: construir sistemas lógicos que permitieran manejar inconsistencias sin que por ello se destruyera toda la estructura deductiva. Se abrió así una aventura intelectual en la cual han participado muchos investigadores de diversas partes del mundo.

Actualmente, la lógica paraconsistente tiene un número de referencia (03B53) que la califica como una de las disciplinas matemáticas del presente, según el *Mathematics Subject Classification*, que es compilado por las editoriales que publican: *Mathematical Reviews* y *Zentralblatt für Mathematik*. Así mismo, el conocido lógico y filósofo G. H. von Wright, que ha contribuido para su progreso, considera que la lógica paraconsistente es una

de las mayores realizaciones en el ámbito de la lógica en la segunda mitad de este siglo.

Varias son las motivaciones y aplicaciones de esta alternativa lógica: (1) Filosóficas: entre otras, el tratamiento de teorías supuestamente inconsistentes, tales como ciertas formas de la dialéctica y la teoría de los objetos de Meinong; la lógica subyacente, en esos casos, no podría ser la clásica, pues la presencia de contradicciones las haría triviales, es decir todo sería demostrable. (2) Matemáticas: por ejemplo, la formulación de teorías paraconsistentes de conjuntos en las cuales el esquema de separación (o de comprensión) se encuentra sometido a restricciones más blandas que en las versiones tradicionales (como las de Zermelo-Fraenkel, de von Neumann-Bernays-Gödel, de Kelly-Morse y de Quine); en tales teorías paraconsistentes, el conjunto de Russell, compuesto por todos los conjuntos que no pertenecen a sí mismos, existe, y si bien provoca el surgimiento de contradicciones, no conduce a la trivialización. (3) Lógicas: un mejor entendimiento de los principios de la lógica estándar, de la misma forma en que las geometrías no euclidianas contribuyen a esclarecer los propios fundamentos de la geometría euclidiana; así, se percibe más claramente el sentido y las limitaciones de los principios de contradicción, de identidad y del tercero excluido. (4) Científicas: aplicaciones a la física, especialmente en mecánica cuántica y en la unificación formal de teorías. (5) Tecnológicas: aplicaciones en Inteligencia Artificial (manipulación de datos contradictorios) y en informática en general.

Estas y otras razones llevan a ver la gran importancia que tiene la lógica paraconsistente, así como la necesidad de que sea más divulgada en las regiones de lengua española.

El presente libro de Andrés Bobenrieth satisface, en mi opinión, todas las condiciones para llenar ese espacio. Se trata de una obra que presenta los aspectos históricos, teóricos y filosóficos de la lógica paraconsistente, a nivel básicamente proposicional, muchas veces de modo original y crítico. A partir de esto,

hace un análisis profundo de ciertos problemas filosóficos que se ven directamente afectados por el desarrollo de la lógica paraconsistente: los efectos de las contradicciones en los sistemas deductivos, el estatuto de las contradicciones, la formalización de la dialéctica y la posibilidad de establecer una aproximación racional a las inconsistencias.

Esta obra surgió como una tesis de Magíster en Filosofía que presentaba en el Departamento de Filosofía de la Universidad Nacional de Colombia, bajo la excelente orientación del Prof. Carlos Eduardo Vasco, trabajo que ameritó la mención «laureada», máxima distinción que concede ese centro de estudios para una tesis.

El autor adelantó una larga y pormenorizada investigación, y ha escrito un excelente libro que puede ser leído con provecho por filósofos, científicos y, en general, por todas las personas interesadas seriamente en el tema.

Por todo esto, tengo la certeza de que el presente libro se constituirá en un hito en la historia de la lógica paraconsistente.

Newton C. A. da Costa
São Paulo, 29 de agosto de 1995

AGRADECIMIENTOS

Al ver este libro hecho realidad, veo también a muchas personas que hicieron que esto fuera posible. Quisiera ahora expresarles mi gratitud a quienes fueron especialmente determinantes, de manera tal que sean sus nombres los que precedan este trabajo, siguiendo cierto «orden de aparición»:

En primer lugar, al profesor Guillermo Páramo, por haber sido quien me introdujo en la lógica paraconsistente.

A la profesora Itala D'Ottaviano, que me recibió en Campinas cuando fui por primera vez a ver cuál era la «realidad física» de la lógica paraconsistente. Ella puso a mi disposición todos los medios necesarios para iniciar esta investigación.

Al profesor Newton da Costa, para quien mi agradecimiento no tiene límites, pues, desde que nos conocimos en São Paulo, no ha hecho otra cosa que ayudarme y apoyarme en todo lo posible. Un lustro ha pasado desde entonces, y he podido conocer no sólo al autor de infinidad de artículos a nivel internacional, sino sobre todo al maestro que me ha enseñado mucho más que lógica. Su actitud me ha mostrado cómo sí puede tener sentido el trabajo teórico en América Latina. Ojalá pueda considerárseme su discípulo.

Al profesor Lorenzo Peña, porque bastó que yo le escribiera una carta para que él me hiciera llegar todas sus publicaciones y se pusiera a mi disposición para ayudarme en lo que yo a bien tuviera.

A Walter Carnielli, por haberse interesado en mi trabajo y por haber dado espacio a que yo confrontara mis ideas con quien, como él, lleva mucho tiempo trabajando en este campo.

A Jean-Yves Béziau y Otávio Bueno, que han sido fieles corresponsales electrónicos, y que me han ayudado para que este texto resulte lo más actualizado posible.

A Clara Helena Sánchez, Jairo Iván Peña y Gonzalo Serrano, por haber logrado, entre otras cosas, que Newton da Costa y Walter Carnielli vinieran a Bogotá en 1994.

Al profesor Bernardo Correa, que nunca ha dejado de sorprenderme por la excelente disposición que ha tenido hacia mi trabajo y hacia mí. Nunca fui su alumno, pero me ha enseñado algo que espero que no se me olvide jamas: que en filosofía también es posible tender puentes hacia los demás.

Al profesor Fernando Zalamea, por haber leído con máximo rigor este trabajo y haberle aportado muchos comentarios que me han sido muy útiles para mejorar la versión definitiva.

Al profesor Carlos Verdugo, que se ofreció a ayudarme a corregir las pruebas finales, lo que dio lugar a que me sugiriera precisiones importantes.

Al profesor Carlos Eduardo Vasco, a quien he dejado de último entre las personas del ámbito académico, por ser la más determinante para este trabajo. Desde el principio me sorprendió al aceptar dirigir esta investigación sin conocerme; luego me asombró su capacidad para resolver todas mis dudas sobre lógica. Mi agradecimiento llega al extremo al ver la dedicación con la que leyó y corrigió el texto. Lo que este libro tiene de riguroso, sin duda, se lo debe a él.

Por fuera del ámbito académico tengo que agradecerle a mis amigos Roberto, Ñoño y Manuel, por haberse dado a la nada fácil labor de intentar que este texto fuera menos «ladrilludo»; también a Roberto Palacio (Pombo), que igualmente se había ofrecido para esta tarea, pero a quien el infortunio no se lo permitió. Y, en general, a todos mis amigos y amigas debo agradecerles el haberme escuchado el mismo cuento por tanto tiempo.

A Armida, que, gracias a su dedicación, hizo posible que este montón de papeles encontraran su afortunado rumbo. A Roberto por dedicársela a ella, y a Alejandra por dedicársela a ambos.

Y de nuevo a Juan Carlos Rodríguez —para que no pase de incógnito—, pues lo que de buen estilo hay en estas páginas está signado por él. La ventana al parque ha sido el mejor espacio para largos días de trabajo a cuatro manos y de risas.

Dado que no faltará quien diga que "le estoy agradeciendo hasta al gato", voy a hacerlo explícitamente: gracias Hegelín por haberme acompañado todas estas largas noches de trabajo; como siempre, todo lo bueno algún día tiene que acabar y ese día llegó para nosotros.

A través de esta páginas veo a quien, mientras yo trabajaba en ellas, quiso abrirme su vida; a ella las palabras no la alcanzan.

Finalmente, tengo que agradecerle con todo mi corazón a la Fundación Bobenrieth-Miserda, pues sin su apoyo en todo sentido este proyecto habría sido completamente imposible. Quiero que con esto quede «constancia histórica» de su existencia. A su directiva: el Papá y la Mamá, a los otros miembros: Katty, Roberto, Jano, y muy especialmente a la Krasna, cuyo nombre no podía estar ausente, y la Vanessa como aspirante. Sea ésta mi contribución a la causa.

INTRODUCCIÓN

El siglo que está terminando ha modificado substancialmente tanto nuestra forma de vivir, como nuestra perspectiva frente al mundo. Es común destacar las transformaciones que afectan directamente la vida cotidiana, olvidándose de otras menos ostensibles pero que han ido abriendo nuevas perspectivas frente al mundo, y que, a la larga, pueden llegar a tener implicaciones más profundas.

Este trabajo quiere ocuparse de un cambio que se ha ido configurando paulatinamente en este siglo y que afecta profundamente el modo como estructuramos nuestras concepciones sobre la realidad. Este cambio se hizo posible al cuestionar una obviedad, planteando no un nuevo cuestionamiento, sino retomando uno antiguo, pero ahora desde una nueva perspectiva.

En efecto, desde los orígenes de la cultura occidental, se ha asumido mayoritariamente que evitar las contradicciones es quizás el más importante de los requisitos de todo desarrollo racional; cualquier contradicción parecía carcomer las bases de toda estructura deductiva, haciéndose necesario evitarla al costo que fuera. No obstante, desde los orígenes mismos de esta tradición, diversos pensadores se han opuesto a ella con planteamientos que van desde afirmar que este requisito no puede ser tan absoluto como se propone, hasta plantear que es del todo erróneo.

Esto ha dado lugar a un enfrentamiento que, hasta el siglo pasado, se planteaba en términos que existe la tendencia a calificar de «especulativos». En este siglo, sin embargo, esta problemática ganó una dimensión adicional, pues pasó a ser tratada ade-

más por una disciplina que había nacido buscando ser tan «rigurosa» como las matemáticas: la lógica simbólica.

El paso se dio cuando se descubrieron varias paradojas en el interior de ciertas teorías matemáticas y de estructuras conceptuales que buscaban fundamentar esta ciencia. Lo más impactante fue que estas paradojas no se originaron a partir de «errores» particulares, sino que estaban enraizadas en los fundamentos mismos de las investigaciones lógico-matemáticas contemporáneas.

Este estudio parte de ahí: del momento en que empezó a pasar el estupor causado por las paradojas; pero ya no para tratar la historia que al respecto suele contarse, es decir, cómo se superaron utilizando una serie de restricciones teóricas, lo que comenzó con la teoría de los tipos lógicos de Russell y la teoría axiomática de conjuntos de Zermelo, sino para examinar la otra historia, la historia determinada por una pregunta: ¿Y por qué no aceptar inconsistencias en los sistemas lógico-deductivos?

Esta otra aproximación permite ver que después del surgimiento de las paradojas se dieron tres etapas principales. Primero, se cuestionó la validez lógica universal del principio de no contradicción, y se planteó que al igual que se habían construido geometrías no euclidianas, también podrían articularse lógicas no aristotélicas, en la medida en que no aceptaran dicho principio. Luego, se planteó que el problema no radicaba en este punto, sino en otro principio que se conocía desde hacía siglos, pero que no había despertado especial interés: de dos enunciados contradictorios entre sí se puede deducir cualquier otra expresión bien formada, situación que, en caso de darse, desvirtúa totalmente cualquier sistema deductivo. Entonces, se asumió que evitar esta consecuencia era una razón suficiente para rechazar cualquier contradicción. Pero esta posición fue controvertida posteriormente por algunos lógicos que vieron que es viable construir sistemas lógicos en los que no se da esta consecuencia, comenzando así la tercera etapa de esta historia.

Ese fue el origen de lo que actualmente se conoce como la lógica paraconsistente, que es una propuesta lógico-formal cuyos primeros vestigios se dieron en Europa Oriental, pero que sólo vino a desarrollarse como tal en Latinoamérica. De ahí se ha extendido a muchas otras partes, encontrando especial eco en países como Australia, Italia y Polonia, así como en el trabajo de muchos investigadores en otros países.

Más de tres décadas han pasado desde cuando esta propuesta comenzó a tomar cuerpo, y se hace cada vez más necesario mirar hacia atrás para ver qué se ha logrado; así mismo, es posible entrever algo de lo que en esta dirección se puede esperar en el futuro. Esta es la senda en que quiere ubicarse la presente investigación.

Son tres, pues, los objetivos propuestos: primero, recorrer el camino que dio origen a la lógica paraconsistente, destacando principalmente las motivaciones metateoréticas que la fueron haciendo posible, y así rescatar ciertas perplejidades que subyacen a esta alternativa lógica; segundo, mostrar cómo surgió la lógica paraconsistente y cuáles han sido sus resultados más importantes, haciendo especial énfasis en los que tienen implicaciones globales; y tercero, estudiar qué relación se puede establecer entre la lógica paraconsistente y el quehacer filosófico, buscando mostrar cómo con ella se abre una perspectiva de análisis frente a ciertos problemas que van más allá del ámbito de la lógica y que se ven directamente afectados por esta propuesta. Se trata pues de buscar los trazos filosóficos en la senda de la lógica paraconsistente.

Esto nos va a llevar al estudio de una serie de planteamientos de diversos autores, en cierto orden: Łukasiewicz, Vasiliev, Hilbert, Post, Lewis, Pseudo-Escoto, Popper, Jeffreys, Kolmogorov, Johansson, Jaśkowski, da Costa, Arruda, Rescher, Routley, Priest y Peña. Así mismo, examinaremos las líneas generales de diversos sistemas lógico-deductivos de carácter paraconsistente, desarrollados por algunos de estos autores, junto con otros.

Esta tarea se enfrentará en tres etapas sucesivas. Primero, se intentará reconstruir una historia que, aunque constituida por hilos diversos, parece tener un nudo común de problemas, en cuyo centro hay una pregunta: ¿Es posible articular lógicamente un sistema deductivo que, permitiendo derivar alguna inconsistencia, sea sensato? Esto nos conducirá a recorrer en cierto detalle lo que al respecto se planteó desde cuando ya habían aparecido las paradojas hasta el surgimiento de los primeros sistemas de lógica paraconsistente, de modo que esta exposición histórica irá desde 1910 hasta 1968.

Luego, se reseñarán los rasgos característicos de diversos sistemas de lógica paraconsistente que se han desarrollado desde entonces, poniendo especial atención en la justificación global que se presenta con cada una de estas propuestas, tratando así que las peculiaridades técnicas no lleven a perder de vista el sentido que puede tener la lógica paraconsistente como un todo. Esta exposición ya no estará guiada por criterios históricos, sino que buscará las regularidades y diferencias que se presentan entre las distintas opciones paraconsistentes, haciendo especial énfasis en las innovaciones que poseen en cuanto sistemas de lógica simbólica.

Todo esto nos dará la base suficiente para examinar en qué sentido la lógica paraconsistente se puede relacionar con el quehacer filosófico, y recoger ciertos planteamientos de los autores vinculados a la lógica paraconsistente al respecto. Así llegaremos al objetivo final de este trabajo, que es analizar cómo el desarrollo de los sistemas formales paraconsistentes afecta ciertos problemas que históricamente se han manejado desde una perspectiva filosófica. Para el efecto se han escogido cuatro problemas con la convicción de que son los más relevantes; ellos son: los efectos de las inconsistencias en los sistemas deductivos, el referente de las contradicciones, la formalización de la dialéctica y lo que el desarrollo de la lógica paraconsistente puede aportar a la reflexión sobre la racionalidad. El propósito es

reunir lo que se ha planteado en el ámbito de la lógica paraconsistente en relación con ellos, e indagar qué más se puede proyectar a partir de ahí; sin olvidar que todo lo que se diga en este sentido escapa al alcance de la lógica paraconsistente, pues, antes que nada, ella es una propuesta de carácter lógico-formal y no pretende dejar de serlo para enfrentar problemas que van más allá de los límites de su propio espacio de saber. No se trata de «resolver» ninguno de estos problemas a partir de la lógica paraconsistente, pero sí de hacerlos aún más interesantes, en la medida en que ella aporta nuevas herramientas para analizarlos, y también lleva a desvirtuar ciertos supuestos muy arraigados. De manera que con esta presentación se busca resaltar los aportes que desde estas propuestas lógicas puedan permitir entender mejor ciertas perplejidades que han motivado históricamente a la reflexión filosófica.

Este trabajo termina con unas consideraciones finales que no pretenden ser un compendio de lo tratado, sino un espacio para presentar algunas reflexiones motivadas por todo eso. Allí se presentará, primero, una forma global de clasificar los sistemas deductivos en consideración a las distintas situaciones que ha permitido delimitar el desarrollo de la lógica paraconsistente. Luego, se comentará la posición que tiende a reducir la lógica paraconsistente a una simple variación formal, para mostrar que esta lógica abarca aspectos, especialmente en relación a la negación, que se le escapan a la lógica clásica y que son fundamentales para darle un manejo adecuado a las contradicciones. También se expondrán algunos argumentos encaminados a evidenciar las profundas raíces que tiene lo contradictorio, como problema, en los sistemas de conocimiento, buscando mostrar en qué sentido hace parte ineludiblemente de los procesos racionales, a pesar de que llevemos veinticinco siglos tratando de separarlos. Y para concluir, se harán algunas observaciones sobre lo que podemos aprender de la lógica paraconsistente como opción intelectual.

Como se ve, el objeto de estudio de este trabajo son ciertas investigaciones lógicas de este siglo, pero el propósito no es plantear alguna innovación de carácter lógico, o de articular algún nuevo sistema formal. La idea es recoger, de acuerdo con la perspectiva señalada, ciertos aspectos determinantes del cúmulo de investigaciones lógicas que en este siglo se han orientado a hacer posible el manejo de inconsistencias dentro de sistemas lógico-deductivos evitando que ellos se desvirtúen.

Ahora bien, para estudiar las motivaciones de carácter filosófico que subyacen a los distintos sistemas lógicos, es necesario tratar sus principales rasgos lógicos, y así se hará en este texto, en especial en los capítulos IX, X y XI. No obstante, buscando agilizar la exposición, este trabajo tratará principalmente el cálculo proposicional o sentencial, que es el nivel más básico y decantado de la lógica simbólica. No obstante, con esto no se pretende limitar la lógica a ese nivel, ni restarle importancia a los desarrollos más complejos, pues parece claro que es en el nivel del cálculo de predicados donde se dan los problemas lógicamente más interesantes; pero también es cierto —como afirman Priest y Routley (1989b: p. 157)— que es en el nivel proposicional donde están las mayores innovaciones de la lógica paraconsistente, las que luego, sin mayores inconvenientes, se extienden a niveles de análisis más finos, cuando al utilizar cuantificadores y otros dispositivos se describe la estructura predicativa en el interior de los enunciados.

Por otra parte, las lógicas no clásicas, en general, son un importante referente paralelo a lo tratado en este trabajo, en la medida en que la lógica paraconsistente es una de ellas. Por esta razón se ha incluido en el Anexo A una exposición de diversos criterios que permiten presentar y clasificar las múltiples opciones lógicas que se han desarrollado en este siglo, junto con la variedad de perspectivas que en consideración a ellas se han planteado. De modo tal que, para el lector que no esté familiarizado con estas propuestas lógicas alternativas, puede ser conve-

niente leer este anexo como contextualización previa. En todo caso, a lo largo del trabajo se asumirá como un hecho la existencia de distintos sistemas lógicos que no son totalmente equivalentes entre sí, cuya viabilidad lleva a rebatir las pretensiones monolíticas en lógica.

Así mismo, considerando que los detalles «técnicos» de los distintos sistemas tratados se pueden encontrar en los textos originales, aquí interesa más bien mostrar, desde una perspectiva global, cómo se pueden estructurar sistemas lógicos que, de una u otra manera, admitan inconsistencias. Con este fin, y para atender más directamente la relación entre las distintas formalizaciones, en el Anexo B se presentan los postulados de los sistemas lógicos que aquí son más relevantes: el sistema clásico, el intuicionista, el minimal intuicionista y varios de los sistemas paraconsistentes —incluido uno de «lógica dialéctica»—; luego, en el Anexo C, se hace una comparación sintáctica entre ellos, señalando cuáles de los principios lógicos más destacados son deducibles en cada sistema formal. Paralelamente, en el Anexo D se presenta un esquema que muestra cómo a partir de la lógica positiva —que no tiene postulados para la negación— se van articulando otros sistemas lógicos, en la medida en que se vayan agregando distintos postulados sobre la negación, hasta llegar a la lógica clásica.

En cuanto a la bibliografía, se debe señalar que la recolección de textos fue una parte fundamental del trabajo realizado, pues existe una gran cantidad de escritos sobre el tema, pero están dispersos en publicaciones de casi todos los continentes. El propósito era hacer una recopilación bibliográfica lo más extensa posible, lo que se logró en gran medida; y esto ha permitido que los principales textos de la lógica paraconsistente estén presentes en esta obra de una u otra manera. Con el ánimo de poner a disposición de futuras investigaciones esta recopilación, se ha incluido una extensa bibliografía que tiene dos orientaciones básicas: primero, privilegiar los textos que tengan mayor relevancia

«filosófica», frente a los más «técnicos»; y segundo, hacer énfasis en los escritos de los autores latinoamericanos de lógica paraconsistente, especialmente Newton C. A. da Costa y Ayda I. Arruda, de cuyos escritos sobre lógica paraconsistente se presenta una recopilación lo más completa posible. Además, se ha incluido, en un apartado especial, una serie de textos que tratan la relación entre contradicción y lógica, y que, si bien no han sido todos abordados en el cuerpo del trabajo, su referencia bibliográfica puede ser útil para futuras investigaciones sobre el tema.

Quisiera terminar esta introducción señalando que —como siempre— no es fácil prever qué alcances pueda llegar a tener en el futuro una propuesta intelectual como la de la lógica paraconsistente. Pero más allá de los resultados que a partir de ella se han obtenido y se lleguen a obtener, es especialmente interesante cómo ella se fue estructurando: de qué modo se fue haciendo viable repensar uno de los más arraigados presupuestos de nuestra forma de articular el saber. Esta opción ha abierto un horizonte de preguntas, preguntas que tocan lo que antes se ocultaba tras el velo de un lugar común. Este libro aspira a mostrar cómo fue ese proceso, y también quisiera incitar a relexionar sobre lo contradictorio, buscando así aproximarnos a una realidad que, a pesar de todos nuestros intentos por evitarla, hemos de afrontar una y otra vez.

ACLARACIONES PREVIAS

Los textos estudiados en este trabajo fueron escritos, en su gran mayoría, en idiomas diferentes al español, especialmente en inglés y en portugués, y de pocos hay traducciones. Por eso he decidido establecer dos niveles de texto, aprovechando la diferencia que hay entre el texto principal y las notas de pie de página. Así, buscando mantener la fluidez del texto principal, en él se harán citas sólo en español, transcribiendo las traducciones publicadas o presentando una traducción hecha para el efecto, cuya referencia bibliográfica siempre se cerrará con: [trad.]. En cambio, en las notas a pie de página se presentarán citas más extensas en el idioma original, bien sea incluyendo y ampliando el texto traducido en el cuerpo principal, o bien presentando el original de un texto parafraseado en el cuerpo del trabajo. En ambos casos, el número de la cita irá en el texto principal, después del paréntesis de la respectiva referencia bibliográfica.

He optado por esto, porque muchos de los textos citados no se encuentran en las bibliotecas de nuestro medio, y estas transcripciones pueden servir como aproximación directa del lector a estos textos. Ahora bien, estas citas a pie de página no son en ninguna medida necesarias para seguir la argumentación del cuerpo del trabajo, y su lectura puede ser omitida sin mayores problemas. En las notas de pie de página se han incluido casi todos los originales de los textos traducidos, excepto cuando el original está en portugués, pues al ser una lengua tan próxima al español, no parece que la traducción pueda cambiar substancialmente el sentido del original. No obstante, se transcribirán los textos en portugués cuando se ha hecho inevitable usar una

versión en ese idioma de textos que fueron escritos originalmente en otro idioma, como es el caso, particularmente, del ruso.

Las referencias bibliográficas se harán con el sistema autor-fecha, de acuerdo a los estándares habituales. Sólo he incorporado una peculiaridad para los casos donde sea importante la fecha original de publicación de un texto: cuando sólo se disponga de una edición posterior, aparecerán las fechas de la edición original y de la edición utilizada, las cuales se separarán por una coma si la edición utilizada es una reedición de un mismo libro; en cambio, si el texto fue publicado originalmente en otra forma, por ejemplo, si pasó de artículo de revista a un libro de recopilación, o si fue escrito en otro idioma, se pondrá la fecha original entre corchetes [ ]. En todo caso, el año que precede los dos puntos es el año de la edición consultada, tal como está en la bibliografía.

Después de las citas textuales sólo aparecerá, entre paréntesis, autor, fecha de publicación y páginas; en los pasajes en que se esté siguiendo directamente un texto determinado, estas indicaciones irán precedidas por «*cf.*» como abreviatura de *confer* en el sentido de confróntese o consúltese; cuando se remita a otras obras que puedan complementar lo dicho o darle una fundamentación más amplia, la referencia comenzará por «ver». El nombre del autor y la fecha de publicación de un texto serán remplazados por «*ibid.*» si se vuelve a hacer referencia a un mismo texto, sin que se haya citado otro entre las dos referencias. En caso de que se haya manejado un texto en su original del cual exista una traducción útil, se hará primero la referencia a la página del texto original y luego a la de la traducción, escribiendo «trad.» y el año de dicha traducción. En las citas sucesivas, cuando la referencia principal se haya remplazado por «*ibid.*», entonces la referencia a la traducción será «trad. cit.».

Es usual hablar, sobre todo en la tradición anglosajona, del «principio de contradicción» para referirse al principio que postula la inadmisibilidad de las contradicciones. Esta denomina-

ción no parece adecuada, pues se trata más propiamente del «principio de no contradicción», y se utilizará de esta manera durante todo el texto, entendiéndose que son denominaciones equivalentes. Sin embargo, cuando se esté siguiendo un texto que hable del «principio de contradicción», en este trabajo se verá escrito «principio de (no) contradicción ».

En los distintos textos de lógica se utilizan diversos términos, tales como «oración», «sentencia», «enunciado» y «proposición». Estas expresiones no son totalmente equivalentes, lo que ha originado toda una discusión sobre cual de ellas sería la apropiada para los portadores de verdad; sin embargo, los sistemas lógicos que se aplican a ese nivel no reflejan esas diferencias, en tanto que son estructuras formales, siendo sus denominaciones más comunes las de cálculo sentencial y cálculo proposicional. En este texto se seguirá fundamentalmente la utilización que hagan de estos términos los autores comentados, de modo que muchas veces se hablará de proposiciones, pero sin que esto implique que se esté asumiendo la «actitud proposicional», tan criticada por Quine. Cuando se haga una exposición no vinculada a un autor particular, se hablará preferentemente de «enunciados» y, más en general, de «aseveraciones», incluyendo entonces las expresiones formalizadas en el cálculo de predicados. En general, todo lo que se expondrá es aplicable a cualquiera de los términos señalados, en la medida en que se asuma que lo que ellos designan es a lo que se aplica la lógica.

Algo semejante ocurre con los términos «contradicción» e «inconsistencia», para los cuales también se seguirá la utilización de los distintos autores, asumiendo que se pueden usar indistintamente. No se comenzará por dar una definición precisa de ellos, pues uno de los objetivos es mostrar cómo el desarrollo de la problemática afecta también las distintas definiciones que se pueden dar al respecto, algunas de ellas bastante «técnicas». Globalmente, se utilizará el término «inconsistencia» de forma más genérica, asumiendo que incluye el de «contradicción»; sin

embargo, decir que un sistema deductivo es «inconsistente» es algo bastante específico y que será analizado ampliamente.

Las comillas dobles (" ") se utilizarán al principio y al final de toda cita textual, excepto cuando se trata de una cita larga, en cuyo caso aparecerá en cuerpo menor y sin comillas; y las comillas latinas (« ») se utilizarán cuando haya algo entre comillas en un texto citado, así como cuando se quiera resaltar la utilización de una determinada expresión. Las fórmulas lógicas que estén intercaladas en el texto sin salto de renglón se pondrán entre comillas sencillas (' ').

Se utilizarán los corchetes [ ] para incluir una palabra en su idioma original después de su versión en español y también cuando se quiera hacer alguna acotación en una cita textual. Se pondrá [...] cuando se haga un salto en un cita, o cuando se haga una cita larga sin comenzar desde el principio de una oración.

En el cuerpo principal, las palabras en otros idiomas se pondrán en *cursiva*, mas no así en las notas a pie de página, donde se reservarán las cursivas para cuando el autor las use en su texto. También se utilizarán las cursivas para hacer énfasis, así como para referirse a las letras que corresponden a variables, cuando estén por fuera de una fórmula. En las citas textuales sólo se pondrán cursivas cuando así estén en los textos originales.

Con respecto a la notación lógica se ha tratado de mantener cierta uniformidad utilizando una notación determinada (que corresponde a la notación «general» en la tabla que sigue). Sin embargo, para mantener cierto rigor en las referencias, cuando se esté siguiendo directamente un texto, se utilizará la notación del autor; los textos en notación polaca irán acompañados de una transcripción, entre corchetes, a la notación «general». Esto no ha de producir mayores problemas si se tiene en cuenta la siguiente tabla, donde p y q son variables sentenciales:

	General	Russell Post	Lewis	Hilbert Kolmogorov	Łukasiewicz Jaśkowski
Negación	$\neg p$	$\sim p$	$\sim p$	$\bar{P}$	Np
Conjunción	$p \wedge q$	$p.q$	pq	P&Q	Kpq
Disyunción	$p \vee q$	$p \vee q$	$p \vee q$	$P \vee Q$	Apq
Implicación material	$p \rightarrow q$	$p \supset q$	$p \supset q$	$P \rightarrow Q$	Cpq
Equivalencia	$p \leftrightarrow q$	$p \equiv q$	$p = q$	$P \sim Q$	Epq
Símbolos de agrupación	{ [(	:. : .	:. : .	{ [(	no tiene

En los textos de la lógica paraconsistente suele usarse alguna de estas notaciones, o una combinación de ellas.

Capítulo I

LAS PARADOJAS Y LA PRIMERA POSTURA NO CLÁSICA: EL JOVEN ŁUKASIEWICZ

1. Las paradojas lógicas del cambio de siglo

La lógica simbólica, a finales del siglo pasado, se había consolidado como una forma rigurosa de tratar los principios del razonamiento. Cinco décadas habían pasado desde la publicación de los primeros trabajos de Boole, y en ellas la lógica moderna se había desarrollado enormemente con las investigaciones de autores como De Morgan, Peirce, Schröder, Frege y Peano. Una nueva perspectiva se había estructurado frente a la lógica, que buscaba separarse de lo que consideraba «especulaciones metafísicas», procurando obtener mayor «rigor» por medio de la articulación de sistemas formales de cálculo lógico.

El proyecto original de Boole era establecer un «álgebra de la lógica», en el sentido de estructurar un análisis de tipo matemático, es decir, basado en el manejo de símbolos cuyas leyes de combinación fueran generales y conocidas, pero ahora desvinculado de nociones cuantitativas, ya que trataría con clases de objetos que podían ser tanto reales como conceptuales, lo que hacía posible una interpretación en el ámbito de las «leyes del pensamiento» que resultara coherente (*cf.* Bocheński 1985: p. 293s; Kneale / Kneale 1980: p. 375). A partir de esto, el cálculo lógico fue desarrollado por varios autores, hasta que esta propuesta algebraica fuera perfeccionada, especialmente por Schröder.

Por otra parte, Frege, Peirce y Peano, de forma independiente, comenzaron a trabajar hacia 1880 en la posibilidad de proponer una fundamentación lógica de las matemáticas. Para ello se hizo necesario ampliar el lenguaje lógico, surgiendo así las funciones lógicas junto con los cuantificadores para ligar variables, articulados en un cálculo de predicados que permitía expresar lógicamente los términos matemáticos. Con esta base, Frege logró desarrollar el primer gran sistema en el que a partir de unos cuantos axiomas se podían deducir gran número de teoremas lógico-matemáticos (*cf.* Bocheński 1985: p. 283). Había surgido entonces lo que, siguiendo una sugerencia de Peano, se llamaría lógica matemática.

De este modo, se logró primero matematizar la lógica y luego se buscó concentrar las matemáticas puras en la lógica. Como resultado de esto, la lógica pasó a considerarse como una disciplina matemática, presentada como la ciencia que estudia a profundidad el método axiomático deductivo.

Una de las bases fundamentales de estos desarrollos eran los principios lógicos tradicionales, ahora adaptados a la formalización moderna; especialmente el principio de no contradicción, sin el cual se asumía que no era posible hacer ningún razonamiento correcto, ni decir algo con sentido sobre la realidad.

En esa época, uno de los problemas centrales de las matemáticas era el concepto de número y las relaciones entre sus distintas clases. En este campo, Cantor, utilizando lo que se conocería como el método de la diagonal, mostró una diferencia esencial de la clase de los números reales frente a la de los números naturales y la de los racionales (ver Kleene 1974: p. 17s), y luego, a fin de manejar adecuadamente cúmulos infinitos como éstos, propuso la teoría de conjuntos[1]. Esta teoría produjo una serie de

[1] Del amplio desarrollo que constituye la teoría de conjuntos de Cantor, conviene aquí recordar ciertos puntos muy básicos. Cantor entendía por conjunto [*Menge*] cualquier "colección en un todo de determinados y distintos objetos de nuestra percepción o nuestro pensamiento, llamados los elementos del conjunto." (Cantor *apud* Kneale / Kneale 1980: p. 405). Los elementos «pertene-

resultados sorprendentes, como relativizar aquello de que el todo es mayor que la parte, lo cual originó muy diversas y encontradas reacciones, pero sin duda marcó profundamente lo que de ahí en adelante sería el trabajo en matemáticas.

Este era el panorama a finales del siglo pasado, en el que había un marcado optimismo, justificado por los resultados obtenidos en las investigaciones lógico-matemáticas. Sin embargo, de pronto comenzarán a surgir problemas importantes, problemas que, contrario a lo que originalmente se pensó, no eran fácilmente solucionables. Esto, sin duda, fue desconcertante.

Quien más tuvo que ver con esta situación fue Bertrand Russell. Habiendo estudiado matemáticas y filosofía, se graduó con una tesis sobre los fundamentos de la geometría, bajo directa influencia de las corrientes neohegelianas británicas, lo que se expresaba en una concepción «dialéctica» de la ciencia. Hacia

---

cen» al conjunto, y si todos los elementos de un conjunto también pertenecen a otro conjunto entonces se dice que ese primer conjunto es «subconjunto» del otro, es decir, que está «contenido» o «incluido» en él. Luego Cantor plantea que en relación con los conjuntos se puede primero hacer abstracción de qué son sus elementos y, luego, del orden en que están dados. Si se hacen ambas abstracciones, se obtiene el «número cardinal» (o «potencia») del conjunto, que es compartido sólo por todos los conjuntos que son equivalentes (es decir, entre los que se puede establecer una correspondencia uno-a-uno). Ahora, si sólo se hace la primera abstracción, entonces se tiene el «tipo ordinal» del conjunto. Por otra parte, si se toman todos los subconjuntos que se pueden establecer a partir de un conjunto determinado —incluyendo tanto el conjunto vacío, como el mismo conjunto—, entonces, se llega a lo que Cantor denominó su «conjunto potencia». Demostró entonces que el número cardinal de ese «conjunto potencia» era mayor que el del conjunto original.

Estas nociones se pueden aplicar tanto a conjuntos finitos como a conjuntos infinitos, pero resultan especialmente relevantes con relación a los segundos. En efecto, si se toma el caso del conjunto de los números naturales, su número cardinal resulta menor que el número cardinal de su conjunto potencia; esto recogió la distinción original que había hecho Cantor entre los números naturales y los números reales, y dio origen a una serie de números, que el matemático alemán denominó «números transfinitos», los cuales mostraron tener propiedades muy diferentes a otras clases de números. (*Cf.* Kleene 1974: p. 15ss; Kneale / Kneale 1980: p. 405ss; Garciadiego 1992: p. 36ss.).

1898, comenzó a trabajar sobre los fundamentos de las matemáticas y, gradualmente, fue conociendo los trabajos de Cantor, Peano y Frege. Esto lo llevó a abandonar su anterior perspectiva, y asumir, de plano, el proyecto de definir los conceptos matemáticos en términos lógicos y de mostrar que los teoremas matemáticos eran deducibles de principios lógicos fundamentales[2].

Trabajando en la teoría de conjuntos, Russell comenzó a ver ciertas «falacias» o «errores» en relación con los números transfinitos de Cantor; esto lo llevó a examinar dicha teoría más a fondo, con la esperanza de poder explicarlos. Consideró primero la clase de todas las clases, y luego, observando que había algunas clases que pueden ser miembros de sí mismas (p. ej. la clase de las entidades abstractas, que ella misma es una entidad abstracta), mientras que las otras clases no pueden ser miembros de sí mismas (que serían la inmensa mayoría, p. ej. la clase de los libros no es ella misma un libro), llegó a considerar lo que sería la clase de todas las clases que no son miembros de sí mismas. Ante ella se preguntó si pertenecía o no a sí misma, y descubrió que si se asumía que pertenecía a sí misma, esto implicaba que no pertenecía a sí misma, y que si se asumía que no, entonces resultaba que sí pertenecía a sí misma. Esta clase llevaba, pues, a una contradicción. Nacía así, en la primavera de 1901, la «paradoja de Russell»[3].

---

[2] El mejor estudio que he encontrado sobre este período está en Garciadiego 1992, y es la base principal de la presente exposición. Con respecto a estos antecedentes históricos, se puede consultar el cap. III de ese libro.

[3] Russell, en su *Autobiografía*, narra así este descubrimiento:

"Cantor tenía una prueba de que no existe el número mayor, y a mí se me antojaba que el número de todas las cosas del universo debía ser el mayor posible. De acuerdo con ello, examiné su prueba con alguna minuciosidad, y me esforcé por aplicarla a la clase de todas las cosas que existen. Ello me llevó a considerar aquellas clases que no son miembros de sí mismas y a inquirir si la clase de tales clases es o no es un miembro de sí misma. Descubrí que cada una de las respuestas lleva implícita su réplica contradictoria." (Russell [1967] 1990: p. 210).

Russell pensó originalmente que sería sencillo resolver este problema, pero a medida que fue profundizando en el asunto se dio cuenta de que era una enorme tarea. Le escribió a Peano sobre el asunto y, al no recibir respuesta, decidió escribirle una carta a Frege (ver Van Heijenoort [ed.] 1967: p. 124s), pues vio que esta paradoja, si se planteaba en términos de predicados[4], también era derivable en el sistema que el lógico alemán había propuesto en el primer tomo de su obra *Las leyes fundamentales de la aritmética*[5].

Una semana después, Frege contestó diciéndole:

> Su descubrimiento de la contradicción causó en mí la más grande de las sorpresas y casi diría consternación, pues ha sacudido las bases sobre las cuales yo proyectaba construir la aritmética. (Frege *apud* Van Heijenoort [ed.] 1967: p. 127 [trad.]).

Luego señala el postulado específico que permitía derivar esa contradicción en su sistema y la importancia que tenía, y entonces le dice a Russell: "su descubrimiento es muy notable y quizás llevará a grandes avances en lógica, a pesar de lo indeseable que puede parecer a primera vista." (*Ibid.* p. 128 [trad]).

El segundo tomo de aquella obra estaba por aparecer y Frege no dudó en anexarle un apartado en que decía:

> Nada más descorazonador podría acontecerle a un autor científico que ver resquebrajarse uno de los pilares de su edificio tras haber dado la tarea por concluida. Esta es la situación en la cual me ha puesto una carta del Sr. Bertrand Russell [...].

Hay una historia detallada del surguimiento de las paradojas en el cap. IV de Garciadiego 1992.

[4] "Sea *w* el siguiente predicado: ser un predicado que no se puede predicar de sí mismo. ¿Puede *w* predicarse de sí mismo? De cada respuesta se sigue su opuesto." (Carta de Russell a Frege del 16-VII-1902. *apud* Van Heijenoort [ed.] 1967: p. 125 [trad.]).

[5] Frege, Gottlob: *Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet* vol. I (Jena: 1893) [Este libro está en la "Bibliografía de la lógica simbólica" de Alonzo Church (1936) con el número 49.*10*].

> *Solatium miseris, socios habuisse malorum.* También a mí me queda ese consuelo, si así puede llamársele; pues quienquiera que haya hecho uso en sus demostraciones de extensiones de conceptos, clases o conjuntos se hallará en la misma situación que yo. Lo que aquí está en cuestión no es precisamente mi modo particular de fundamentar la aritmética, sino la misma posibilidad de que esta última tenga algún fundamento lógico[6].

Por su parte, Russell estaba por publicar un libro llamado *Los principios de la matemática* (Russell [1903] 1977), y, en virtud de la respuesta de Frege, decidió agregarle un capítulo dedicado a la contradicción y un anexo en el que se daban las bases de una posible solución. En esta obra, Russell también mencionó otros resultados «contradictorios» de la teoría de conjuntos de Cantor (*cf.* Garciadiego 1992: p. 163s), uno en relación con los números ordinales y otro en relación con los cardinales[7]. El primero había sido presentado por Burali-Forti, un lógico italiano de la escuela de Peano, en una publicación de 1897[8]. Y el segundo, luego se vería que ya Cantor lo había encontrado, alrededor de 1895, quien se lo habría mencionado a Dedekin en una carta de 1899[9].

El libro apareció sin que Russell llegara a sentirse satisfecho con su aproximación al tema (*cf.* Russell [1903] 1977: p. 23). No obstante, es claro que originó un cambio de perspectiva frente a esas «inconsistencias» de la teoría de conjuntos. Se había descu-

---

[6] El texto original está en Frege, Gottlob: *Grundgesetze der Arithmetik* vol. II (Hildesheim: Georg Olms Verlagsbuchandlung, 1966) p. 252. Esta traducción está tomada de Kneale / Kneale 1980: p. 606, aunque, siguiendo el original, he corregido en la expresión latina *dolorum* por *malorum*.

[7] Estos textos están en las sec. 301 y sec. 344 (Russell [1903] 1977: p. 370s y p. 412). Su importancia será destacada en la introducción que Russell haría para la segunda edición (*cf.* Russell [1903] 1977: p. 16s).

[8] Burali-Forti, C.: "Una questione sui numeri transfiniti", *Rendiconti del Circulo Matematico di Palermo*, vol. XI (1897) p. 154-164. [Bibl. Church (1936) núm. 86.*12*]. Traducido al inglés en Van Heijenoort (ed.) 1967: p. 104-111.

[9] Existe mucha controversia sobre los hechos históricos relacionados con este descubrirmiento de Cantor; incluso se afirma que Cantor habría descubierto antes que Burali-Forti lo que él publicó (*cf.* Kneale / Kneale 1980: p. 606). Al respecto se puede consultar Garciadiego 1992: cap. II.

bierto una contradicción que se podía derivar tanto en los sistemas lógicos más avanzados, así como en las nuevas teorías matemáticas, y esto estaba marcado por la especial sensibilidad que con respecto al tema de las contradicciones tenía Russell, producto de su anterior orientación filosófica. A partir de ahí, serían tematizados cada uno de estos resultados como «contradicciones», y luego llegarían a conocerse como las «paradojas» de Russell, Burali-Forti y Cantor[10].

El joven autor británico se dedicó a reflexionar profundamente sobre el tema[11] y gradualmente fue viendo que se hacía necesario una revisión profunda de todo el proyecto de fundamentación de las matemáticas, tarea que ahora también debía incluir la teoría de conjuntos. Paralelamente, otros autores, especialmente a partir de la nota de Frege y el libro de Russell, fueron sumándose a la preocupación alrededor del tema de las paradojas (*cf.* Kneale / Kneale 1980: p. 1903; Bocheński 1985: p. 403s). Esta-

---

[10] La paradoja de Cantor se basaba en su demostración de que el número cardinal de un conjunto es menor que el de su conjunto potencia; pues bien, si se considera el conjunto de todos los conjuntos, él debe contener incluso su conjunto potencia —en tanto que también es un conjunto—, pero, como se había demostrado en otro teorema de la teoría, el número cardinal de un conjunto es mayor o igual que el de sus subconjuntos; esto implica que que el número cardinal de este conjunto de todos los conjuntos tiene que ser mayor o igual que el de su conjunto potencia, lo que contradice el resultado original (ver Kleene 1974: p. 43; Kneale / Kneale 1980: p. 606; Garciadiego 1992: 66ss). La paradoja de Burali-Forti es algo más complicada y no es aquí especialmente relevante, por lo que el lector interesado puede remitirse, por ejemplo, a Whitehead / Russell 1910, 1960: p. 60; Quine 1963: p. 170s; Garciadiego 1992: p. 54ss.

[11] "Todas las mañanas me sentaba ante una hoja de papel en blanco. Durante todo el día, salvo un breve intervalo para comer, miraba fijamente la hoja en blanco. A menudo, cuando llegaba la noche, la hoja seguía intacta [...] los dos veranos de 1903 y 1904 están grabados en mi mente como un período de un absoluto estancamento intelectual. Era evidente para mí que no podía seguir sin resolver aquellas contradicciones, y estaba resuelto a que ninguna dificultad me desviase del propósito de completar los *Principia Matematica*, pero parecía muy probable que el resto de mi vida se consumiera contemplando aquella hoja en blanco" (Russell [1967] 1990: p. 217).

ban en juego logros fundamentales de las investigaciones lógico-matemáticas de la segunda mitad del siglo XIX.

A partir de 1904, en vez de surgir soluciones, comenzaron a emerger otras paradojas. Revivió el interés por antiguas paradojas, como la del cretense que dice "yo miento", y se plantearon otras semejantes. La peculiaridad de estas otras paradojas fue que ya no estaban directamente vinculadas a un sistema lógico-matemático particular, sino que afectaban la estructura significativa del lenguaje en general. De modo que, además de las paradojas lógico-matemáticas, ahora se tenía un nuevo tipo de paradojas, las cuales después se denominarían «paradojas semánticas»[12].

Toda esta situación produjo una conmoción en el ámbito de las ciencias deductivo-formales, y fue decisiva para lo que desde entonces se hizo, pues llevó a un replanteamiento profundo de los fundamentos tanto de las matemáticas como de la lógica. Las paradojas estaban directamente vinculadas con la inveterada tradición del pensamiento occidental, que consideraba que una contradicción de cualquier tipo carcome a fondo las bases de cualquier razonamiento; y este daño resultaba aún más grave cuando se trataba de las ciencias que pretendían tratar rigurosamente las estructuras formales del pensamiento.

Se puede decir que esta problemática fue determinante para las tres grandes escuelas de fundamentación de las matemáticas: el formalismo, el logicismo y el intuicionismo.

El formalismo se prefiguró alrededor de 1900. En ese año, David Hilbert, que ya se había enfrentado a las «inconsistencias» de la teoría de conjuntos[13], pronunció en París una famosa conferencia sobre los "Problemas matemáticos"[14], en la que presentó

---

[12] En Haack 1982 (p. 158ss) hay una presentación global de las más importantes paradojas; también en Marciszewski 1981 (p. 22ss), donde se hace una exposición más precisa de cada paradoja.

[13] Así se señala en una carta de 1903 a Frege. (*Cf.* Garciadiego 1992: p. 172).

[14] Hilbert, David: "Mathematische Probleme. Vortrag, gehalten auf dem internationalen Mathematiker Kongress zu Paris 1900", *Nachrichten von der*

los problemas que a su parecer serían los más importantes en el siglo que comenzaba. Habló entonces de diez problemas —el texto contenía veintitrés—; y el segundo lo denominó "la no contradicción de los axiomas de la aritmética", y lo enunció así:

> Deseo señalar el siguiente como el más importante entre los numerosos problemas que pueden plantearse en relación con los axiomas: *Demostrar que no son contradictorios entre sí, esto es, que a partir de ellos, y en un número finito de pasos lógicos, nunca se puede llegar a resultados contradictorios.* (Hilbert [1900] 1981: p. 40).

Este criterio hacía necesario buscar pruebas de consistencia para los sistemas axiomáticos, lo que para el matemático alemán se tenía que hacer por un método directo.

El planteamiento de Hilbert era radical, hasta el punto de afirmar que: "Si a un concepto se le asignan atributos contradictorios, yo sostengo que, *matemáticamente el concepto no existe.*" (*Ibid.* p. 41). Y eso también vale en sentido contrario, pues considera que si se puede demostrar que los atributos asignados a un concepto no pueden llevar en un número finito de pasos a una contradicción, entonces la existencia matemática del objeto habría sido demostrada (*cf. ibid.*). En esta línea, la no contradictoriedad, o consistencia, resulta no sólo ser una condición necesaria sino también suficiente para que algo sea considerado un objeto matemático. Se trataba, entonces, de un criterio totalmente formal, en virtud del cual lo primero que se debe hacer es evitar cualquier contradicción a toda costa. En consecuencia, la propuesta formalista se centraría en construir sistemas axiomático-deductivos, cuya consistencia se haría todo lo posible por demostrar, para así buscar excluir la posibilidad de que surgieran nuevas paradojas.

Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen (1900) p. 253-297. [Bibl. Church (1936) núm. 108.1]. Versión en español en Hilbert 1981.

Por otra parte, las investigaciones de Russell sobre el tema lo llevaron a tratar de recopilar las distintas paradojas que fueron dándose a conocer e intentar darles una solución global. Su propósito era retomar el proyecto de Frege, así como sus propios planteamientos presentados en *Los principios de la matemática*, pero ahora evitando las paradojas, proyecto que sería conocido como el logicismo. Para realizar esta tarea contaba ahora con Alfred Whitehead, que había sido su maestro en matemáticas.

Russell llegó a la conclusión de que todas las paradojas se daban por lo que Poincaré había denominado el «círculo vicioso» (*cf.* Kneale / Kneale 1980: p. 608s), y señaló que las paradojas se producían por violar lo que serían distintos «tipos lógicos», de modo que si se hacían las debidas restricciones, los enunciados de las paradojas se convertían en expresiones «sin sentido». Esta solución fue publicada en 1908[15] e iba en la línea de la que había esbozado en 1903, pero ahora superando los problemas que se le habían visto. Con esta base, Russell y Whitehead publicaron en 1910 el primer tomo de su monumental obra *Principia Mathematica*, donde buscaban reconstruir los sistemas anteriores para evitar la reaparición de contradicciones[16]. De hecho, el segundo capítulo de la introducción estaba especialmente orientado a resolver las distintas paradojas que hasta entonces se habían descrito, haciendo una exposición sistemática de ellas, para luego presentar la solución que los autores proponían (*cf.* Whitehead / Russell 1910, 1960: p. 60ss).

A partir de entonces, la opción según la cual, ante el surgimiento de ciertas contradicciones, se hacía necesario corregir a fondo los sistemas que habían dado lugar a ellas, fue acogida por

---

[15] Russell, Bertrand: "Mathematical logic as based on the theory of types" *American Journal of Mathematics* 30 (1908) p. 222-262. [Bibl. Church (1936) núm. 111.*16*].

[16] Así lo declaran en el prefacio: "A very large part of the labor involved in writing the present work has been expended on the contradictions and paradoxes which have infected logic and the theory of aggregates." (Whitehead / Russell 1910, 1960: p. vii).

la gran mayoría de los investigadores del área; y, en este sentido, la obra *Principia Mathematica* se convirtió en un eje de referencia fundamental. Matemáticos y lógicos como Hilbert y sus discípulos, así como otros jóvenes, tales como Post y Gödel, se dieron a la tarea de hacer demostraciones de consistencia para los distintos sistemas lógicos. Por su parte, investigadores como Zermelo, Fraenkel, von Neumann y otros, interesados particularmente en la teoría de conjuntos, se esforzaron por reformularla axiomáticamente, haciendo las restricciones necesarias para evitar que se derivaran paradojas como las de Cantor y Burali-Forti.

Diferente fue el caso de Brouwer y el intuicionismo, pues él consideraba que el problema no radicaba en los sistemas lógico-matemáticos de los que se habían originado las paradojas, u otros de su tipo, sino que estaba en la concepción misma de las matemáticas, lo que se evidenciaba en el manejo de los conjuntos infinitos. Brouwer propuso entonces una visión alternativa frente al quehacer en matemáticas, que cortaría de raíz la posibilidad de que surgieran problemas tales como las paradojas de la teoría de conjuntos; no obstante, esto implicaría renunciar a importantes herramientas matemáticas, como veremos en el capítulo VII.

Si se considera en conjunto la reacción frente a las paradojas, se puede decir que el rechazo de cualquier contradicción fue la opción general; sin embargo, también a principios de este siglo surgieron algunos planteamientos que abordaron esta problemática desde una perspectiva completamente diferente. Y si bien en su momento ellos no tuvieron mayor repercusión, actualmente, y desde hace ya varias décadas, han surgido importantes desarrollos en el mismo sentido. La opción de las tres grandes escuelas —acabar con las contradicciones de una u otra forma— ha sido bastante divulgada, pero no ha ocurrido lo mismo con la otra opción, la de quienes han planteado que esto no es tan imperioso. El presente libro busca llenar, al menos en parte, ese vacío,

por lo que uno de nuestros ejes temáticos va a ser lo que se podría llamar la otra historia a partir de las paradojas.

2. El primer cuestionamiento del principio de (no) contradicción: el joven Łukasiewicz

2.1. La lógica simbólica y el estudio del principio de (no) contradicción en Aristóteles

En el mismo año en que apareció *Principia Mathematica*, Jan Łukasiewicz —filósofo y lógico polaco— publicó un libro en polaco cuyo título traducido sería "Sobre el principio de contradicción en Aristóteles"[17] y un artículo en alemán con el mismo título "Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles" (Łukasiewicz 1910)[18].

El segundo texto comienza afirmando que la lógica simbólica, "fundada por G. Boole y desarrollada poderosamente a través del trabajo de De Morgan, Pierce (sic), Schröder, Frege, Peano, B. Russell, etc." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 485 [trad.]), hacía necesaria la revisión de la lógica tradicional y los principios lógicos planteados en la antigüedad, en la medida en que, al igual que la moderna geometría había permitido desarrollar una geometría no euclidiana, también era posible desarrollar una lógica no aristotélica[19]. Esta perspectiva conducía a revisar las leyes lógicas básicas para, en primer lugar, reformularlas utili-

---

[17] *O zasadzie sprzeczności u Arystotelesa. Studium krytyczne* (Kraków: 1910). Bibliografía de Church (1936): número 186.*2*.

[18] Es el primer texto de Łukasiewicz incluido en la Bibliografía de Church (1936) con el número 186.*1*. Seguiré la traducción inglesa de V. Wedin: (Łukasiewicz [1910] 1971) porque la versión original no es accesible, y además todos los autores de lógica paraconsistente aparentemente se han basado en esta versión. Hay una traducción francesa reciente en el primer número de la revista del Collège International de Philosophie: *Rue Descartes* no. 1-2 (1991).

[19] "One cannot conceal the fact that, *compared with traditional formal logic and especially the logic of Aristotle, modern symbolic logic points to and signifies an improvement similar in kind to that of modern geometry over Euclid's elements.*" (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 485s).

zando el instrumental lógico-formal contemporáneo y, luego, estudiar qué tipo de relación existía o tenía que existir entre ellas. Eso permitiría, en primera instancia, ver si son independientes entre sí, o si se puede encontrar una o varias leyes o principios más fundamentales; como segunda instancia, ver si estas leyes tienen una validez irrestricta, o si se deben admitir ciertas excepciones; y finalmente, ver qué justificación puede tener aquello de que estas leyes son irrefutablemente verdaderas.

Establecidos estos parámetros, Łukasiewicz aborda el estudio del principio de (no) contradicción, concentrándose en los argumentos de Aristóteles, pues considera que ellos siguen constituyendo una de las formulaciones más exhaustivas y claras que se han dado para defender dicho principio; es más, en la medida en que estos argumentos se han seguido invocando desde entonces para defender la validez universal de este «primer principio», al examinarlos también se examina toda la tradición al respecto[20].

Lo primero que hace Łukasiewicz es mostrar que Aristóteles presenta en el libro Γ de la *Metafísica* tres formulaciones diferentes del principio de (no) contradicción: (a) ontológica: "Es imposible que algo pertenezca y no pertenezca a la misma cosa al mismo tiempo y en el mismo sentido" (1005b 19-20)[21]; (b)

---

[20] "Now Aristotle's intuitions regarding the principle of contradiction are, for most part and clear down to the present day, the usual and traditional ones; and argument for and against the principle can be found together in the Stagirite in greater completeness than in any one modern textbook of logic." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 487).

[21] Traduzco al español la versión directa del griego que Łukasiewicz da en su texto (*cf.* Łukasiewicz [1910] 1971: p. 487). Valentín García Yebra traduce el pasaje completo así:

"Y el principio más firme de todos es aquel acerca del cual es imposible engañarse; es necesario, en efecto, que tal principio sea el mejor conocido (pues el error se produce siempre en las cosas que no se conocen) y no hipotético. Pues aquel principio que necesariamente ha de poseer el que quiera entender cualquiera de los entes no es una hipótesis, sino algo que necesariamente ha de conocer el que quiera conocer cualquier cosa, y cuya posesión es previa a todo conocimiento. Así, pues, tal principio es evidentemente el más firme de todos. Cuál sea éste, vamos a decirlo ahora. Es imposible, en efecto, que un mismo

lógica: "el más cierto de todos los principios básicos es que proposiciones contradictorias no son verdaderas simultáneamente" (1011b 13-14)[22]; y (c) psicológica: "nadie puede creer que algo pueda —al mismo tiempo— ser y no ser" (1005b 23-24)[23]. Cada una de estas formulaciones tiene un significado diferente y Aristóteles fundamenta cada una de manera distinta, por lo cual conviene analizarlas por separado y en detalle.

Así pues, con relación al principio «psicológico» de (no) contradicción, Łukasiewicz apunta que no puede ser demostrado *a priori*, pues se trata de una ley de la experiencia, y que ni Aristóteles, ni nadie señalado por él, lo había demostrado empíricamente. Agrega el lógico polaco que se debe tomar en cuenta que filósofos como Husserl han dudado de la validez universal de esta ley[24], y otros como Hegel han afirmado conscientemente contradicciones (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 492).

---

atributo se dé y no se dé simultáneamente en el mismo sujeto y en un mismo sentido (con todas las demás puntualizaciones que pudiéramos hacer con miras a las dificultades lógicas). Éste es, pues, el más firme de todos los principios, pues se atiene a la definición enunciada. Es imposible, en efecto, que nadie crea que una misma cosa es y no es, según, en opinión de algunos, dice Heráclito. Pues uno no cree necesariamente todas las cosas que dice. Y si no es posible que los contrarios se den simultáneamente en el mismo objeto (y añadimos también a esta premisa las puntualizaciones de costumbre), y si es contraria a una opinión la opinión de la contradicción, está claro que es imposible que uno mismo admita simultáneamente que una misma cosa es y no es. Pues simultáneamente tendría las opiniones contrarias el que se engañase acerca de esto. Por eso todas las demostraciones se remontan a esta última creencia; pues éste es, por naturaleza, principio también de todos los demás axiomas." Aristóteles: *Metafísica* (Barcelona: Gredos, 1982), p. 166ss (1005b 13-34).

[22] Este pasaje es el que cierra la presentación del principio de no contradicción en el libro Γ de la *Metafísica*, que en la misma traducción se lee así:

"Así, pues, para mostrar que la opinión más firme de todas es que no son verdaderas simultáneamente las afirmaciones opuestas, y qué les ocurre a los que tal sostienen, y por qué lo sostienen, baste con lo dicho." Aristóteles: *Metafísica* (Barcelona: Gredos, 1982), p. 206ss (1011b 13-16).

[23] Ver la traducción de todo el pasaje en la nota 21.

[24] Cita a Husserl en *Logische Untersuchungen* vol. I (Halle: 1900), p. 82. Este texto está en la traducción española en Husserl, Edmund: *Investigaciones lógicas* vol. I (Madrid: Alianza ed., 1982), p. 89s.

En suma, su ámbito escapa totalmente de las investigaciones de carácter lógico[25].

Al pasar a estudiar las otras dos afirmaciones, se señala que Aristóteles presenta, como leyes últimas indemostrables, tanto el principio ontológico de (no) contradicción, como el lógico, y esto es cuestionable en la medida en que su formulación se apoya en otras nociones: por una parte utiliza el concepto de negación y, por otra, al hablar de "al mismo tiempo y en el mismo sentido", está invocando el principio de identidad (*Ibid.* p. 493). Incluso, para Łukasiewicz ni siquiera este último principio sería autoevidente, pues también es demostrable a partir de la definición de proposiciones verdaderas, es decir, que una proposición afirmativa se dice verdadera cuando ella confiere a un objeto la característica apropiada a éste, la cual considera que sí sería realmente autoevidente[26].

Ahora bien, Aristóteles plantea que, si bien no se pueden dar demostraciones directas genuinas, se pueden dar demostraciones de la imposibilidad de que proposiciones contradictorias sean ciertas al mismo tiempo. Łukasiewicz analiza en detalle las distintas argumentaciones aportadas por el Estagirita en este sentido

---

[25] "The psychological formulation of the principle of contradiction must, therefore, be excluded from further investigations as a thesis of questionable worth which is to be proven empirically but as yet remains unproved." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 493).

Más de medio siglo después, Piaget emprendió esta investigación empírica, la que lo llevó a "adoptar con respecto a la contradicción un punto de vista muy definido; sostenemos que no constituye ni una necesidad interna del pensamiento, ni un accidente debido a simples defectos de formalización, sino que es la expresión de desequilibrios inicialmente inevitables debidos a la falta de ajuste recíproco entre los factores positivos y negativos, puesto que toda acción, toda percepción y toda orientación se orientan, en sus comienzos, solamente hacia los elementos positivos de la realidad". (Piaget 1978: p. 1s).

[26] "There is only one principle which cannot be demonstrated in terms of other principles but which is rather true and demonstrated «through itself» [*durch sich selbst*]. This is the proposition: «An affirmative proposition I designate as true, when it confers on an object the characteristic appropriate to it.»" (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 494).

y muestra que caen en alguno de los siguientes casos: prueban algo distinto, como el principio de doble negación; o son una petición de principio, en la medida en que presuponen el principio de (no) contradicción; o, finalmente, prueban que no puede ser cierta la afirmación de que «todo» es contradictorio, lo cual no tiene que ser necesariamente afirmado por quienes rechazan este principio, o piden una prueba de él.

El artículo agrega que, para Aristóteles, el principio de (no) contradicción opera sólo para la existencia actual, aceptando virtualmente las contradicciones en el ámbito del ser estrictamente en potencia que, al no haberse determinado aún, puede tener características antitéticamente opuestas al mismo tiempo[27]. Apoyado en esto, Łukasiewicz concluye que, en Aristóteles, dicho principio no se debe ver en últimas como una ley ontológica general, sino más bien debe pensarse como una ley metafísica[28].

Ahora bien, en cuanto a la lógica, no es cierto que el principio de (no) contradicción sea el más alto de todos los principios, en el sentido de que sea presupuesto por todos los otros principios, pues el mismo Estagirita reconocía que el principio del silogismo puede aplicarse incluso con una premisa que involucra una contradicción, lo cual lo haría ser independiente del principio de (no) contradicción[29]. Agrega Łukasiewicz que, en el contexto de

---

[27] Para apoyar esto se cita el pasaje 1009a 22-36 del libro Γ de la *Metafísica*.

[28] "Accordingly, it must be established that the principle of contradiction is to be thought of not as a general ontological law but rather as a metaphysical one, which is supposed to hold for substances primarily and with respect to which it is at least questionable whether its range of validity extends to appearances as well." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 502).

[29] Łukasiewicz cita un pasaje de los *Analíticos posteriores* (A11, 77a 10-22), y después lo explica así:

"According to Aristotle this syllogism is valid (A = living creature, B = man, C = Callias):

B is A (and not also not-A)
C, which is not-C, is B and not-B

C is A (and not also not-A)

la lógica simbólica, se había demostrado que una serie de principios podrían seguir siendo válidos incluso si el de (no) contradicción no lo fuera (*cf. ibid.* p. 504). A partir de esto, el autor, concluyendo la parte histórico-crítica del artículo, afirma que:

> ¡Debemos abandonar la falsa, aunque ampliamente extendida, perspectiva de que el principio de [no] contradicción es el más alto principio de todas las demostraciones! Esto sólo se sostiene para las pruebas indirectas; para las directas no es cierto. (*Ibid.* p. 504 [trad.])[30].

2.2. Conclusiones de Łukasiewicz

Pasamos ahora a lo que más nos interesa: aquellas conclusiones que para el presente extrae el lógico polaco, que son enumeradas así (*cf. ibid.* p. 505ss):

A) El principio de (no) contradicción no puede ser probado proclamándolo directamente evidente, porque:
   a) La evidencia no parece ser un criterio aceptable de verdad; de hecho, ha sucedido que proposiciones falsas se han mostrado como evidentes.
   b) El principio de (no) contradicción no parece ser evidente para todo el mundo; para algunos pensadores de Megara y para Hegel no era evidente.

B) El principio de (no) contradicción no puede ser probado presentándolo como una ley natural determinada por la organización psicológica del hombre.

However, if a syllogism remains valid when the principle of contradiction doesn't, then the principle of syllogism (and indeed the *dictum de omni et nullo*) is independent of the principle of contradiction." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 504).

[30] "On my view, *we must give up the false, though widely spread view that the principle of contradiction is the highest principle of all demonstrations*! That holds only for *indirect* proofs; for the direct ones, it is not true." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 504).

C) El principio de (no) contradicción no puede ser probado a partir de la definición de afirmación falsa ni de la negación, por dos razones:

a) Si se toma la definición usual, una negación como «A no es B» significa la falsedad de la afirmación «A es B»; ello no impide que simultáneamente se asevere algo verdadero y algo falso sobre el mismo objeto, ya que es el principio de (no) contradicción el que impide esto. De acuerdo con la definición de falsedad o negación, "sigue siendo posible aceptar que las aseveraciones «A es B» y «A no es B» se mantengan al mismo tiempo siendo ambas verdaderas y ambas falsas al mismo tiempo." (*Ibid.* p. 506 [trad.])[31]. Con esto, Łukasiewicz se podría estar refiriendo a que si en vez del carácter de función que se les da a las asignaciones de verdad —es decir, que a cada proposición se le asigna un único valor de verdad— se les diera un carácter relacional, en el que a cada proposición se le pudieran asignar simultáneamente dos —o más— valores de verdad, entonces sería viable que fueran simultáneamente verdaderas dos aseveraciones contradictorias y, por lo tanto, fuesen falsas sus respectivas negaciones, o sea la otra proposición respectivamente, de manera tal que ambas fueran al tiempo verdaderas y falsas.

---

[31] "(a') if one also accepts that the negation «A is not B» means the falsity of the affirmation «A is B», then the principle of contradiction is not to be deduced therefrom. The notion of *logical multiplication* is not contained in the definition of negation, respectively falsity, and it is this notion which directly bestows on the principle of contradiction its characteristic imprint. Two contradictory propositions cannot be true simultaneously (affirmation and negation: truth and falsity contain each other [*heben einander auf*]) and cannot both be characteristic of the same object. In terms of the definition of falsity or negation, however, it would still be possible to accept that the assertion «A is B» and «A is not B» hold at the same time in that they are both true and false at the same time." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 505s).

b) Si no se acepta la anterior posibilidad de designar una misma proposición a la vez como verdadera y falsa, entonces se puede tomar una delimitación más apropiada del concepto de falsedad, a saber, considerar que cuando se dice que una proposición es falsa se quiere decir que ella no representa nada objetivo. Esta definición se mantendría incluso si no valiera el principio de (no) contradicción, pues, entonces, si bien sería posible decir en ciertos casos que una cosa es y no es algo, siendo ambas representaciones de una situación objetiva, de todas formas una proposición como «A es B» seguiría siendo falsa, si en cierto caso concreto A de hecho no fuera B [32].

Finalmente, con relación a la posibilidad de dar una prueba del principio de (no) contradicción a partir de una investigación concreta, Łukasiewicz hace mención de la existencia de objetos contradictorios, como el caso de «el más grande de los números primos» o «el círculo cuadrado», que si bien hasta entonces sólo eran producto de construcciones humanas, de todas maneras podían ser estudiados, como lo había hecho Meinong en su teoría sobre los objetos. Este autor asumía que el principio de (no) contradicción sólo estaba dirigido a lo real y a lo posible, quedando abierto el espacio para que objetos imposibles resulta-

[32] "(b') Of course if one prefers rather to avoid designating one and the same proposition as true and false, another definition of falsity can be set up which is of much greater account than the usual definition in terms of the basic thought in the concept, in that it is much more carefully formulated. The basic notion of falsity is, namely, that false propositions are no representations of the objective, or —in other words— that false propositions correspond to nothing objective. If the principle of contradiction fails to hold now, there will be cases in which A is and is not B at the same time. Consequently, under these conditions the proposition «A is B» would be false, if A were not B and also contained *no contradiction*. The principle of contradiction can in no way be derived from this definition of falsity." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 505).

ran contradictorios[33]. Por otra parte, como lo había demostrado la aparición de las paradojas, tales como la de Russell, no se puede excluir la eventualidad de que construcciones que parecen consistentes contengan una contradicción escondida que no se ha descubierto aún (*cf. ibid.* p. 507).

A continuación presenta el lógico polaco un argumento muy agudo: al hablarse de contradicciones, hay que tener muy presente que éstas no se pueden «percibir» en la realidad, porque no es posible percibir la negación que les es inherente, pues toda percepción es de hechos dados, es decir de hechos afirmativos, y sólo a partir de ellos se llegan a aseverar negaciones, y de ahí se pueden llegar a inferir contradicciones. Hay una serie de percepciones que históricamente han llevado a inferir contradicciones, como es el caso del cambio continuo. Frente a ellas siempre se ha tratado de dar explicaciones que permitan solucionar las inconsistencias, pero esto no es suficiente para llegar a demostrar de forma definitiva que los objetos reales no contienen contradicciones en ningún sentido[34].

---

[33] Véase *Über die Stellung der Gegenstandstheorie im System der Wissenschaft* (Leipzig: 1907) p. 16 (citado en Łukasiewicz [1910] 1971: n. 14). En Rescher / Brandom 1980: p. 32s, se dice que Meinong lo que hizo fue distinguir entre objetos inconsistentes e imposibles; y que entre lo potencialmente posible hay que distinguir entre lo posible lógicamente y por tanto autoconsistente, de lo que era semánticamente posible, es decir, pensable, concebible o descriptivamente constructible. Una presentación general de la propuesta de Meinong está en un artículo cuyo original es de 1904, y que está traducido como Meinong, Alexius: "Teoría del Objeto", *Cuadernos de Crítica 13* (México: UNAM, 1981).

[34] "Actual objects and reconstructive abstractions, insofar as they correspond to reality, appear to be placed beyond contradiction. *In fact there is known to us no single case of contradiction existing in reality.* Indeed it is generally impossible to suppose that we might meet a contradiction in *perception*; the negation which inheres in contradictions is not at all perceptible [*wahrnehmbar*]. Actually existing contradictions could only be *inferred* [*erschlossen*]. –One might not forget, however, that from oldest times contradictions were suspected in the *continuous change* to which the entire world is ceaselessly subjected in constant becoming, arising, and passing away. Whether these suspicions can ever be confirmed seems to be improbable; one will always find ways and means

Es muy importante notar que, con este argumento, Łukasiewicz le da un vuelco radical a la forma como tradicionalmente se ha planteado el problema: a quien cuestiona el principio de (no) contradicción, los defensores de este principio suelen pedirle que muestre alguna contradicción en la realidad, y esto es tanto como pedir algo imposible, pues no existe un objeto que sea la negación de algo: sólo a partir de lo dado, *inferimos* su negación, y es en el evento en que infiramos algo, y también su opuesto, que *hallamos* contradicciones. Así, el lógico polaco invierte la carga de la prueba, pues ya no habría que mostrar un objeto contradictorio, sino exigirles a quienes alegan la universalidad del principio de no contradicción que muestren realmente que ningún objeto puede llevar a inferencias contradictorias.

Llegamos así al último apartado del artículo y, muy por el contrario de lo que se podría pensar, resulta que Łukasiewicz no ha hecho todo este desarrollo para rechazar el principio de (no) contradicción, sino para cambiar radicalmente el substrato que permite sustentarlo. La conclusión que presenta es la siguiente:

> El principio de [no] contradicción no tiene, ciertamente, mérito lógico, ya que sólo es válido como suposición [*als Annahme*]; pero, en tanto consecuencia, adquiere un *valor práctico-ético*, lo cual es aún más importante. El principio de [no] contradicción es el arma privilegiada contra el error y la falsedad. (*Ibid.* p. 508 [trad.])[35].

---

eventually to dismiss inferred contradictions. *But one will never be able to assert with full definiteness that actual objects contain no contradictions.* Man did not create the world and he is not in the position to penetrate its secrets; indeed, he is not even lord and master of his own conceptual creations." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 507s).

[35] "The principle of contradiction has, to be sure, no logical worth, since it is valid only as an assumption [*als Annahme*]; but as a consequence it acquires a *practical-ethical value*, which is all the more important. *The principle of contradiction is the sole weapon against error and falsehood.* Were we not to recognize this principle and hold joint assertion and denial to be possible, then we

Para el lógico polaco lo anterior se explica en la medida en que, si se sostiene que son posibles conjuntamente una afirmación y su negación, no habría entonces una forma de desvirtuar una afirmación falsa o una acusación fraudulenta, ya que demostrar que no se cometió algún hecho imputado no sería suficiente para desvirtuar la afirmación en contrario, pues ambas podrían ser tenidas por válidas[36].

Łukasiewicz agrega algo que es todavía más diciente: "la necesidad de admitir el principio de (no) contradicción es un signo de la incompletud intelectual y ética del hombre." (*Ibid.* p. 508 [trad.])[37]. Entonces, más que ante una determinación lógica u ontológica, estaríamos ante un criterio o idea regulativa, que se necesitaría por las características propias de la actividad humana.

Lo anterior no conlleva que para Łukasiewicz cambie en algo la desvirtuación del valor lógico del principio. Con esto lo que se está señalando es que el valor lógico y el práctico-ético son dos espacios independientes, a pesar de la tendencia que hay de unirlos, para tratar así de justificar lo práctico-ético a partir de la inevitabilidad de lo lógico. Incluso Łukasiewicz entrevé que Aristóteles habría percibido que el mayor peso estaría en el valor práctico-ético, por lo cual habría utilizado el principio de (no) contradicción para luchar con los que atentaban contra el valor

---

could not defend other proposition against false or deceitful propositions." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 508).

[36] "One falsely accused of murder could find no means to prove his innocence before the court. At most, he could only manage to prove that he had committed no murder; this negative truth cannot, however, remove its contradictory positive from the world, if the principle of contradiction fails. If just one witness is found who (not shirking from committing perjury) implicates the accused, his false assertion can in no way be contradicted and the defendant is irretrievably lost." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 508).

[37] "From this one sees that the necessity of recognizing the principle of contradiction is *a sign of intellectual and ethical incompleteness of man*. This fact, however, far more than anything else is in a position to call attention to and to justify our mistrust about the *logical* worth of this principle." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 508).

del trabajo sistemático a nivel científico y cultural, en una época marcada por la decadencia política (*cf. ibid.* p. 509). El artículo concluye conjeturando que incluso el mismo filósofo griego se habría dado cuenta de la debilidad de su argumento, por lo cual habría presentado el principio como "un axioma final, un dogma inatacable" (*ibid.* p. 509 [trad.])[38].

2.3. Críticas al artículo de Łukasiewicz

Hay una serie de aspectos que se han cuestionado en este artículo, tanto desde una perspectiva tradicional como desde una posición no clásica. En el primer sentido, Vernon Wedin, su traductor al inglés, al presentar el artículo en una nota larga (*cf. ibid.* p. 485s), hace varias críticas especialmente encaminadas a mostrar que los desarrollos posteriores de la lógica simbólica habrían desvirtuado completamente algunas afirmaciones de Łukasiewicz. Alude pues, por un lado, al manejo que se le dio desde 1910 a las paradojas lógicas, y por otro, a que el problema de la consistencia, asumido como un correlato metalógico del principio de (no) contradicción, sigue existiendo, incluso en los sistemas donde no existe el operador de negación, y en los que, por lo tanto, no hay ninguna formulación para dicho principio[39]. Sin embargo, también anota Wedin que Łukasiewicz en 1955, un año antes de morir, aún consideraba muy importantes estos

---

[38] "Hence, the Stagirite turns against the opponents of the principle with forceful language in which one can trace an internal fervor, against the eristic thinkers of Megara, the cynics of the school of Antisthenes, the disciples of Heraclitus, the partisans of Protagoras; and he battles with all them for a theoretical principle as if for personal goods. He might well have himself felt the weaknesses of his argument, and so he announced his principle a final *axiom*, an unassailable *dogma*." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 509).

[39] Esto es así, en la medida en que la consistencia se entienda como la existencia de una fórmula bien formada, que no sea deducible en el sistema. Esta es una definición dada por Hilbert, que se estudiará a medida que vayamos avanzando en los distintos momentos de esta problemática. Por ahora, es importante indicar que esta correlación es muy cuestionable, como iremos viendo. Uno de los cuestionamientos más enfáticos al respecto se presenta en Priest / Routley 1989: p. 64, n. 106.

planteamientos, pues estaba planeando hacer una versión inglesa del «estudio crítico» en polaco, base de este artículo.

Por otra parte, desde una posición radicalmente no clásica, tal como la de Priest y Routley, se ha criticado este artículo en virtud de que, al parecer de estos autores, sí se pueden observar contradicciones en el ámbito de los micro-objetos, y que, además, al percibir «objetos imposibles», como en el caso de los dibujos de Escher, no se requiere ningún tipo de percepción de una negación (*cf.* Priest / Routley 1989: p. 28). Además, rechazan los argumentos que da Łukasiewicz del valor práctico-ético, pues consideran que son argumentos del mismo tipo de los que históricamente se han dado para defender el principio de (no) contradicción a todos los niveles (*cf. ibid.* p. 29).

Se puede agregar, en mi concepto, que la justificación que Łukasiewicz da para el valor práctico-ético del principio de no contradicción, como requisito en los procesos judiciales para pasar de la prueba de no haber cometido un hecho ilícito a la anulación de la acusación, tiene varios problemas. Por un lado, desconoce la aplicación de la presunción de inocencia como base de todo proceso judicial; además, no tiene en cuenta que jurídicamente no son procedentes pruebas «negativas» (es decir, nunca se prueba que *no* se cometió un hecho imputado), puesto que lo que se exige es desvirtuar las pruebas que apoyan la acusación, bien sea por vicios intrínsecos, o bien aportando pruebas «positivas» contrarias.

2.4. La brecha abierta por Łukasiewicz

Más que ciertos puntos concretos del artículo, y más allá de las críticas que se le puedan hacer, lo fundamental de este texto radica —a mi parecer— en ser la primera vez que alrededor de la lógica simbólica se plantea la necesidad de hacer una revisión crítica del rechazo radical de cualquier contradicción. Con lo cual, Łukasiewicz abrió otra perspectiva frente al problema, inaugurando así una opción que desde entonces cada vez ha ido

tomando más cuerpo, como veremos a lo largo del presente estudio.

Así mismo, a nivel más concreto, este artículo contiene una puntualización que será un criterio fundamental para el desarrollo de lo que veremos de aquí en adelante. Ya antes se mencionó, pero ahora conviene citar el texto de Łukasiewicz:

> [...] quien rechaza el principio de [no] contradicción o quien demanda una prueba de él, seguramente no tiene que aceptar que *todo* es contradictorio, especialmente aquellos procesos y hechos que determinan los asuntos prácticos. (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 499 [trad.]).[40]

Se trata de una afirmación que parece intuitivamente muy acertada, pero que, en virtud de la lógica simbólica, pretenderá ser denegada —como veremos a continuación— y que, al ser rescatada por su discípulo Jaśkowski, ya no a nivel intuitivo sino formal, será el punto de articulación de toda la problemática: ¿Aceptar una contradicción implica aceptar que todo sea contradictorio?

[40] "However, he who denies the principle of contradiction or who demands a proof for it, surely does not need to accept that *everything* is contradictory, especially those processes and facts which determine practical affairs." (Łukasiewicz [1910] 1971: p. 499).

Capítulo II

LA LÓGICA IMAGINARIA DE VASILIEV

1. TRIÁNGULO DE OPOSICIONES

En la Universidad de Kasán, en Rusia, donde Lobachevsky había descubierto la posibilidad de construir un sistema geométrico negando el postulado de Euclides sobre las paralelas, surgió también la propuesta de revisar los principios fundamentales de la lógica aristotélica, para ver si todos eran necesarios o si, por el contrario, se podría desarrollar una lógica no aristotélica de forma análoga a como se estructuró la geometría no euclidiana. El autor de esta propuesta fue un joven médico, Nikolaj Alexándrovic Vasiliev[1], que comenzó a hablar sobre el tema en 1910, sin tener conocimiento de los planteamientos simultáneos que hacía Łukasiewicz. Este autor ruso sólo escribiría durante pocos años al respecto, aparentemente hasta ser nombrado profesor en dicha universidad después de la revolución de octubre (ver Comey 1965: p. 368).

Son cinco los escritos de Vasiliev sobre este tema[2], de los cuales dos son resúmenes (ver Arruda 1984: p. 472; Comey

---

[1] Sobre la transliteración de este apellido ruso hay distintas versiones: Vasiliev, según Church 1936 y Puga / da Costa 1988; Vasil'ev, según Kline 1965; Vasil'év, según Comey 1965 y Arruda 1977, 1979 y 1984; Vasilév, según Ferrater Mora 1982. He decidido optar por la primera opción por ser la adoptada en Arruda 1990, que es la publicación más reciente y rigurosa que he podido encontrar sobre los textos de Vasiliev.

[2] Estos textos fueron escritos en ruso (las referencias se darán en su momento) antes de la primera guerra mundial, excepto una corta comunicación en inglés al V Congreso Internacional de Filosofía (Nápoles 1924), reseñado en la

1965: p. 369s). En ellos hay planteamientos que resultan muy relevantes ya que, a diferencia de lo que había hecho Łukasiewicz, Vasiliev sí establece ahí unos parámetros básicos encaminados a articular una «nueva lógica no aristotélica».

Antes de abordar los textos, es importante anotar que los referentes de estudio de Vasiliev giran casi exclusivamente alrededor de la lógica silogística tradicional, aunque no desconoce el desarrollo —entonces reciente— de la lógica matemática. De hecho, estaba muy consciente de que en el siglo XIX se había refutado la inmovilidad de la lógica que Kant había diagnosticado, y se apoyó en eso que estaba pasando en lógica para pronosticar una superación de la lógica aristotélica (*cf.* Vasiliev [1913] *apud* Arruda 1990: p. 89s). Pero las referencias que al respecto hace son siempre muy genéricas, y nunca analizó ningún problema particular de la formalización de tipo matemático.

El título del primer texto, traducido, es el siguiente: "Sobre los juicios particulares, el triángulo de las oposiciones y la ley

---

Bibliografía de Church (1936) con el número 321.1 y que parece ser un resumen inconexo de alguno de los textos rusos (ver Kline 1965: p. 315s). No existe, hasta donde he podido investigar, ninguna traducción completa a otro idioma. Afortunadamente la profesora Arruda encargó una traducción al portugués a Edmundo e Ivone Braga, de la cual hace una selección bastante extensa y la incluye en Arruda 1979: p. 7-57, que será editada luego en forma de libro en Arruda 1990: p. 15-90. Ella, además, hizo un resumen completo de los tres textos fundamentales de Vasiliev en Arruda 1984. También George Kline escribió un artículo (1965) en el que trata de llamar la atención sobre la importancia de la obra de Vasiliev y su relación con las lógicas polivalentes. Aparte de eso se cuenta con una reseña (Comey 1965) sobre un artículo de V. A. Smirnov de 1962 acerca de lo escritos lógicos de Vasiliev, en el que se reconocerían los méritos que otro autor, K. A. Smirnov, habría negado al hacer una reseña, en 1911, sobre el primer escrito de Vasiliev. (*cf.* Comey 1965: p. 370).

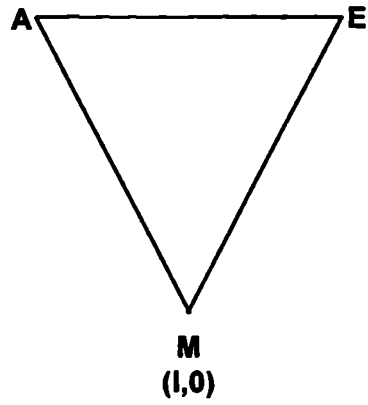
Así pues, como fuente «más directa», he tenido que usar la selección de Arruda, por ser la única disponible; además, debe tomarse en cuenta que han sido las investigaciones de la profesora brasileña las que han servido —directa o indirectamente— de fuente para los autores de la lógica paraconsistente (p.ej. ver Priest / Routley 1989: p. 65, n. 120).

del cuarto excluido"[3]. En él se hace un estudio crítico sobre la clasificación tradicional de los juicios, y su distinción según cantidad y cualidad a partir de la cual se construye el cuadro clásico de oposiciones entre cuatro tipos de juicios: universal afirmativo (A), universal negativo (E), particular afirmativo (I) y particular negativo (O). Considera Vasiliev que cuando se afirma «algún S es P» se pueden estar afirmando una de dos cosas distintas: o que algún *S*, pudiendo ser todo *S*, es *P*; o que solamente algún (no todo) *S* es *P* (*cf.* Vasiliev [1910] *apud* Arruda 1990: p. 18). Examinado con detenimiento el primer sentido, se ve que se trata de una proposición indefinida ya que realmente ni es particular, ni tampoco universal. Ahora bien, juicios de este tipo bien pueden ser útiles en las ciencias empíricas como la enunciación de un problema, pues al verificarse un caso particular queda abierta la posibilidad de que se verifique para todo el universo; sin embargo, resultan insuficientes al interior de una respuesta científica adecuada, en la medida en que para ser considerada como tal, se requiere haber establecido su rango de aplicación. En efecto, al decir que «algunos triángulos son equiláteros», se quiere decir que existen tanto unos triángulos que son equiláteros, como otros que no lo son, de modo que estos juicios particulares son tanto afirmativos como negativos, y la diferencia está sólo en lo que en cada uno se explicita. Vasiliev concluye entonces que se trata de un solo juicio, cuya formulación más adecuada sería «todo S o es o no es P», y propone llamarlo «juicio accidental», asignándole la letra M (*cf. ibid.* p. 22s). Sin embargo, aclara que es importante tener en cuenta que en este tipo de juicios se hace una apreciación sobre un concepto: con él se determina —por ejemplo— si al concepto de triángulo se le puede aplicar uno o varios predicados particulares. Es una situación muy diferente a cuando nos referimos a hechos, porque entonces se tendría que

[3] Conferencia leída en mayo de 1910 en la Universidad de Kasán y publicada así: "O častnyh suždéniáh, o tréugol'niké protivopolžnostéj, o zakoné isključënnogo četvërtogo", *Učënié zapiski Kazan'skogo Universitéta*: (1910) 42pp.

hablar de juicios singulares o juicios sobre grupos, y estos últimos a su vez podrían ser numéricamente determinados o indeterminados.

Como resultado del análisis anterior, el cuadrado de oposiciones clásicas —y sus distintas relaciones entre juicios contradictorios, contrarios y subalternos— se ve modificado en el caso de los juicios que tratan sobre predicados aplicables a determinados conceptos. Resulta entonces un esquema de oposiciones entre tres tipos de juicios contrarios, de la siguiente forma (*cf. ibid.* p. 32):



En este «triángulo de oposiciones», los miembros de cada una de las tres parejas (A-E, A-M, E-M) no pueden ser ambos verdaderos, pero sí ambos falsos, en la medida en que uno de los tres juicios, y sólo uno, puede ser verdadero. No existiría una cuarta posibilidad, por lo cual Vasiliev articula lo que llama «ley del cuarto excluido», en los siguientes términos:

> En relación a cada concepto, tomándose un objeto y cualquier predicado, podemos formar tres diferentes juicios: uno sobre la necesidad del predicado para el objeto dado, otro sobre la imposibilidad, y un tercero sobre la posibilidad; uno de estos juicios

será verdadero y no se puede formar un cuarto. (*Apud ibid.* p. 35 [trad.])[4].

Ahora bien, esta ley no se aplica a juicios sobre hechos, pues para ellos se mantiene, como se ha postulado desde Aristóteles, la ley del tercero excluido: no existe nada intermedio a una contradicción, pues es necesario que un predicado cualquiera se afirme o se niegue de un sujeto (*cf. Metafísica* Γ 1011, b23-24). Ante esta situación, Vasiliev concluye que esta ley tradicional, si bien es muy importante, no expresa una necesidad del pensamiento independiente del objeto tratado, pues en el caso de los juicios sobre conceptos se puede pensar una tercera posibilidad, como se ha mostrado, excluyéndose una cuarta.

Este artículo contiene un análisis bastante rudimentario, teniendo en cuenta que ya desde 1879 se había desarrollado la teoría sobre cuantificadores y funciones proposicionales por Frege y también por Peirce. Sin embargo, muestra una preocupación por revisar los principios lógicos que durante tantos siglos se habían planteado como incuestionables; proyectándose esta revisión no sólo a nivel de forma —como era frecuente en esa época— sino especialmente en relación con su contenido. De hecho, en este primer artículo Vasiliev sólo problematiza el principio del tercero excluido, manteniendo los otros principios

---

[4] "*Relativamente a cada conceito, tomando-se um objeto e qualquer predicado, podemos formar três diferentes juízos: um sobre a necessidade do predicado para o dado objeto, outro sobre a impossibilidade e, ainda, um terceiro sobre a possibilidade. Um desses três juízos será verdadeiro e não poderá ser formado um quarto.*

Pode-se ainda dar outra formulação a esta lei:

De três juícios, afirmativos, negativo e acidental, somente um pode ser verdadeiro e não se pode formar um quarto.

E, finalmente, a terceira formulação dessa lei:

Cada predicado relaciona-se com cada conceito de tal modo que ou ele é intrínsenco ao mesmo como proprium, *ou ele é intrínseco como* accidens *ou, em general, ele não é intrínseco, mas uma quarta possibilidade não existe.*

Não é difícil ver que esta lei do quarto excluído é um simples corolário do nosso triângulo das oposições." (Vasiliev [1910] *apud* Arruda 1990: p. 35s).

lógicos; pero ya esto abrió una perspectiva crítica, y su radicalización no se hará esperar.

2. LÓGICA NO ARISTOTÉLICA

Al año siguiente aparece el resumen de una conferencia[5], que es el origen —presumiblemente— del artículo que publicará en 1912, cuyo título se puede traducir como "Lógica imaginaria (no aristotélica)"[6]. Este texto es —a mi parecer— el más importante de Vasiliev. Ya desde su presentación es muy diciente: "El objetivo del presente artículo es mostrar la posibilidad de la existencia de otra lógica y de otras operaciones lógicas diferentes de aquellas que usamos; es mostrar que nuestra lógica aristotélica es solamente uno de los muchos sistemas lógicos posibles." (Vasiliev [1912] *apud* Arruda 1990: p. 37 [trad.])[7]. El punto de partida es que, de manera semejante a como, al suprimirse el postulado de las paralelas, se desarrolló una geometría no euclidiana —que entonces se pensaba que no era aplicable a nuestro mundo—, se puede igualmente postular que "la lógica no aristotélica es una lógica sin la ley de la (no) contradicción." (*Apud ibid.* p. 38 [trad.]). Para Vasiliev, el que nuestra lógica sea no contradictoria, no impide pensar que se pueda desarrollar una lógica sin incluir esta restricción, al igual que el usar un lenguaje no impide pensar que existan otras formas de comunicarse en contextos diferentes. En este sentido afirma: "Es totalmente racional el hecho de que puedan existir sistemas de pensamiento

---

[5] "Voobražaémaá logika: konspékt lektsii" (1911) 6pp.

[6] "Voobražaémaá (néaristotéléva) logika", *Žurnal Ministérstva Narodnago Prosvěščéniá* vol. 40 (1912) p. 207-246. [Bibl. Church (1938) núm. 321.0.*1*].

[7] "O objetivo do presente artigo é mostrar a possibilidade de existência de uma outra lógica e de outras operações lógicas diferentes daquelas que usamos; é mostrar que nossa lógica Aristotélica e somente um dos muitos sistemas lógicos possíveis. Esta nova lógica não será uma nova formulação da antiga lógica; ela diferenciar-se-á não somente pela formulação, mas, também, pelo própio alcance das operações lógicas. Esta será uma «nova lógica» e não apenas uma nova formulação da lógica." (Vasiliev [1912] *apud* Arruda 1990: p. 37).

lógico y operaciones lógicas completamente diferentes de las nuestras." (*Apud ibid.* p. 39 [trad.]). Esto es así en la medida en que la lógica se construye a partir de varios principios y/o axiomas independientes, por lo que una opción «racional» es eliminar algunos, abriendo así la posibilidad de construir nuevos sistemas lógicos.

Veamos cuáles son las razones que lo llevan a plantear que el principio de (no) contradicción puede ser suspendido. Parte de considerar que este principio postula la incompatibilidad entre una afirmación y su negación: "A no puede ser no-A", asumiendo que la negación "es todo aquello que es incompatible con la afirmación" (*apud ibid.* p. 43 [trad.]). Cuando decimos que algo es «no azul», lo que hemos visto es cualquier otro color y lo asumimos incompatible con el azul. "En el conocimiento no existen funciones negativas. «No ver alguna cosa» significa ver alguna otra cosa, [...]" (*apud ibid.* p. 44 [trad.])[8].

Como se puede ver, Vasiliev ha llegado a la misma constatación que antes había hecho Łukasiewicz con respecto a las «percepciones negativas», aunque aquí la definición de negación es diferente y aparentemente opuesta a la que vimos que presentaba el lógico polaco, en la medida en que él afirmaba que el principio de (no) contradicción no se tenía que vincular a la definición de negación, y aquí no se los está vinculando. Para Vasiliev, la negación no se puede fundamentar en la ausencia de un predi-

[8] "Com relaçao à ausência é necessário notar o seguinte. Todas as expressões: «o sinal está ausente», «eu não vejo o sinal», «eu não ouço a palavra», são profundamente imprecisas. É impossível «não ver», «não ouvir». No conhecimento não existem funções negativas. «Não ver alguma coisa» significa ver alguma outra coisa, ou então ouvir, sentir algo determinado. «Eu não vejo, eu não percebo o predicado dado», «o predicado não existe», são todas expressões que significam que eu percebo alguma outra coisa e comparo esta outra coisa com o predicado dado. Constatando a diferença entre aquilo que eu vi e o predicado dado, então eu posso dizer «eu não vejo, não percebo o predicado dado». ... *De modo geral, é possível afirmar que o único fundamento para a negação é a incompatibilidade.*" (Vasiliev [1912] *apud* Arruda 1990: p. 44).

cado, porque a través de la percepción no podemos asegurarnos de la ausencia de un predicado (*cf. ibid.* p. 43)[9]. Sin embargo, si se examinan con más detalle, se ve que ambas definiciones no resultan ser muy diferentes. Para Vasiliev nuestros juicios negativos del tipo «S no es P» incluyen dos etapas: una primera *formal* en la cual se expresa la falsedad del juicio afirmativo «S es P», y una segunda *material* en la cual se parte de la incompatibilidad de dos predicados «M es incompatible con P», se pasa por «S es M», y se concluye que «S no es P» (*cf.* Arruda 1984: p. 477); esto constituiría un silogismo como, por ejemplo, el siguiente: la nieve es blanca, el blanco no es compatible con el rojo, por lo tanto, la nieve no es roja. La primera etapa corresponde a la definición de Łukasiewicz —citada en su momento—, surgiendo la diferencia en la etapa material, porque Vasiliev incluye en la definición de negación la apreciación de incompatibilidad y con ello incorpora el principio de (no) contradicción, pues es en virtud de él que se asume que dos predicados contradictorios no se pueden dar simultáneamente.

La conclusión de Vasiliev es la siguiente:

> La ley de la [no] contradicción expresa la incompatibilidad de la afirmación con la negación, y la negación es aquello que es incompatible con la afirmación. Esto torna claro que la ley de la

[9] "*Exatamente assim, também é impossível fundamentar a negação na simples ausência do predicado.* Qual o significado de: «dado objeto A não possui o predicado B?» Não podemos saber o significado disso de modo imediato, pois não temos a sensação de ausência, não temos meios diretos para, através da percepção, assegurarmo-nos da ausência de predicados. Podemos nos assegurar disso apenas de uma maneira mediata, comparando a nossa percepção, ou a maneira pela qual o objeto se apresenta, com o predicado B. *Contudo, a simples ausência do predicado B na minha percepção, ou na apresentação do objeto A, não pode servir de fundamento lógico para o juízo negativo.*" (Vasiliev [1912] *apud* Arruda 1990: p. 43s).

> [no] contradicción se encuentra ya en la definición de la negación. (*Apud* Arruda 1990: p. 45s [trad.])[10].

Esto no parece ser lo suficientemente consecuente con la distinción que antes se ha hecho: se presenta aquí como si hubiera una codeterminación; sin embargo, siguiendo el análisis previo se trataría más bien de una cadena, pues al distinguirse las dos etapas de la «negación», el principio de (no) contradicción se ubicaría entre ambas etapas. De manera tal que, cuando se hace una negación, se tendría que pasar por la no contradicción, lo cual no lleva a la conclusión de Vasiliev en el sentido de que "la ley de la contradicción es una consecuencia de la negación" (*apud ibid.* p. 28 [trad.]). Łukasiewicz, a mi parecer, fue más certero al rechazar, con un desarrollo similar, esta conclusión. No obstante, esta diferencia no afecta en nada el resultado, el cual —como veremos a continuación— será el mismo.

En efecto, Vasiliev nos invita a pensar en un mundo donde la negación no se dé como parte del proceso planteado, sino que tanto los juicios positivos como los juicios negativos sean instantáneos. En esta situación sería factible que sobre un objeto determinado se emitieran ambos juicios simultáneamente, pues ya

---

[10] "Agora é necessário fazer um resumo. A lei da contradição expressa a incompatibilidade da afirmação com a negação, e a negação é aquilo que é incompatível com a afirmação. *Isto torna claro que a lei da contradição já se encontra na defição de negação.* Não é difícil ver porque a lei da contradição não pode ser violada na nossa lógica. Se alguma vez a afirmação A coincidisse com a sua negação B, não reconheceríamos uma violação da lei da contradição, mas concluiríamos que incorretamente chamamos B de negação de A. Pois a negação, conforme sua definição, é aquilo que é incompatível, que não pode coincidir com a afirmação. A lei da contradição é real assim como é real a verdade segundo a qual a Terra gira em torno de seu eixo durante um dia. Tanto faz que a rotação da Terra se realize mais rapidamente ou mais vagarosamente, ela realizar-se-á durante um dia, já que chamamos de dia precisamente o tempo de rotação da Terra em torno do seu eixo.

Contudo, a rotação da Terra em torno de seu eixo durante um dia e a lei da contradição não são simples tautologias. Elas pressupõem, respectivamente, o fato da Terra girar em torno de seu eixo e a existência de predicados incompatíveis..." (Vasiliev [1912] *apud* Arruda 1990: p. 45s).

no existiría la incompatibilidad que establece el principio de (no) contradicción en el proceso de negación. Entonces, ya no se podría usar la lógica aristotélica, sino tendría que pensarse en una lógica diferente para este mundo particular, y por eso la presenta como una «lógica imaginaria». Esto no acarrearía, para el autor ruso, el caos lógico, pues considera que normalmente se confunde la ley de (no) contradicción con una ley que es aún más básica, y que se puede denominar «la ley de la diferencia absoluta entre la verdad y la falsedad»: "un mismo juicio no puede ser simultáneamente verdadero y falso." (*Apud ibid.* p. 48 [trad.]). Esta sí es una ley que no se puede pretermitir, en ningún caso, puesto que "quien pasara a confundir la verdad con la falsedad, dejaría de razonar lógicamente" (*apud ibid.* p. 48 [trad.])[11]. Mientras el principio de (no) contradicción se refiere al mundo, ésta es una norma que tiene un contenido subjetivo, por lo cual se la podría llamar análogamente «la ley de la no autocontradicción».

En este contexto, vuelven a aparecer los juicios indiferentes, pues en caso de que en este mundo imaginario exista un hecho que permita emitir un juicio afirmativo y simultáneamente un hecho contrario que fundamente el juicio negativo, entonces resultaría falso sostener sólo uno de los dos; también sería equivocado afirmar la verdad de ambos al mismo tiempo por separado, pues en este caso estaríamos incurriendo en una autocontradicción. Lo acertado, entonces, sería afirmar que «S es y no es P simultáneamente» (*cf. ibid.* p. 50). De este modo, y dependiendo de cada situación concreta, podría ser cierto o el juicio afirmativo, o el juicio negativo, o este juicio indiferente, excluyéndose una cuarta posibilidad, con lo que aparece, una vez más, la ley del cuarto excluido.

---

[11] Arruda 1984: p. 477 lo traduce así al inglés: "Because if someone eliminates this law, he will be making a confusion between truth and falsity, and consequently he is not thinking logically". Cita la p. 217 de Vasiliev 1912.

De manera semejante a como se habla de espacios de diferentes dimensiones, se puede decir que la lógica habitual (aristotélica) es de dos dimensiones, y que la imaginaria propuesta por Vasiliev sería de tres dimensiones. Esto se puede extender, de manera semejante, a una cuarta, o a una quinta, posibilidad de juicios —y así sucesivamente—, pudiendo generalizarse hasta postular una lógica de enésimo orden, donde se excluiría un juicio del orden n+1 por una «ley especial del n+1 excluido» (*cf. ibid.* p. 58 [trad.]).

Al igual que la geometría no euclidiana de Lobachevsky puede ser interpretada como la geometría de una superficie tridimensional con una curvatura negativa constante, acorde a la sugerencia de Beltrami, Vasiliev intenta mostrar que la lógica imaginaria se puede interpretar de diversas maneras. La primera interpretación sería la lógica de los conceptos, como se había perfilado en el artículo anterior. También se la puede ver como una lógica de la diferencia y la semejanza, pues aparte de los casos extremos en que haya una total semejanza o diferencia, entre ellos estaría el caso de que algo fuera simultáneamente semejante y diferente a otra cosa. En esta línea se podría pensar en diferenciar la negación común de la negación absoluta; en el primer caso, cuando se dice, por ejemplo, que el «perro *no* es hombre», se le estarían negando al perro características propias del hombre, aunque es claro que existen características comunes como la de ser mamíferos; en cambio, mediante la segunda, a un objeto se le negarían tajantemente todas las características de otro. En esta interpretación existirían entonces tres tipos de juicios: el afirmativo, el relativamente negativo y el absolutamente negativo[12].

[12] Esta interpretación está sugerida en Vasiliev [1912], apud Arruda 1990: p. 62ss, pero ahí no se da ningún ejemplo. En Arruda 1984: p. 480 se presenta el ejemplo que se ha mencionado; aunque es Kline quien analiza más a cabalidad esta propuesta en los siguiente términos:

Desafortunadamente éstas son las únicas indicaciones que da el autor ruso sobre cómo desarrollar su lógica imaginaria, y, si bien asume que ésta podría articularse utilizando un «sistema completo y cerrado» de reglas lógicas, no aborda esta tarea, pues considera que por ahora su problema ha sido "apenas mostrar el método utilizado en la edificación de la lógica imaginaria." (*Apud* Arruda 1990 p. 59 [trad.])[13]. Pasarían varias décadas hasta

---

"The distinction is as follows (I have slightly formalized Vasil'ev's argument, introducing an arbitrary notation for absolute [$\bar{A}$] and relative [$\sim$A] negation, but have added nothing essential).

Assume that concept A includes properties $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Then

(a) The absolute negation of A is formed by the *conjunction* of the negations of all of these properties: $\bar{A} = \sim p_1 . \sim p_2 . \ldots . \sim p_n$

(b) The relative negation of A is formed by the *alternation* of the negations of all of these properties: $\sim A = \sim p_1 \vee \sim p_2 \vee \ldots \vee \sim p_n$

Vasil'ev claims that (b) reproduces the «ordinary» sense of negation." (Kline 1965: p. 322s).

Pero Kline tampoco da ningún ejemplo, limitándose a decir que Vasiliev no ha considerado que si la disyunción es tomada como no exclusiva, entonces pueden coincidir la negación absoluta con la relativa, y si en cambio se usa la disyunción exclusiva, entonces resultaría muy debilitado el concepto de negación relativa. Por estas razones este autor afirma que es preferible la distinción de Post entre falsedad completa y falsedad incompleta.

Ahora, examinada con cierto detenimiento, la propuesta de Vasiliev no parece tener mucho sentido si no se le hacen ciertas restricciones, porque se ve cómo se puede poner dos cosas a tal nivel de oposición que no posean una propiedad o característica común. Dos entidades sólo se pueden comparar en la medida en que tengan algo que las equipare. Para darle un sentido a esta propuesta habría que hablar de negación absoluta dentro de un determinado espectro de realidad. Por ejemplo, se podría decir que el blanco es la negación absoluta del negro en cuanto color, entendiéndose que ambos comparten el ser color, y lo que es inherente al ser color, pero sólo eso; no sucede lo mismo con el verde y el violeta, que comparten el azul como componente.

[13] "É evidente que a lógica imaginária não se limita ao que foi exposto. O seu conteúdo estende-se tanto quanto o conteúdo da nossa lógica... Pode-se formular a lógica imaginária como un sistema completo e fechado de reglas lógicas, como na nossa. Contudo, não importunaremos o leitor com isto. Nosso objetivo aqui não tem em absoluto a finalidade de dar um sistema à lógica imaginária; isto constitui problema de otro tipo. Nosso objetivo é apenas mostrar o método usado na edificação da lógica imaginária. Para isto, é suficiente aquele pouco

que el problema de darle una estructura formal fuera asumido por los creadores de la lógica paraconsistente, que —entre muchas otras cosas— han desarrollado sistemas axiomático-deductivos para la lógica imaginaria de Vasiliev[14].

Todo parece indicar que lo que realmente le interesaba a Vasiliev era establecer el estatuto de las leyes y principios lógicos, pues estaba convencido de que lo que usualmente se conoce como «lógica» está lleno de elementos empíricos, y por tanto, en la medida en que puedan cambiar las condiciones empíricas, podrían cambiar también los principios lógicos. Sin embargo, él consideraba que existe también un ámbito supra-experimental constituido por las formas del juicio y de la deducción, las cuales "constituirían funciones de nuestra razón, pues en la naturaleza existen objetos o sensaciones, como se quiera, mientras que no existen juicios y deducciones." (*Apud ibid.* p. 65 [trad.]). Y si bien se puede desarrollar una pluralidad de lógicas atinentes a los diversos «mundos», ellas deberán tener algo general que sea común a todas; Vasiliev decide llamar «metalógica» a ese núcleo común, en analogía con el termino «metafísica»[15].

---

de conteúdo da lógica imaginária já exposto." (Vasiliev [1912] *apud* Arruda 1990: p. 59).

[14] Arruda en su artículo "On the Imaginary Logic of N.A. Vasil'év" (1977) desarrolla los cálculos proposicionales V1, V2, V3 donde se presentan dos tipos de negaciones: lógica y ontológica. Siguiendo esta línea y asumiendo una negación *de dicto* y otra *de re*, en un artículo con el mismo título, Puga y da Costa (1988) desarrollan el cálculo proposicional V y el cálculo de predicados V*.

[15] "Os mundos podem ser muitos, contudo a essência da existência é uma só —esta é a premissa da metafísica. As lógicas podem ser muitas, contudo todas elas têm o que é geral e único —a metalógica. Esta é a ciência da parte formal do pensamento, é a ciência do pensamento e prescinde de qualquer conteúdo do pensamento.

Logo, só a metalógica é uma lógica formal. A nossa assim chamada lógica formal, em essência, não o é, já que ela não prescinde, em absoluto, do conteúdo do pensamiento. Assim, em particular, a lei da contradição é um princípio material. Assim, devemos diferenciar rigidamente a metalógica da lógica empírica." (Vasiliev [1912] *apud* Arruda 1990: p. 66).

3. METALÓGICA

En su siguiente artículo el autor ruso decide abordar de lleno este tema y tratar la relación entre "Lógica y metalógica"[16]. Comienza, en cierta medida, recogiendo sus escritos anteriores, con la afirmación de que "nuestra lógica se caracteriza por el hecho de ser semi-empírica y semi-racional." (Vasiliev [1913] *apud* Arruda 1990: p. 70 [trad.]). El argumento fundamental es que hay algunas verdades lógicas que son absolutas, como las leyes del juicio y del raciocinio, mientras otras no lo son, como el principio de (no) contradicción[17]. En esta línea propone, como método de distinción, ver si el elemento o principio examinado puede o no puede ser sustituido por otros, y en caso de que sí se pueda, se trataría entonces de algo empírico, pues "todo lo que es racional no puede ser excluido de la lógica" (*apud ibid.* p. 77 [trad.]). Propone entonces un silogismo en el que la premisa mayor es el enunciado anterior, la premisa menor estaría conformada por «ciertas leyes de la lógica pueden ser omitidas», y por tanto la

---

[16] "Logika i métalogika", *Logos* vol. 2-3 (1913) p. 53-81. [Bibl. Church (1938) núm. 321.*0.2.*]

[17] Resume el argumento sobre la posibilidad de que en otros mundo tengan cabida contradicciones, de la siguiente manera:

"Suponhamos um mundo repleto de contradições, onde estas formulassem um tipo de conhecimento, e onde fossem deduzidas; por acaso tal conhecimento não seria lógico? Acaso não seria lógico o raciocínio de Hegel em sua grande dialética da contradição?...

E o que sabemos nós sobre os fundamentos do mundo a fim de negar que ele seja uma realização de contradições? A lei da contradíção é uma lei da lógica terrestre, com sua ajuda analisamos nossas relações terrestres e não encontramos coisas contradictórias em parte alguma. Contudo, por que não supor, no universo infinito no espaço e ilimitado em sua variedade, mundos onde realmente existissem coisas contradictórias? Como se pode saber alguma coisa sobre o desonhecido; saber, por exemplo, que lá não há contradição? Se, nesses mundos, a contradição fosse conhecida por uma inteligencia, então ela se ajustaria à sua lógica —isto é, à possibilidade de juízo e raciocínio em presença das contradições desses mundos— assim como a ausência de contradições em nosso mundo se adapta à nossa lógica." (Vasiliev [1913] *apud* Arruda 1990: p. 75).

conclusión vendría a ser: «ciertas leyes de la lógica no son racionales». Para probar esto basta mostrar que alguna ley lógica puede ser omitida; con este fin vuelve sobre el principio de (no) contradicción y la posibilidad de excluirlo en un mundo imaginario donde, a pesar de esto, se puede preservar la posibilidad de hacer juicios y raciocinios correctos, para lo cual invoca la lógica imaginaria que antes había presentado. Con esto busca mostrar que si quitamos todos los elementos empíricos de la lógica, queda aún la «lógica racional», que sería precisamente lo que antes designó como «metalógica» (*cf. ibid.* p. 82).

En seguida, anota que los juicios negativos son una forma de excluir el error, en la medida en que lo que hacen es, o bien afirmar que «S es no-P», o bien que «S no es P», lo que equivale a aseverar que sería falso decir que «S es P»; y en ambos casos, según Vasiliev, lo que se da es una forma imperfecta de conocimiento, que podría ser sustituida por un conjunto conformado sólo por juicios afirmativos ciertos. Así pues, en la medida en que los juicios negativos tienen que ser excluidos de este hipotético conocimiento «perfecto», no pueden hacer parte de la metalógica[18].

Juntando todo lo anterior, el autor llega a la conclusión de que el término «lógica» puede tener sentidos diferentes:

> 1) Metalógica, con una única forma de juicio —afirmativo— y con la ley del segundo excluido.
>
> 2) Nuestra lógica empírica, con dos formas de juicio —afirmativo y negativo— y con la ley del tercero excluido.

---

[18] Con esta explicación, amparado en el texto de Vasiliev (*apud.* Arruda 1990: p. 84ss), me separo de la interpretación que hace la profesora Arruda de la exclusión de los juicios negativos; ella dice: "According to us, the only way to understand these statements is the following: negative judgements presuppose knowledge because of its material aspect; and negative judgements may be considered as affirmative judgements because of the formal aspect of them. Since metalogic is a formal logic, it should deal only with affirmative judgements. Consequently, the only aspect of negative judgements that is important for metalogic is the formal aspect." (Arruda 1984: p. 482).

> 3) La lógica imaginaria, con tres formas de juicio —afirmativo, negativo e indiferente— y con la ley del cuarto excluido. (*Apud ibid.* p. 87 [trad.])[19].

De tal manera que, a partir de cada estrato, es posible construir el siguiente, y esto podría ser ampliado a cualquier «lógica» con un número *n* de formas de juicio, y un principio del *n+1* excluido, como se vio antes.

Ya hacia el final, Vasiliev aclara el significado de su investigación. Afirma que, a nivel lógico, ha querido establecer un método de análisis de las leyes del pensamiento, en el cual se muestre cuáles son los axiomas y postulados fundamentales, y de qué modo depende de ellos todo el andamiaje lógico, para que así la lógica adquiera una estructura demostrativa rigurosa similar a la de las matemáticas. Con esto, Vasiliev, está totalmente a tono con su tiempo, con la única diferencia, probablemente perjudicial, de no utilizar las poderosas herramientas que ya para entonces había desarrollado la lógica matemática. No obstante, su propuesta tiene una peculiaridad que es importante resaltar: bosquejó que, partiendo del estudio de las distintas lógicas, la «ciencia lógica» podría desarrollar un método comparativo-experimental análogo al de las ciencias naturales. En efecto, a un nivel por él denominado «gnoseológico», el procedimiento pro-

---

[19] "A metalógica possui uma única forma de juizó e, conseqüentemente, uma lei do segundo excluído, correspondiente à lei da perfeição do conhecimiento, da impossibilidade de erro.

Vamos esclarecer três diferentes conceitos de lógica:

1) A metalógica, com uma única forma de juízo —afirmativo— e com a lei do segundo excluido.

2) A nossa lógica empírica, com duas formas de juízo —afirmativo e negativo— e com a lei do terceiro excluído.

3) A lógica imaginária, com três formas de juízos —afirmativo, negativo e indiferente— e com a lei do quarto excluído.

Com ajuda da metalógica é possível elaborar todo o conteúdo da nossa lógica empírica, com auxílio da lógica empírica é possivel elaborar um mundo estranho a ela, a lógica imaginária." (Vasiliev [1913] *apud* Arruda 1990: p. 86s).

puesto busca determinar cuáles son los elementos puramente racionales, y por tanto obligatorios, para toda investigación, de modo que, al precisarse la metalógica, se estarían estableciendo las bases de cualquier otra articulación racional, por lo cual la metalógica se convertiría en prioritaria frente a cualquier otra «ciencia filosófica»[20].

Tratando de englobar los planteamientos de Vasiliev, se puede decir que él trata de aflojar el nudo que históricamente se había hecho entre lo descriptivo y lo preceptivo en lógica. Propugna, de un lado, por ampliar el ámbito descriptivo de la lógica para incluir en él una pluralidad de sistemas lógicos, incluso hasta albergar, además de la tradicional lógica deductiva, la lógica inductiva; y del otro, busca reducir el ámbito preceptivo de la lógica, restringiendo las leyes o principios hasta el punto de mantener únicamente aquellos que se muestran como insustituibles, que, según Vasiliev, serían: la ley de la diferencia absoluta entre verdad y falsedad (o también de no autocontradicción), la ley de la inmutabilidad en el significado de los términos (o principio de identidad) y la ley general del raciocinio, o sea el principio de razón suficiente (*cf. ibid.* p. 80). En suma, buscando el centro mínimo de la «racionalidad», Vasiliev esperaba ampliar las fronteras de lo racionalizable.

---

[20] "Justamente aí está o significado gnoseológico. Essas investigações [las comparativas entre logicas] devem establecer os elementos empíricos da lógica, e para isso temos que destacar os puramente racionais e obrigatórios para toda investigação, principalmente para a filosófica. Elas devem gerar a lógica que poderia ser usada pelos filósofos de modo totalmente seguro. A metalógica é a lógica da metafísica e da gnoseologia. Neste sentido, ela tem prioridade em relação à gnoseologia, tem prioridade em relação a qualquer ciência filosófica, é assim a primeira filosofia.

Contudo, sobre isto seria necessário falar mais detalhadamente e, então, esclarecer a ligação com as inúmeras questões da filosofia e da gnoseologia." (Vasiliev [1913] *apud* Arruda 1990: p. 88). [En Arruda 1984: p. 483 está traducida al inglés casi toda esta cita].

Capítulo III
PRIMERAS LÓGICAS POLIVALENTES

1. SISTEMA TRIVALENTE DE ŁUKASIEWICZ

Después del artículo que estudiamos, Łukasiewicz siguió investigando sobre el tema, pero orientándose más hacia el sustrato teórico y el designio filosófico que puede tener que cuestionar principios tan básicos como el de no contradicción.

En 1912 publica un artículo que en español se conoce como "Elementos creativos en la ciencia"[1] encaminado a mostrar que la actividad científica no está completamente determinada por el descubrimiento de la «verdad» como objeto, pues a su parecer el objetivo de la ciencia tiene que ser realizar síntesis "que satisfagan necesidades intelectuales comunes a toda la humanidad." (Łukasiewicz [1912] 1975: p. 35). En estas síntesis se han de incluir tanto elementos reconstructivos de los hechos, así como elementos constructivos, que no tienen que tener una correspondencia «objetiva»; estos últimos elementos son los que asemejan la ciencia al arte en cuanto actividad creativa. En virtud de esto se afirma que: "La creatividad poética no difiere de la creatividad científica en que encierre mayor cantidad de fantasía. [...] Pero el científico difiere del poeta en que, en todo tiempo y lugar, *razona*." (*Ibid.* p. 35).

---

[1] "O twórczości w nauce", *Ksiega pamiatkowa ku uczczeniu 250 rocznicy założenia Uniwersytetu Lwowskiego* (Lwów: 1912), p. 1-15. Traducido al inglés en Łukasiewicz 1970: p. 1-15. Y este texto a su vez fue traducido al español por Deaño en Łukasiewicz 1975: p. 23-36.

En este contexto, refiriéndose a su estudio sobre la contradicción en Aristóteles, dice haber intentado demostrar "que no podemos tener la seguridad de que los objetos reales estén sometidos al principio de [no] contradicción"[2], por lo cual éste se ubicaría en el ámbito de "las construcciones mentales a priori, que están contenidas en toda síntesis, [que] empapan la ciencia entera de un elemento ideal y creativo." (*Ibid.* p. 34). Esta posición resulta opuesta a la de Vasiliev en la medida en que aquí se está planteando que el principio de no contradicción no está determinado ontológicamente, sino que más bien hace parte de las construcciones que hacemos los seres humanos para entender el mundo.

En 1918 dicta en Varsovia una "Lección de despedida"[3], en la que ofrece una recapitulación de su trabajo investigativo, donde hace algunos planteamientos que aquí resultan relevantes. Lo primero que dice es: "He declarado una guerra espiritual en contra de toda coerción que restrinja la libre actividad creativa del hombre." (Łukasiewicz [1918] 1975: p. 37). Y agrega que existen dos clases de coerción: la física, bien sea externa o interna, y la lógica; de ellas la segunda es más fuerte, pues suele plantearse que no hay fuerza ni física ni intelectual que pueda vencer los principios lógicos y matemáticos. El origen de esto

---

[2] Esto está en una nota después de este texto:

"La lógica, junto con la matemática, se puede comparar a una fina red que se arroja al inmenso abismo de los fenómenos para obtener esas perlas que son las síntesis científicas. Es un *instrumento* poderoso de investigación, pero sólo un instrumento. Los juicios lógicos y matemáticos sólo son verdades en el mundo de las entidades ideales. Probablemente nunca sabremos si estas entidades tienen sus correspondencias en algunos objetos reales." (Łukasiewicz [1912] 1975: p. 34).

[3] Se despide de sus alumnos para irse a trabajar en el Ministerio de Educación y Culto del recién independizado estado polaco. Pero poco duró ahí, porque ya en 1920 estaba de vuelta en la U. de Varsovia (*cf.* Ferrater Mora 1982: p. 2048).

Este texto está en Łukasiewicz 1970: p. 84-86. Traducido al español en Łukasiewicz 1975: p. 37-40.

habría sido "la aparición de la lógica de Aristóteles y la geometría de Euclides" (*ibid.*), y desde entonces, según Łukasiewicz, se ha desarrollado una concepción del mundo según la cual todos los eventos están interconectados causalmente, de manera tal que "se siguen los unos de los otros como teoremas de una teoría científica" (*ibid.*), donde todo lo que existe está regido de antemano por leyes. No queda, entonces, más espacio para el desarrollo de la creatividad humana que el arte, lo cual, afirma el autor, lleva a una situación en la que "la mente creativa se subleva contra esta concepción de la ciencia, del universo y de la vida." (*Ibid.* p. 38). Frente a esto el científico que quiera desarrollar su capacidad creativa, rechazando también el escepticismo, tendrá que "vérselas con el concepto de ciencia basado en la lógica aristotélica." (*Ibid.* p. 38).

Estamos ante una visión de conjunto que expone la justificación de lo que el lógico polaco inició al cuestionar el principio de no contradicción, pues sin duda este principio es un eje de la lógica aristotélica. No obstante, después de varios años de esfuerzos infructuosos, sólo ahora cree Łukasiewicz haber logrado desarrollar una lógica no aristotélica. Se trata de una lógica trivalente en la cual las proposiciones, además de verdaderas y falsas, son también posibles[4]. Esta es la primera mención de lo que se

[4] "Mi camino me venía indicado por las *antinomias*, que demostraban que la lógica aristotélica tiene lagunas. El rellenarlas me llevó a una modificación de los principios tradicionales de la lógica.

El estudio de este tema fue objeto de mis últimas clases. He demostrado que, además de las proposiciones verdaderas y falsas, hay proposiciones *posibles*, a las que corresponde la posibilidad objetiva como un tercer valor además del ser y no-ser.

Esto dio origen a un sistema de lógica trivalente, que desarrollé en detalle durante el verano pasado. Ese sistema es tan coherente y consistente como la lógica de Aristóteles, y resulta mucho más rico en leyes y fórmulas.

Esa nueva lógica, al introducir el concepto de posibilidad objetiva, destruye el primitivo concepto de ciencia basado en la necesidad. Los fenómenos posibles no tienen causas, aunque ellos mismos puedan constituir el punto de partida de una secuencia causal. El acto de un individuo creativo puede ser libre y al mismo tiempo afectar el curso del mundo." (Łukasiewicz [1918] 1975: p. 39).

convertiría en la lógica polivalente, y que sería la primera modificación radical de la estructura semántica bivalente de los sistemas lógicos que se conocían hasta entonces, marcados por la orientación dada por Boole.

Antes de seguir, es importante notar que hasta aquí este desarrollo tiene muchas semejanzas al de Vasiliev, aparte de la diferencia antes señalada, siendo su resultado aún más similar, en la medida en que se establecen conclusiones a partir de la posibilidad de establecer una opción pluralista en lógica: "La posibilidad de construir sistemas lógicos diferentes muestra que la lógica no está limitada a la reproducción de hechos, sino que es un producto libre del hombre, como una obra de arte. La coerción lógica se evapora en su misma fuente." (*Ibid.* p. 39).

En 1920 se publica un pequeño artículo, "Sobre la lógica trivalente"[5], en el cual Łukasiewicz hace una presentación más formal de esta alternativa lógica. En ella se simboliza lo verdadero como 1, lo falso como 0 y lo posible como 2 (después utilizará ½), y por medio de los operadores de identidad y de implicación se hace posible realizar cálculos sobre estos valores de verdad; con esto se establece un procedimiento muy semejante al que después se popularizará como las tablas de verdad[6].

Una vez diseñado este sistema, pasa a examinar los postulados lógicos más importantes, y descubre que ciertos principios, que eran necesariamente verdaderos en la lógica aristotélica, resultan sólo «posibles» en esta nueva lógica, tales como el principio de (no) contradicción y el del tercero excluido. Esto lleva a Łukasiewicz a ubicar este desarrollo «formal» en un contexto mucho más amplio: "La lógica trivalente tiene sobre todo impor-

---

[5] "O logice trójwartościowej", *Ruch Filozoficzny vol.* 5 (1920) p. 170-171. [Bibl. Church (1936) núm. 186.4]. Incluido en Łukasiewicz 1970: p. 87-88; traducido en Łukasiewicz 1975: p. 41-42.

[6] Aunque fuera Peirce su precursor, serían Post —como veremos en seguida— y Wittgenstein —en su *Tractatus logico-philosophicus* (4.31ss)— quienes desarrollarían de forma independiente esta metodología, y a partir de entonces se difundiría. (*cf.* Kneale / Kneale 1980: p. 389 y 494).

tancia teórica como medio para construir un sistema de lógica no aristotélica." (Łukasiewicz [1920] 1975: p. 42).

El lógico polaco, en este artículo, profundiza más y explica cuál es el interés filosófico que lo ha llevado a construir dicho sistema: si se muestra que la coacción lógica puede ser superada «lógicamente», entonces se desvirtúa aquello de que toda proposición tiene que ser verdadera o falsa —es decir, lo que Łukasiewicz denomina el principio de bivalencia— dándose así un paso fundamental en contra de la filosofía determinista, posición que el pensador polaco no se cansará de combatir. De hecho, un par de años después, al inaugurar el año académico como rector de la Universidad de Varsovia, dio una conferencia "Sobre el determinismo", donde explícita aún más esta vinculación entre su propuesta de la lógica trivalente con esta opción filosófica (*cf.* Łukasiewicz 1975: p. 58ss).

2. Sistemas infinito-valentes de Post y Łukasiewicz

En ese mismo año, Emil Post, un joven nacido en Polonia, pero que había estudiado en los Estados Unidos, presentó su disertación de doctorado en la Universidad de Columbia, que sería publicada al año siguiente[7]. Se trataba de un estudio sistemático del cálculo proposicional según el sistema de *Principia Mathematica*, para mostrar que es un fragmento bien definido de la lógica. Este texto se hizo famoso porque en él se desarrolla el método de las tablas de verdad y además se aportan las primeras pruebas sobre la completud y la consistencia de dicho sistema[8]. En el mismo texto se sugiere que partir de estos resultados se podría extender a otras partes de *Principia Mathematica* —como efectivamente se hará después— y a lemás, asumiendo que este sistema es sólo uno entre los posibles, Post considera que sus re-

[7] "Introduction to a general theory of elementary propositions", *American Journal of Mathematics* vol. 43 (1921) p. 163-185. [Bibl. Church (1936) núm. 280.*1*]. Recopilado en Van Heijenoort (ed.) 1967: p. 264-283.

[8] *Cf.* Kneale / Kneale 1980: p. 494, 641; Nidditch 1983: p. 90s.

sultados son generalizables para otros sistemas. De hecho, presenta dos de esas generalizaciones: primero, hacia sistemas equivalentes como el de Sheffer y el de Nicod, que habían reducido al mínimo el número de postulados primitivos; y segundo, hacia sistemas en que cada proposición no sea sólo verdadera o falsa, sino que pueda tomar *m* valores de verdad, donde *m* es un entero positivo (*cf.* Post [1921] 1967: p. 279ss). Con esta base, Post proyecta un sistema que también denomina de lógica «no aristotélica», y plantea que tendría "la misma relación con la lógica ordinaria que la geometría en un espacio de un número arbitrario de dimensiones tiene con la geometría de Euclides." (*Ibid.* p. 266 [trad.]).

En este artículo, el joven matemático no está seguro sobre qué aplicaciones puede tener el sistema de *m* valores de verdad, pero estima que de modo semejante a como la teoría de las proposiciones elementales es la base del todo el sistema de *Principia Mathematica*, este sistema polivalente podría servir de base para analizar las matemáticas (*cf. ibid.* p. 266).

Por su parte, Łukasiewicz siguió trabajando en el tema y un año después de Post también describió un sistema infinitamente polivalente; así lo afirma en un artículo de 1930 llamado "Observaciones filosóficas sobre los sistemas polivalentes"[9]. En este artículo, además, se estudian las proposiciones modales, pero no para desarrollar un sistema de lógica modal como lo había comenzado a hacer Lewis desde 1912, y como lo hará el mismo lógico polaco más adelante (*cf.* Hughes / Cresswell 1973: p. 180 y 251ss), sino para mostrar que las proposiciones modales son incompatibles con el cálculo proposicional bivalente, motivo por el cual es necesario establecer una tercera opción para lo «posible».

---

[9] "Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls", *Comptes rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, Classe III, 23 (1930) p. 51-77. [Bibl. Church (1936) núm. 186.8]. Łukasiewicz 1970: p. 153-178; traducción al español Łukasiewicz 1975: p. 61-85. La mención señalada está en la p. 80.

Este fue, en rasgos generales, el origen de lo que hoy en día se conoce como lógicas polivalentes o plurivalentes[10]. Lo que aquí más interesa notar es en qué medida su surgimiento está relacionado con la problemática de la no contradicción, particularmente en la propuesta de Łukasiewicz, y cómo con ellas se conformaron las primeras «lógicas no clásicas», pues eran estructuralmente diferentes de lo que contemporáneamente se había hecho, y que se conoce como «lógica clásica», diferencia que establecería algo más que «extensiones» de los sistemas clásicos (ver Anexo A).

3. Relación de Vasiliev con la lógica polivalente

Hay otro aspecto que también debe ser mencionado aquí: cuando se habla de la historia de estas alternativas lógicas, se pueden encontrar raíces polivalentes en autores como MacColl y Peirce, y también en los escritos que antes estudiamos de Vasiliev —así se afirma, p. ej., en Rescher 1968: p. 55s—. Esto último ha generado cierta controversia, especialmente entre los autores de la lógica paraconsistente, pues hay posiciones como la de Newton C. A. da Costa, que afirma que Vasiliev es un precursor tanto de la lógica polivalente como de la lógica paraconsistente (*cf.* da Costa 1980a: p. 143 y 148), mientras que Ayda Arruda, si bien originalmente sostuvo una posición semejante, a medida que fue estudiando el tema más a profundidad, se fue convenciendo que Vasiliev sólo se podía ver como precursor de la lógica paraconsistente[11]. Por su parte, Priest y Routley consideran que sí hay

---

[10] Sobre las lógicas polivalentes y su historia, es muy esclarecedor el artículo de Urquhart, Alasdair: "Many-Valued Logic", en Gabbay / Guenthner (ed.) 1986: p. 71-116.

[11] Al construir esta autora el primer sistema lógico siguiendo las directrices de Vasiliev, resultó que no era polivalente (ver Arruda 1977: p. 21), lo cual la llevó a afirmar: "acreditamos que qualquer formalização da lógica imaginária de Vasiliev conduza a uma lógica paraconsistente. Se esta também será uma lógica polivalente, é uma questão de detalhe ou de interpretação." (Arruda 1979: p. 7, 1990: p. 13). Más adelante Arruda tratará de mostrar que son sólo las lógicas

elementos polivalentes en los planteamientos de Vasiliev, pero les parece que él sería más propiamente un precursor de la lógica intensional, y no están de acuerdo con que sea un precursor de la lógica paraconsistente, excepto en un sentido muy amplio[12].

Por mi parte, considero que el referente determinante en esta discusión puede ser el planteamiento de Vasiliev en el sentido de que su lógica imaginaria se aplicaría a un mundo donde objetivamente se dieran contradicciones, de manera tal que en cierta situación la proposición «S es y no es P, simultáneamente» sería verdadera. Aquí no parece que se esté postulando un tercer valor de verdad, ya que más bien se trata de una tercera descripción que resultaría «verdadera» o «falsa» según el caso; es decir, la afirmación de la contradicción sería verdadera o falsa, y no tendría un valor de verdad distinto de los dos usuales. En consecuencia, no parece que el contenido de la propuesta del autor ruso apunte hacia el mismo sentido en que luego se desarrollaron las lógicas polivalentes, desde la década de los treinta. No obstante, considero que Vasiliev sí es un precursor de ellas, en la medida en que mostró que era posible superar los parámetros que establecía la lógica clásica, y con ello se convirtió en un pre-

---

paraconsistentes las que tienen una estructura que cumple los parámetros marcados por Vasiliev (*cf.* Arruda 1984: p. 487ss).

[12] *Cf.* Priest / Routley 1989: p. 29ss. Ahí se explica en qué sentido se puede ver la lógica imaginaria como una posible lógica polivalente, una intensional o una paraconsistente. En este texto hay una afirmación radical, que parte de considerar que la tercera opción de Vasiliev significa que *S* es a veces *P* y a veces no es *P*, y de ahí concluyen que: "All of Vasil'év's proposed interpretation of his Imaginary Logic are of a similar generality type (including those in terms of similarity and difference and in terms of relative and absolute negation); all can be accommodated, more or less, in traditional logical theory; and *none* call for paraconsistent revision." (Priest / Routley 1989: p. 33).

Esta afirmación no me parece acertada, porque no resulta para nada claro de qué manera se puede acomodar —no artificiosamente— dentro de las teorías clásicas la interpretación, sugerida por Vasiliev, de la lógica imaginaria como la lógica de un mundo en donde sean perceptibles las negaciones, y en el que por lo tanto se puedan dar, en el mismo objeto, tanto un predicado como su negación.

cursor de todas las lógicas no clásicas. Máxime si se considera que en las primeras décadas del siglo no existía una diferenciación muy clara sobre las distintas formas en que se podía construir una lógica no aristotélica, como hemos visto; de hecho, esto sólo comenzaría a aclararse con la articulación de un criterio que marcará profundamente estas investigaciones y a partir del cual se harían distinciones más precisas a este respecto, criterio que estudiaremos a partir del próximo capítulo.

Por ahora, y para terminar este capítulo, es especialmente importante resaltar la estrecha relación que existe entre el cuestionamiento de los principios lógicos fundamentales y el surgimiento de alternativas lógicas, en sentido radical. Esta interacción se da, bien sea en forma directa, porque lo uno lleve a lo otro, o bien en virtud de cierta concurrencia histórica. Los casos de Łukasiewicz y Post son bastante paradigmáticos en ambos sentidos. Hemos visto hasta ahora cómo el cuestionamiento del principio de no contradicción fue abriendo el horizonte de lo pensable, pero habrían de pasar unas décadas antes de que esta opción se desarrollara, pues antes tendría que enfrentar un escollo al que se le dio mucha importancia, como veremos en los siguientes capítulos. Más adelante, a partir del capítulo VII, estudiaremos, cómo el cuestionamiento del principio del tercero excluido dio lugar a la lógica intuicionista, y cómo resultaron tendiéndose puentes entre estas dos opciones.

Capítulo IV

REAPARICIÓN DEL PRINCIPIO DEL PSEUDO-ESCOTO EN EL SIGLO VEINTE

1. DEDUCCIÓN DEL «*EX FALSO SEQUITUR QUODLIBET*» EN EL SISTEMA DE RUSSELL Y WHITEHEAD

La primera parte de *Principia Mathematica* estudia la lógica matemática; y comienza con una sección que se llama «teoría de la deducción». En ella Russell y Whitehead primero establecen las «ideas y proposiciones primitivas», es decir, las definiciones y los esquemas axiomáticos del sistema; y, en seguida, presentan las «consecuencias inmediatas» de estos puntos de partida. Hay un primer grupo de diez teoremas, siendo el último el siguiente:

$$2.21.\ \vdash : \sim p.\supset .\, p \supset q \quad \vdash$$

que los autores proponen como una formalización del criterio según el cual "una proposición falsa implica cualquier proposición" (Whitehead / Russell 1910, 1960: p. 99 [trad.]).

En seguida se pasa a probar estos primeros teoremas; y, para probar ese último, se utilizan dos de los cinco axiomas:

$$1.3.\ \vdash : q .\supset . p \vee q$$

$$1.4.\ \vdash : p \vee q .\supset . q \vee p$$

El primero se conoce como el «principio de adición». Pero ahora se utiliza intercambiando *p* y *q*, y así obtener:

$$(1)\ \vdash : p .\supset . q \vee p$$

En el otro axioma, que se ha denominado el «principio de permutación», se realiza la misma sustitución:

$$(2)\ \vdash : q \vee p .\supset . p \vee q$$

A estas dos últimas fórmulas se les aplica una de las primeras expresiones derivadas, presentada como el «principio del silogismo»:

$$2.06.\ \vdash :. p \supset q . \supset : q \supset r . \supset . p \supset r$$

con lo que se obtiene lo que normalmente se conoce como la «regla de adición»:

$$2.2.\ \vdash : p. \supset . p \vee q$$

Ahora, si en ésta se sustituye *p* por *no-p*, se tiene:

$$\vdash :\sim p. \supset . \sim p \vee q$$

y, aplicando en la segunda parte la definición de la implicación:

$$1.01.\ p \supset q . = . \sim p \vee q \quad \text{Df.}$$

se llega a la fórmula que se quería demostrar:

$$2.21.\ \vdash : \sim p. \supset . p \supset q$$

A ésta, a su vez, se le puede aplicar el «principio conmutativo»:

$$2.04.\ \vdash :. p . \supset . q \supset r : \supset : q . \supset . p \supset r$$

y obtener la segunda fórmula que nos interesa:

$$2.24.\ \vdash : p . \supset . \sim p \supset q$$

Lo único que comenta el libro es que tanto '$p . \supset . p \vee q$' como '$\sim p . \supset . p \supset q$' "son muy frecuentemente usadas" (*ibid.* p. 104 [trad.]).

A primera vista, y teniendo en cuenta lo que veremos después, es importante notar que, en la secuencia deductiva, las fórmulas 2.21 y 2.24 aparecen después de la formulación del principio de identidad:

$$2.08.\ \vdash . p \supset p$$

y del tercero excluido [*law of the excluded middle*]:

$$2.11.\ \vdash . p \vee \sim p$$

pero antes del principio de (no) contradicción:

$$3.24.\ \vdash . \sim (p . \sim p)$$

Esto se debe, en cierta medida, a que en este sistema la conjunción no es un operador originario, sino que es definido a partir de la disyunción, al comienzo del tercer apartado:

$$3.01.\ p . q . = . \sim (\sim p \vee \sim q) \quad \text{Df.}$$

Pero, para nuestros efectos, es útil notar que para probar las fórmulas que nos interesan, en este sistema de Whitehead y Russell, que es clásico por naturaleza, no se requiere del principio de no contradicción; que, dicho sea de paso, al igual que en casi todos los sistemas de cálculo lógico, no es un axioma sino un teorema derivado de ellos.

2. Demostración de Post de la consistencia del cálculo proposicional

Conviene ahora volver sobre el artículo de Post que tratamos en el capítulo anterior, pues en él se estudia el sistema de *Principia Mathematica* en varios pasos. Primero se describe el sistema y en seguida se desarrolla el método de las tablas de verdad, distinguiendo entre lo que es cada uno de los valores de verdad de una aserción, producto de asignarle a cada variable bien sea el valor de verdadero, o bien de falso, y lo que sería la función que abarcaría todas las combinaciones posibles al respecto[1]. Luego presenta lo que denomina el teorema fundamental: condición necesaria y suficiente para que una función de ese tipo se siga de los postulados de dicho sistema[2] es que todas sus combinaciones de valores de verdad tengan «verdadero» como resultado[3]; esto quiere decir que, sea cual sea la sustitución que se haga de cada variable, las aserciones resultantes, en la medida en que pertenezcan al sistema, siempre tendrán el valor designado como ver-

---

[1] Para el caso de dos valores de verdad, y de un número *n* de variables diferentes, habría que reemplazar cada una de las *n* variables por cada uno de los dos valores, y tendríamos entonces 2^n distintas sustituciones posibles.

[2] Estos postulados son los cinco esquemas axiomáticos, el *modus ponens* (si '⊢ p', y también ':~p.∨.q', entonces '⊢ q'), y la posibilidad de reemplazar una variable proposicional *p* por otra variable *q*, o por su negación '~q', o por '(q ∨ r)' (*cf.* Post [1921] 1967: p. 267).

[3] "The fundamental theorem: A necessary and sufficient condition that a function of F be asserted as a result of the postulates II, III, IV is that all its truth values be +." (Post [1921] 1967: p. 269).

dadero, lo que equivale a decir que la función respectiva es una tautología[4].

A partir de esto, Post va señalando diversas consecuencias, siendo las más importantes las que se refieren a la consistencia y completud del sistema, que las presenta en dos teoremas y un corolario[5]. El primer teorema dice que "el sistema de proposiciones elementales de *Principia Mathematica* es consistente" (Post [1921] 1967: p. 272 [trad.]). La justificación que da es que si fuera inconsistente, entonces se podría afirmar tanto una función como su negación, pero entonces ambas tendrían tablas de verdad con valores positivos (verdaderos); pero esto no es posible porque si una función tiene una tabla de verdad positiva, entonces, según los parámetros del sistema, su negación ha de tener una tabla de verdad negativa (*cf. ibid.* p. 272).

El siguiente teorema establece que:

> Cada función del sistema o bien puede ser sustentada por medio de los postulados o si no, es inconsistente con ellos. Puesto que si una función no es aseverada como resultado de los postulados, contendrá una función cuya negación [*negative*] sí puede ser aseverada. Si aseveramos entonces la función original, la función contenida será aseverada, de manera tal que habríamos aseverado tanto una función como su negación [*negative*], es decir, tendríamos una contradicción. (*Ibid.* p. 272 [trad.])[6].

---

[4] Post no utilizó en este artículo el término «tautología», el cual se popularizaría a partir de la publicación del *Tractatus logico-philosophicus* (Wittgenstein [1922]), obra en la que, paralelamente, también se presentó el método de las tablas de verdad, como antes se mencionó.

[5] La formulación de Post fue pionera y muy sucinta, y quizás por eso no resulta suficientemente clara. Para entenderla mejor se puede tener como referente un criterio general planteado por Kleene en los siguientes términos:

"Obsérvese que un teorema de consistencia será siempre un teorema destinado a establecer que, a lo sumo, tales y tales fórmulas son demostrables; y un teorema de completud será un teorema destinado a establecer que, al menos, tales y tales fórmulas son demostrables." (Kleene [1952] 1974: p. 127).

[6] "THEOREM. *Every function of the system either can be asserted by means of the postulates or else is inconsistent with them.*

Esto se podría parafrasear en el siguiente sentido: una función no deducida en el sistema, tendría que ser «falsa» en alguna de sus posibles sustituciones, pero entonces la negación de esa combinación particular sería «verdadera»; ahora bien, si se pretendiera aseverar esta función en el sistema, esto equivaldría a afirmar todas las proposiciones que se podrían obtener a partir de cada una de las sustituciones posibles, pero entonces estaríamos afirmando una cuya negativa (la que era «verdadera») también se ha aseverado, es decir, tendríamos una contradicción.

De los dos teoremas anteriores, Post obtiene el siguiente corolario, cuya justificación nos interesa especialmente:

> Una función o es afirmada como resultado de los postulados, o su afirmación ocasiona la derivación de todas las proposiciones elementales posibles. Debido a que por el teorema obtendríamos la aseveración tanto de una función y su negativa, y por medio de $\sim p . \supset . p \supset q$ la aseveración de la variable inmodificada q. Pero q entonces representa cualquier proposición elemental. (*Ibid.* p. 272s [trad.])[7].

La conclusión que Post obtiene es que mientras el teorema fundamental muestra que los postulados conducen a afirmar sólo las tesis del sistema, el último teorema —y su corolario— permite excluir la posibilidad de agregar cualquier otra afirmación (*cf. ibid.* p. 273).

For, if a function be not asserted as a result of the postulates, it will contain a function whose negative can be so asserted. If then we assert the original function, the contained function will be asserted, so that we have asserted both a function and its negative, that is, we have a contradiction." (Post [1921] 1967: p. 272).

[7] "Corollary: *A function is either asserted as a result of the postulates or else its assertion will bring about the assertion of every possible elementary proposition.*

For by the theorem we would obtain the assertion of both a function and its negative and so by $\sim p . \supset . p \supset q$ the assertion of the unmodified variable q. But q then represents any elementary proposition." (Post [1921] 1967: p. 273).

Estamos ante la primera prueba que se publicó sobre la consistencia y la completud del sistema de cálculo proposicional[8]. Esto marcaría un hito en el desarrollo metateórico en lógica, pues a partir de aquí se irán desarrollando pruebas de consistencia y completud para los diversos sistemas lógicos, abriéndose así una época marcada por el optimismo con respecto a los sistemas formales.

3. HILBERT Y LA NECESIDAD DE LA NO CONTRADICCIÓN

Los trabajos de la década de los veinte de David Hilbert son la máxima expresión de la confianza en los formalismos y en su consistencia, sobre todo, porque ya desde mucho antes este matemático alemán había defendido que el eje fundamental de toda estructura rigurosa tenía que ser su no contradictoriedad. En efecto, desde su famoso libro *Fundamentos de la geometría*, de 1899, su propósito era lograr un «sistema completo de axiomas» para formalizar la geometría, siendo su primera preocupación frente a ellos mostrar su incontradictoriedad y su independencia (*cf.* Hilbert 1953: p. 1). En ese entonces, para el efecto, formó con los números reales un sistema que satisfacía todos los axio-

---

[8] *Cf.* Kneale / Kneale 1980: p. 641; Nidditch 1983: p. 90s y Kleene 1974: p. 126 y 130. Van Heijenoort explica lo alcanzado por Post en el siguiente sentido:

"The calculus is proved to be complete, in the sense that the set of provable well-formed formulas coincides with the set of truth-functionally valid formulas. The paper also establishes another kind of completeness, sometimes called completeness in the sense of Post; a system is complete in that sense if every well-formed formula becomes provable once we adjoin to the axioms any well-formed formula that is not provable. What Post himself calls a «complete» system is one in which every truth function can be written in terms of the primitive truth functions, and he shows that the calculus under study, in which the connectives are ~ and ∨, is complete in that sense. A consistency proof of the calculus is given. A new definition of consistency, sometimes called consistency in the sense of Post, is presented; a calculus that contains propositional variables is consistent in that sense if no well-formed formula consisting of a single propositional variable is provable. Consistency in that sense, too, is established." (Van Heijenoort [ed.] 1967: p. 264).

mas que en cinco grupos había presentado para la geometría, lo que le permitirá afirmar que: "Toda contradicción en la consecuencias de los axiomas I-V necesitará verse, según esto, en la Aritmética del sistema de números reales." (*Ibid.* p. 41).

Al año siguiente presenta un conjunto de axiomas para los números reales y reafirma que la consistencia de la geometría se reduce a la del sistema de los números reales[9]; y también en 1900 formularía en París sus famosos «problemas matemáticos», de los que el segundo era la consistencia o compatibilidad —como a veces se la traduce— de los axiomas de la aritmética, como vimos al comenzar este recorrido.

En 1904, un año después de la publicación de la paradoja de Russell, Hilbert se refiere en general a las paradojas de la teoría de conjuntos, y dice: "el evitar tales contradicciones y la aclaración de aquellas paradojas han de ser considerados con gran atención desde un principio como objetivo principal en los estudios sobre el concepto de número." (*Ibid.* p. 251)[10].

Ahora bien, sólo desde 1917 vendría Hilbert a ocuparse a cabalidad de dicho problema (*cf.* Campos 1994: p. 492s), que se constituiría en rasgo característico de toda su escuela formalista de fundamentación de las matemáticas. En efecto, después de la primera guerra mundial, Hilbert se dio a la tarea de articular un sistema axiomático que fuera adecuado para el trabajo matemático del momento, lo que a su juicio llevaba a indagar sobre la consistencia del sistema axiomático que para el efecto se propusiera. En 1923 dio una conferencia cuyo título se puede traducir por "La fundamentación lógica de la matemática" (Hilbert

---

[9] Esto fue en una conferencia llamada "Über den Zahlbegriff", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 8 (1900) p. 180-194 (no está en la bibliografía de Church); ésta será anexada en la 3a. ed. de *Grundlagen der Geometrie* (Leipzig, Berlin: Teubner, 1909). Lo mismo irá pasando con textos posteriores de Hilbert, que se irán incorporando a ediciones posteriores de dicho libro, hasta la séptima edición de 1930, que es la traducida al español (Hilbert 1953). Por eso este texto está en Hilbert 1953: p. 244-249.

[10] Hay versión en inglés en Van Heijenoort (ed.) 1967: p. 130.

[1923]) en la que presentó un sistema axiomático que estaba constituido por seis grupos de axiomas: axiomas de la consecuencia [*Folge*], axiomas de la negación, axiomas de la igualdad, axiomas del número, un «axioma transfinito» y axiomas que interdefinen los cuantificadores[11]; a continuación, trata el tema de cómo se puede probar la consistencia de ese grupo de axiomas.

Dos años después dictó una conferencia, "Sobre el infinito"[12], ante una asamblea de matemáticos, que es especialmente diciente con respecto a este tema. En ella muestra cómo se puede formalizar la estructura de la demostración en matemáticas, si se eligen varios axiomas apropiados para estructurar una «teoría de la demostración». El matemático alemán presenta una propuesta muy semejante a la anterior, pues divide estos axiomas en cinco grupos (ver Hilbert [1925] 1953: p. 284s) cuyos nombres son iguales a los de los cinco primeros grupos de la versión anterior;

---

[11] Los dos primeros grupos son los del cálculo sentencial y son los que aquí nos interesan, por lo que serán trancritos a continuación junto con la designación que Hilbert le da a cada uno de ellos:

I. Axiomas de la consecuencia [*Axiome der Folge*]

1.- $A \rightarrow (B \rightarrow A)$	Adjunción de una premisa [*Zufügen einer Voraussetzung*]
2.- $\{A \rightarrow (A \rightarrow B)\} \rightarrow (A \rightarrow B)$	Omisión de una premisa [*Weglassen einer Voraussetzung*]
3.- $\{A \rightarrow (B \rightarrow C)\} \rightarrow \{B \rightarrow (A \rightarrow C)\}$	Supresión de una premisa [*Vertauschen der Voraussetzungen*]
4.- $(B \rightarrow C) \rightarrow \{(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)\}$	Eliminación de un enunciado [*Elimination einer Aussage*]

II. Axiomas de la negación [*Axiome der Negation*]

5.- $A \rightarrow (\bar{A} \rightarrow B)$	Ley de contradicción [*Satz vom Widerspruch*]
6.- $(A \rightarrow B) \rightarrow \{(\bar{A} \rightarrow B) \rightarrow B\}$	Principio del tercero excluido [*Prinzip des tertium non datur*]

(Hilbert [1923] 1970: p. 180).

[12] "Über das Unendliche", *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung* 36 (1927) sec. 1, p. 201-215. [Bibl. Church (1936) núm. 108.*13*]. También incluida en *Grundlagen der Geometrie*. Hay traducción al inglés en Van Heijenoort (ed.) 1967: p. 367-392.

no obstante, ahora utiliza menos axiomas para la consecuencia[13] y otros axiomas para la negación. En efecto, en este segundo grupo presenta lo que Hilbert llama «tesis de la contradicción»:

$$\{A \rightarrow (B \,\&\, \bar{B})\} \rightarrow \bar{A}$$

y la «tesis de la doble negación»:

$$\bar{\bar{A}} \rightarrow A$$

De la primera obtiene la fórmula

$$(A \,\&\, \bar{A}) \rightarrow B$$

y de la segunda llega a lo que propone como el «*tertium non datur*», aunque es bastante diferente a las habituales formulaciones del principio del tercero excluido:

$$\{(A \rightarrow B) \,\&\, (\bar{A} \rightarrow B)\} \rightarrow B$$

Luego Hilbert, después de proponer los otros axiomas de carácter más matemático, agrega que la obra que se propone es "construir el sistema de las fórmulas demostrables, esto es, la ciencia matemática" (*ibid.* p. 285), pero para que esto sea realizable, considera que:

> Existe una condición única, sí; pero al mismo tiempo absolutamente necesaria, con la cual está enlazada la aplicación del método de los elementos ideales y es *la demostración de la propiedad de estar exento de contradicción.* (*Ibid.* p. 285).

De modo que, para el matemático alemán, cada vez que se aplica el método axiomático, el problema fundamental es la no contradicción.

El procedimiento por el que opta Hilbert para enfrentar este problema utiliza la fórmula '$(A \,\&\, \bar{A}) \rightarrow B$', antes deducida, y en ella reemplaza *B* por '$0 \neq 0$' para entonces obtener:

$$(A \,\&\, \bar{A}) \rightarrow 0 \neq 0$$

Así, Hilbert llega a la siguiente conclusión:

> "Por tanto, para demostrar la propiedad de estar exento de contradicción, necesitamos únicamente probar que en una demostración, conforme a las reglas establecidas, no puede resultar

[13] Sólo permanecen los axiomas 1 y 4 del primer grupo de la versión de 1923.

> «0≠0» como fórmula final, puesto que «0≠0» no es una fórmula demostrable." (*Ibid.* p. 286)[14].

Con esto, el matemático alemán ha presentado su formulación del problema, y en seguida sólo deja enunciado cuál sería el tipo de solución que se tendría que encontrar[15].

Hilbert declara entonces que ha "resuelto una cuestión candente durante largo tiempo, a saber: el problema de la demostración de *la no contradictoriedad de los axiomas aritméticos*" (*ibid.* p. 286)[16]. Y como las «demostraciones de no contradictoriedad» en la geometría y en las teorías físicas se retrotraían a la de la aritmética, este autor cree haber alcanzado un espacio seguro en el «reino de las matemáticas», donde ya no podrían aparecer paradojas como las que antes se habían descubierto en el cálculo infinitesimal y en la teoría de conjuntos (*cf. ibid.* p. 286s). Y si bien Hilbert no considera que con esto se haya alcanzado una fundamentación totalmente segura para las matemáticas, sí le parece que el camino quedaba abierto[17].

---

[14] La versión en inglés utiliza en cambio $1 \neq 1$ (*cf.* Van Heijenoort [ed.] 1967: p. 383). No he podido cotejar el original, por lo que seguiré el contenido de la versión española para no alterar las citas textuales, entendiendo que cualquiera de las dos formulaciones cumple la misma función: ser una expresión falsa.

[15] El texto antes citado continúa así:

"Este es un problema que fundamentalmente lo mismo se encuentra en el campo de la consideración intuitiva como en la teoría sustantiva de números: problema parecido a la demostración de irracionalidad de $\sqrt{2}$, [...] También la condición exigida a la fórmula final que dice «0≠0» es una propiedad concreta y establecida de la demostración. De hecho, puede justificarse esta demostración y con ello se justifica la introducción de nuestros enunciados ideales." (Hilbert [1925] 1953: p. 286).

[16] La versión en español usa el término «incontradictoriedad» y la versión en inglés usa «*consistency*», para traducir —muy probablemente— el término alemán «*Widerspruchsfreiheit*» que tomado literalmente significaría «libertad de contradicción», y que en español resulta mejor traducido por «no contradictoriedad».

[17] En 1927 vuelve a publicar sobre el tema en Hilbert, David: "Die Grundlagen der Mathematik" *Abhandlungen aus dem mathematischen Seminar der Hamburgischen Universität* vol. 6 (1928) p. 65-85. [Bibl. Church (1936) núm.

4. Rasgos comunes en las demostraciones de Post y Hilbert

Por ahora es importante concentrarnos en las «demostraciones» de consistencia de Post y Hilbert, pues además de la diferencia fundamental que existe entre ellas, en la medida en que una se da para un sistema exclusivamente lógico —y al nivel más básico, el de las proposiciones—, y la otra se refiere a un sistema que aspira a formalizar la aritmética, existen también diferencias importantes en sus orientaciones. En efecto, Post quiso mostrar que el sistema contenía todas las proposiciones verdaderas y que no se le podía agregar ninguna, porque, en caso de hacerlo, la que se hubiera agregado resultaría contradictoria con su opuesta que ya estaba contenida en el sistema, y en tal caso se podría entonces afirmar cualquier otra proposición. El joven matemático no explicitó en ese artículo otras consecuencias de lo que estaba diciendo. Hilbert, por su parte, va en sentido contrario, pues lo que persigue es mostrar que en un sistema axiomático dado no es deducible una proposición cualquiera —en el caso de la aritmética algo falso como '$0 \neq 0$'—, y a partir de ello se infiere que no existe una contradicción en el sistema, porque si la hubiera, sí sería posible deducir cualquier cosa, incluso esta falsedad.

De la mezcla de ambos, y de la explicitación de lo que Post sólo dejó insinuado, considero que surgiría el argumento que guía la reconstrucción que estamos haciendo. Hasta donde he podido investigar, nunca se hace referencia exacta al origen de este argumento[18], motivo por el cual resultaba conveniente hacer

---

108./3]. (Traducción al español en Hilbert [1930] 1953: p. 287-309 y al inglés en Van Heinjenoort 1967: p. 464-479). Ahí reformula el sistema, volviendo a los cuatro axiomas de la consecuencia del texto de 1923, pero manteniendo los de la negación de 1925, y ahora agrega otro grupo con axiomas para la conjunción y la disyunción (*cf.* Hilbert [1930] 1953: p. 290).

[18] Por ejemplo, los Kneale, en su libro clásico de la historia de la lógica, se refieren a él sin aclarar su origen (*cf.* Kneale / Kneale 1980: p. 642).

una aproximación algo detallada a su historia, especialmente tomando en cuenta que ya en los años treinta se convertiría en un lugar común entre lo lógicos[19] y que, tres décadas después, al ser cuestionado radicalmente, daría lugar a las lógicas paraconsistentes, como veremos.

5. El argumento de la trivialización

Sin más preámbulos, quisiera presentar el argumento que nos va a ocupar de aquí en adelante. Se puede plantear así: si se descubre que un sistema axiomático-deductivo contiene una contradicción, entonces, en virtud de las fórmulas '$p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$' o '$\sim p \rightarrow (p \rightarrow q)$', demostradas en *Principia Mathematica*, y en los sistemas lógicos semejantes, resulta que se puede deducir cualquier proposición. Esto ya lo había señalado Post, pero la novedad del argumento está en resaltar por qué esta situación es inadmisible; dado ese caso, el sistema deductivo perdería toda utilidad porque sería «trivial», en la medida en que en él se podría deducir toda fórmula bien formada, sin que se pueda excluir ninguna de ellas; es decir, el conjunto de enunciados deducibles en el sistema resultaría equivalente al conjunto de las fórmulas bien formadas en dicho sistema. Esto se puede explicar diciendo que, a partir de una contradicción en un sistema, se puede deducir todo lo que sería decible en él, con lo cual el sistema aseveraría todas las proposiciones posibles, y, al no excluir ninguna, no aportaría ninguna información. Aseverar todo le hace perder completamente el interés a las reglas de deducción, ya que con ellas usualmente se busca garantizar que, por medio de inferencias válidas, sólo sean deducibles ciertas proposiciones en la medida en que sean verdaderas, aspirando además a que todas

[19] Es interesante ver cómo en los libros generales se lo usa sin hacer ninguna referencia a su historia, por ejemplo: Kleene 1974: p. 99, Carnap 1958: p. 173, Quine 1973: p. 141, Copi 1981: p. 194, y Ferrater Mora / Leblanc: 1983: p. 184.

las verdaderas sean deducibles. Llamaremos a este razonamiento «el argumento de la trivialización».

Puede pensarse que esta situación es una consecuencia necesaria, e incluso evidente, de lo que habían planteado Post y Hilbert. No obstante, considero que esa evidencia sólo se constituyó en tal, al evaluar profundamente los efectos que podría tener una contradicción, porque si no, ¿cómo se explica que antes nadie utilizara este argumento y que, una vez enunciado, se haya convertido en el primer argumento al que se apela para negarle cualquier sentido a un sistema que contenga alguna contradicción?

6. PRESENTACIÓN DEL ARGUMENTO DE LA TRIVIALIZACIÓN

Rastreando el origen de este argumento, la primera presentación contemporánea que de él he encontrado está en el libro que Hilbert escribió con Ackerman con el título de *Grundzüge der theoretischen Logik*[20]. En efecto, en la primera edición de estos *Elementos de lógica teórica*, como se conoce en español, hay una sección del capítulo primero llamada "La no contradictoriedad del sistema de axiomas"[21]. En ella, los autores comienzan afirmando que el hecho de presentar el cálculo de proposiciones en forma axiomática lleva a que le sean aplicables los problemas más importantes, con respecto al método axiomático. Estos son los mismos que, como sabemos, Hilbert ha venido enunciando desde finales del siglo pasado: la no contradictoriedad [*Widerspruchsfreiheit*], así como la independencia y la completud de los axiomas (*cf.* Hilbert / Ackermann 1928: p. 29). El primero lo presenta de la siguiente manera:

> La pregunta por la no contradictoriedad puede ponerse aquí en un sentido transformado. Llamaremos no contradictorios a los axiomas, si es imposible, con base en el cálculo, derivar dos fórmulas proposicionales que estén en relación de oposición mutua,

---

[20] Hilbert / Ackermann 1928; [Bibl. Church (1936) núm. 365./].

[21] "Die Widerspruchsfreiheit des Axiomensystems" Cap. 1, § 12 de Hilbert / Ackermann 1928: p. 29-31.

como la que se obtendría a partir un par de proposiciones X y $\bar{X}$, si se ha reemplazado en ambas ocasiones la X de igual manera.

La anterior definición de no contradictoriedad hace necesaria una aclaración. Aquí parece destacarse un determinado principio lógico, el principio de (no) contradicción, frente a los otros principios. Lo que sucede en realidad es que el surgimiento de una contradicción formal, es decir, la demostrabilidad de dos fórmulas A y $\bar{A}$, condenaría a la pérdida de significado a todo el cálculo; puesto que ya antes habíamos observado que si dos proposiciones de la forma A y $\bar{A}$ son demostrables, lo mismo valdría para cualquier proposición arbitraria. La no-contradictoriedad del cálculo, respecto del alcance de su definición, tiene significado equivalente a que no cualquier fórmula arbitraria sea demostrable. (*Ibid.* p. 29s [trad.])[22].

He querido traducir este texto en extenso por la significación histórica que parece tener, significación que no se resalta en ninguno de los textos consultados. En este apartado se está expo-

---

[22] "Die axiomatische Einführung des Aussagenkalküls macht es uns möglich, auf den Aussagenkalkül die Fragestellungen und Betrachtungen, die der axiomatischen Methode eigentümlich sind, anzuwenden. Die wichtigsten der entstehenden Fragen sind die nach der *Widerspruchsfreiheit, Unabhängigkeit* und *Vollständigkeit* des Axiomensystems. Wir wollen uns zunächst mit der Widerspruchsfreiheit der Axiome befassen.

Die Frage nach der Widerpruchsfreiheit kann hier in einem übertragenen Sinne gestellt werden. Wir wollen die Axiome widerspruchsfrei nennen, wenn es unmöglich ist, mit Hilfe des Kalküls zwei Aussagenverbindungen abzuleiten, die in der Beziehung des Gegenteils zueinander stehen, die man also aus dem Aussagenpaar X y $\bar{X}$ erhält, wenn man X beide Male in gleicher Weise ersetzt.

Die angegebene Definition der Widerspruchsfreiheit macht eine Erläuterung notwendig. Es wird hier scheinbar ein bestimmtes logisches Prinzip, nämlich der Satz vom Widerspruch, vor den anderen Prinzipien ausgezeichnet. Im Wirklichkeit ist es aber so, daß das Auftreten eines formalen Widerspruchs, d.h. die Beweisbarkeit zweier Formeln $\mathfrak{A}$, $\bar{\mathfrak{A}}$ den ganzen Kalkül zur Bedeutungslosigkeit verurteilen würde; denn wir hatten schon früher bemerkt, daß, wenn zwei Aussagen von der Form $\mathfrak{A}$ und $\bar{\mathfrak{A}}$ beweisbar sind, für jede beliebige andere Aussage dasselbe gelten würde. Die Widerspruchsfreiheit des Kalküls im Sinne der Definition ist also gleichbedeutend damit, daß nicht jede beliebige Formel beweisbar ist." (Hilbert / Ackermann 1928: p. 29s).

niendo claramente el «sin sentido» [*Bedeutungslosigkeit*] que caracterizaría a un cálculo que contuviera contradicciones, y ya no sólo debido a la violación del principio de no contradicción, como históricamente era tradicional afirmar, sino en virtud de lo que se deriva específicamente de otro principio en cierta medida independiente: el principio que se presenta con la fórmula '$(A \wedge \neg A) \rightarrow B$', o con su forma implicacional '$A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$', tal como estaba en *Principia Mathematica.*

Hay aquí un cambio muy importante que consiste en rechazar las contradicciones ya no tanto por cuestión de ciertos puntos de partida, sino por las consecuencias que una contradicción tendría en un sistema formal. Aquí ya no se apela ni al argumento ontológico de que la realidad es no contradictoria, ni al argumento psicológico sobre la imposibilidad de que un razonamiento correcto pueda albergar contradicciones. Aquí el argumento se limita al ámbito lógico, pero ahora la imposibilidad lógica cambia de justificación, pues antes se afirmaba que el principio de no contradicción era un punto de partida necesario para cualquier inferencia válida, y ahora, en cambio, se está justificando esta imposibilidad por los resultados que produciría incluir una contradicción.

Un segundo elemento que es muy importante analizar es la identidad que Hilbert está planteando entre la no contradictoriedad y la imposibilidad de deducir cualquier proposición en el sistema deductivo. Son dos fenómenos cuyo sentido es diferente y que en este texto se están uniendo; sólo basta una de las fórmulas antes señaladas para que se puedan equiparar ambas situaciones. Es pues un puente de carácter «técnico» el que permite pasar de una situación a la otra. Ya al final de este capítulo veremos las implicaciones que esto tiene, pero antes tenemos que ver cómo este argumento alcanzó mayor profundidad por obra de quien —de acuerdo con lo que hemos visto— sería menos de esperar: Łukasiewicz.

Con respecto a Hilbert, sólo falta agregar que, después del texto citado, pasa a demostrar la consistencia del cálculo proposicional, demostración semejante a la que Post había hecho con el método de las tablas de verdad, aunque desarrollada independientemente por Bernays, discípulo de Hilbert (ver Kneale / Kneale 1980: p. 641ss). Esta prueba propone darle una «interpretación aritmética» a las proposiciones, de manera que ellas tengan como valor 0 ó 1, de modo tal que la negación de una fórmula con valor 0 tendrá el valor 1, y viceversa. Se articula entonces una interpretación del cálculo en el que '$X \vee \bar{X}$' siempre tiene el valor 0 (como resultado del producto aritmético de 0 x 1), y se muestra que los cuatro axiomas tienen el valor 0 en esa interpretación, y que lo mismo pasa con las fórmulas que se pueden derivar a partir de dichos axiomas, por medio de las dos reglas de inferencia del sistema, que —como en todos los sistemas clásicos — son la regla de sustitución, o remplazo, y el *modus ponens*[23] (*cf. ibid.* p. 30).

Para mostrar que el *modus ponens*, regla de inferencia por excelencia, mantiene determinada asignación de valor, se utiliza una de sus consecuencias características: si podemos afirmar 'A' y '$\bar{A} \vee B$' entonces se puede afirmar 'B', que es lo que usualmente se conoce como el silogismo disyuntivo. En efecto, ya que tanto 'A' como '$\bar{A} \vee B$', por ser premisas deducidas a partir del sistema deben tener el valor 0, entonces por oposición '$\bar{A}$' tiene que tener el valor 1, y por lo tanto 'B' tiene que ser 0 para que '$\bar{A} \vee B$' pueda ser 0. En consecuencia, en virtud del *modus ponens*, de premisas con un valor determinado, en este caso el 0, sólo se pueden deducir conclusiones con el mismo valor (*cf. ibid.* p. 31).

Como se ve, hay aquí una orientación diferente a la que antes Hilbert proponía usar para demostrar la consistencia de las teorías matemáticas: en ellas se buscaba demostrar que no se podía

---

[23] Los términos que se usan en alemán para designarlas son: «*Einsetzungsregel*» y «*Schlußschema*» (*cf.* Hilbert / Ackermann 1928: p. 23).

deducir una determinada fórmula; aquí, en cambio, se trata de mostrar que no se puede deducir cualquier fórmula que contradiga una de las ya deducidas en el sistema.

Finalmente, debe tenerse en cuenta que, al igual que la demostración de Post, esta nueva prueba se restringe a la no contradictoriedad del cálculo proposicional. Sin embargo, más adelante, en este mismo libro, los autores aportarán la primera prueba de consistencia para el cálculo de predicados de primer orden (*cf.* Hilbert / Ackermann 1928: p. 65ss) utilizando un método semejante, basado en una interpretación que permite prescindir de los cuantificadores universales y considerar las expresiones predicativas como fórmulas que pueden tomar uno de los dos valores de verdad predeterminados (ver Kneale / Kneale 1980: p. 653s).

7. El principio del Pseudo-Escoto como postulado principal en el sistema de Łukasiewicz

En 1929 se publica en Polonia un libro que contiene las notas de un ciclo de conferencias dictado por el profesor Łukasiewicz en la Universidad de Varsovia, en el otoño de 1928, cuyo título se puede traducir por *Elementos de lógica matemática*[24]. Este texto sólo se ocupa de los sistemas más simples de la lógica: la teoría de la deducción[25] y la silogística de Aristóteles (*cf.* Łukasiewicz [1929] 1963: p. ix), pero constituiría la presentación más sistemática y global hecha por su autor sobre la lógica simbólica, convirtiéndose en un referente importante para sus discípulos de ahí en adelante.

---

[24] *Elementy logiki matematycznej* (Varsovia: 1929, litografiado). [Bibl. Church (1936) núm. 186.6]. Reeditado por Słupecki en 1953, y esta edición fue traducida al inglés por Wojtasiewicz en Łukasiewicz [1929] 1963, que será la que seguiré.

[25] Si bien la segunda edición del libro habla del «cálculo sentencial», en una nota aclara que ésta es la terminología que Łukasiewicz utilizaría después para referirse a lo que en la versión original denominaba la teoría de la deducción (*cf.* Łukasiewicz [1929] 1963: p. 119).

En el prefacio, Łukasiewicz trata de ser muy cuidadoso con respecto al origen de los distintos desarrollos que están contenidos en el libro; por ello enumera los resultados novedosos que él considera que son de su autoría exclusiva, entre los que está "el sistema de axiomas del cálculo sentencial dado en p. 27-28" (*ibid.* p. ix [trad.]). En efecto, en dichas páginas presenta un sistema de tres axiomas (*cf. ibid.* p. 27):

1) CCpqCCqrCpr $[(p\rightarrow q)\rightarrow((q\rightarrow r)\rightarrow(p\rightarrow r))]$
2) CCNppp $[(\neg p\rightarrow p)\rightarrow p]$
3) CpCNpq $[p\rightarrow(\neg p\rightarrow q)]$

El primero lo justifica como una forma de la «ley del silogismo hipotético»; sobre el segundo dice que ya era conocido por Euclides, en tanto simboliza lo siguiente: "Si (si no es verdadero que *p*, entonces *p*), entonces *p*." (*Ibid.* p. 17 [trad.])[26]; esto significa que "dado que dos proposiciones contradictorias no pueden ser ambas verdaderas, entonces nuestra suposición sobre la verdad de la proposición del tipo *Np* tiene que ser falsa; por lo tanto, la proposición *p* es verdadera." (*Ibid.* p. 18 [trad.])[27]. Agrega que este razonamiento fue utilizado por Saccheri en el siglo XVIII para tratar de probar que el postulado de las paralelas se podía deducir de su propia negación y que, al no conseguirse esto, se abrió paso a las geometrías no euclidianas.

Łukasiewicz pasa a explicar el tercer axioma, que es el que más nos interesa, y lo hace de la siguiente forma: tomemos

---

[26] La versión en inglés dice: "If (if it is not true that *p*, then *p*), then *p*".

[27] "To understand the sense of Theorem 2 let us note that it enables us to start from a sentence of the type *CNpp* and to obtain in conclusion, on the strength of the rules of substitution and detachment, a sentence of the type *p*. In fact, a sentence of the type *p* must here be true; should it not be true, then its negation, i.e. a sentence of the type *Np*, would be true. Yet from that sentence and from a recognized sentence of the type *CNpp* we would obtain, on the strength of the rule of detachment, a sentence of the type *p*; in this way we would have to recognize two contradictory sentences, of the types *Np* and *p*, respectively. Since two contradictory sentences cannot both be true, then our assumption about the truth of the sentence of the type *Np* must be false; and hence the sentence of the type *p* is true." (Łukasiewicz [1929] 1963: p. 17s).

'CpCNpq' ['p→(¬p→q)'] y asumamos *p* como una proposición verdadera; entonces, aplicando el *modus ponens*, obtenemos 'CNpq' ['¬p→q'], pero dado que *p* es verdadero, entonces *no-p* tiene que ser falso, por lo cual resulta que un antecedente falso implica cualquier consecuente, en este caso *q* (*cf. ibid.* p. 30). Con esta presentación Łukasiewicz, sin decirlo, está vinculando este axioma con la explicación que de este esquema se dio en *Principia Mathematica* —como vimos a principios de este capítulo—. Ahora bien, lo más interesante es la relación que el lógico polaco hace a continuación:

> El axioma 3 puede ser deducido de la ley de exportación[28] y un cierto teorema que era conocido por el franciscano Duns Escoto, uno de los más eminentes filósofos medievales (finales del siglo XIII y principios del siglo XIV). Escoto afirmaba que si dos oraciones contradictorias eran ambas verdaderas, entonces todo sería posible, porque no es posible que dos oraciones contradictorias sean ambas verdaderas. El teorema de Escoto corresponde a la siguiente ley en el cálculo proposicional:
>
> CKpNpq
>
> Un ejemplo de la consecuencia dada por Escoto: *Sócrates existe y Sócrates no existe, por lo tanto la estaca está en la esquina*, es una aplicación de aquella ley. (*Ibid.* p. 30 [trad.])[29].

---

[28] Antes la había presentado así:
'CCKpqrCpCqr' [((p∧q)→r)→(p→(q→r))] (*cf. ibid.* p. 28).

[29] "To explain the sense of Axiom 3 let us substitute for p any true sentence, symbolized by «1». The axiom will then yield: C1CN1q.

The rule of detachment will give CN1q. But we know that N1=0, so that we have: C0q. Thus by means of Axiom 3 we may assert an implication with a false antecedent and an arbitrary consequent. This is in agreement with previous explanations concerning the functor C, for we have: C00=1, C01=1.

Axiom 3 can be deduced from the law of exportation and a certain theorem that was know to the Franciscan Duns Scotus, one of the most eminent medieval philosophers (late 13th and early 14th century). Scotus asserted that if two contradictory sentences were both true, then everything would be possible, for it is not possible that two contradictory sentences should both be true. Scotus' theorem corresponds to the following law in the sentencial calculus:

Este texto amerita que sea comentado en detalle. En primera medida, se ve que la presentación de esta fórmula es diferente a la de Hilbert, pues en la conferencia de 1925 el matemático alemán utilizó lo que llamó el principio de contradicción —que actualmente se vería más como una reducción al absurdo— para llegar a la fórmula '$(p \wedge \sim p) \rightarrow q$', y en cambio Łukasiewicz llega a esta fórmula a partir del axioma '$p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$'. Por su parte, la referencia histórica de este texto es muy importante. Al respecto, Łukasiewicz aclara que no fue él quien la encontró, sino que ya estaba presente en una obra[30] de Vailati, matemático italiano de finales del siglo XIX. Este libro fue publicado en 1911 —dos años después de la muerte de su autor—, siendo éste un dato importante porque apareció después de la publicación de la obra en polaco y al artículo en alemán de Łukasiewicz sobre el principio de (no) contradicción en Aristóteles. Esto permite suponer que el lógico polaco no estaba al tanto de este argumento cuando escribió esos textos y de ahí que en ellos no haya ninguna consideración al respecto.

Ahora bien, en cuanto a la consistencia, es importante anotar que, en el prefacio, el lógico polaco había señalado que también era resultado de su propia reflexión la prueba de consistencia del cálculo proposicional que se presentaba en el libro, aunque aclarando que ya desde 1921 Post había dado una prueba para tal efecto —que fue la que vimos antes— (*cf. ibid.* p. ixs). Ya en el cuerpo del libro, al presentar su prueba de consistencia de los axiomas del cálculo proposicional, el autor señala que es muy

---

CKpNpq

An example of consequence given by Scotus: *Socrates exists and Socrates does not exist, hence the stick stands in the corner*, is an application of that law.

By substituting in the law of exportation: *q/Np, r/q*, we obtain

CCKpNpqCpCNpq

Since the antecedent of the implication thus obtained is Scotus' law, we assert, by the rule of detachment, the consequent which is Axiom 3." (Łukasiewicz [1929] 1963: p. 30).

[30] Vailati, Giovani: *Scritti* (Leipzig-Firenze: 1911) p. 518ss (*apud* Łukasiewicz [1929] 1963: p. x y 124).

importante probar que nunca se pueden deducir dos proposiciones que tengan la forma *p* y *no-p*, pues esto implicaría aceptar que ambas proposiciones sean verdaderas, ya que se asume que son verdaderas todas las proposiciones deducibles en el cálculo de proposiciones; esto, afirma Łukasiewicz, es inaceptable, y lo justifica con un argumento que no se esperaría de quien, 19 años atrás, había «mostrado» que el principio de (no) contradicción «no tenía valor lógico»; dice textualmente:

> Pero, en conformidad con el principio de contradicción, dos proposiciones contradictorias no pueden ser ambas verdaderas. La posibilidad de llegar a una contradicción socavaría la fundamentación de nuestro sistema; entonces ciertas tesis del sistema podrían ser falsas, y el cálculo proposicional perdería su valor como teoría en la cual sólo sentencias verdaderas son probables. (*Ibid.* p. 68 [trad.])[31].

Como se ve, esta formulación de dicho principio es exactamente igual a la formulación «lógica» de Aristóteles, que en su momento el lógico polaco había cuestionado radicalmente en el ámbito teórico.

Frente a esto, es inevitable preguntarse qué puede haber llevado a este cambio de posición tan radical. No he encontrado mención alguna a esta «retractación» de Łukasiewicz, bien sea por parte del propio autor, o de los autores de tendencia «clásica», que, cuando se refieren al lógico polaco en el contexto de la lógica matemática, no hacen ninguna referencia a su escrito contra dicho principio; de hecho, cuando mencionan sus planteamientos «alternativos» sólo se ocupan de su propuesta polivalente. Tampoco he encontrado ninguna mención al respecto por parte de los autores de la lógica paraconsistente, que, por el contrario, sólo se refieren al artículo "Sobre el principio de contradicción en Aristóteles", que vimos antes.

---

[31] Ver el texto original en la siguiente nota.

Para tratar de llenar este vacío, es conveniente considerar primero otra consecuencia que Łukasiewicz señala en este libro:

> Si probáramos dos tesis de las formas *a* y *Na*, respectivamente, entonces podríamos aplicar al Axioma 3 la sustitución *p / a* y así obtener
>
> CaCNaq
>
> Y aplicando la separación [*modus ponens*] dos veces podríamos probar la tesis *q*. Sustituyendo *q* por cualquier expresión con sentido, entonces la habríamos probado. De aquí que en un sistema inconsistente toda expresión con sentido sería una tesis del sistema, lo que eliminaría la diferencia entre la falsedad y la verdad de las expresiones con sentido. (*Ibid.* p. 68 [trad.])[32].

Es importante señalar que es la primera vez que se explicita la posibilidad de «un sistema inconsistente», aunque sólo es para destacar que esa fórmula lo llevaría a la trivialización.

---

[32] El texto original completo es el siguiente:

"The first problem to be dealt with is that of the *consistency* of the axioms of the sentencial calculus. It will be shown that if we start from our axioms and proceed in accordance with the rules of inference, we can never prove two sentences, one of which has the form *a*, and the other *Na*, and thus are contradictory. This is very important, for should we prove two contradictory sentences, we would have to recognize the truth of both these sentences, since we recognize the truth of every sentence that is provable in the sentencial calculus. But in conformity with the principle of contradiction, two contradictory sentences cannot both be true. The possibility of arriving at a contradiction would thus undermine the foundation of our system; certain theses of the system could then be false sentences, and the sentencial calculus would lose its value as a theory in which only true sentences are provable. The inconsistency of our system would also entail another consequence. Should we prove two theses of the forms, respectively, *a* and *Na*, then we could apply to Axiom 3 the substitution *p / a* and obtain

CaCNaq

By applying detachment twice we could prove thesis *q*. By substituting for *q* any meaningful expression we would thereby prove it. Hence in an inconsistent system every meaningful expression would be a thesis of that system, which would completely obliterate the difference between the falsehood and the truth of meaningful expressions." (Łukasiewicz [1929] 1963: p. 67s).

Tratando de unir todos estos elementos, no parece aventurado figurarse que Łukasiewicz, a partir de su estudio de 1910, comenzó a buscar por cuáles caminos se podrían desarrollar lógicas no aristotélicas, y primero pensó que la opción podía ser suspender el principio de (no) contradicción, pero, al afrontar el problema del determinismo, su cuestionamiento se orientó más hacia el principio del tercero excluido, lo cual se radicalizó con el desarrollo de las lógicas polivalentes que plantean una alternativa, sin caer en el terreno de la inconsistencia. Además, es posible que Łukasiewicz, al sopesar las consecuencias del teorema 'p→(~p→q)' de *Principia Mathematica*, paralelamente haya dado con el «principio de Escoto» en Vailati y que ambos lo hayan llevado a aceptar que no tendría sentido desarrollar un sistema lógico que contuviera alguna contradicción.

Ahora, en cuanto a la influencia de los planteamientos de Hilbert, no tengo elementos de análisis suficientes como para determinar en qué medida los planteamientos formalistas pudieron ser determinantes. Hasta donde he podido investigar, no hay ninguna declaración explícita del lógico polaco al respecto. En efecto, este libro de Łukasiewicz se citan sólo dos obras de Hilbert: el artículo de 1923 (Hilbert [1923]) y el libro *Elementos de lógica teórica*, que había sido publicado un año antes. Esta obra es mencionada explícitamente por Łukasiewicz en el prefacio, donde la propone como una lectura complementaria, y agrega: "Tiene que decirse que este texto no ha influenciado en ningún sentido el contenido de las presentes notas de conferencias, con excepción de un punto terminológico [...]" (*ibid.* p. xi [trad.])[33]. Ahora, sabiendo nosotros cuál es el contenido del libro de Hil-

[33] "As complementary readings the reader may use the textbook of mathematical logic by Hilbert and Ackermann, published in 1928: *Grundzüge der theoretischen Logik* [Berlin, 1928]. It must be said that this textbook has in no way influenced the content of the present lecture notes, with the exception of one terminological point: following its authors I use the terms *free* or *bound* variable, instead of *real* or *apparent* variable, as has been the usage thus far." (Łukasiewicz [1929] 1963: p. xi).

bert y Ackermann, y especialmente el argumento sobre el sin sentido de un cálculo con alguna contradicción, se puede presumir que con esta aclaración Łukasiewicz quería dejar ver que sus conclusiones al respecto surgieron de forma independiente a las del matemático alemán.

Ahora bien, si vamos más allá de estas precisiones cronológicas, parece claro que la posición de Łukasiewicz fue hondamente marcada por la problemática de la trivialización, mucho más que la de Hilbert, pues todo parece indicar que el matemático alemán nunca se inclinó a creer que se podría dejar de lado la no contradicción. Así pues, sería en Łukasiewicz donde realmente se dio una confrontación entre opciones distintas, y por ello resulta aún más diciente que, en virtud de un argumento sintáctico, él haya abandonado los cuestionamientos que, con respecto a su sentido, le había hecho al principio de (no) contradicción. La solución que toma el pensador polaco sería entonces mantener todo el problema de «indeterminación» a nivel semántico, canalizándolo a través de sus lógicas polivalentes, y mantener la completa determinación a nivel sintáctico, siguiendo la teoría de la deducción clásica.

En esta línea, es revelador que en un artículo que publicó un año después con el título de "Observaciones filosóficas sobre los sistemas polivalentes"[34] —que se mencionó en el capítulo anterior—, Łukasiewicz proponga distinguir entre lo que llama la «ley de la bivalencia», cuyo contenido sería "que toda proposición es o bien verdadera o bien falsa" (Łukasiewicz 1975: p. 73), y la "ley del tercio excluso [...] según la cual dos proposiciones contradictorias no pueden ser falsas simultáneamente." (*Ibid.* p. 73). Luego aclara que ya no cree que las alternativas a la lógica clásica por él propuestas se puedan llamar «lógicas

[34] "Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls" *Comptes rendus de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie*, Classe III, 23 (1930) p. 51-77. [Bibl. Church (1936) núm. 186.8]. En inglés, Łukasiewicz 1970: p. 153-178; y en español en Łukasiewicz 1975: p. 61 -85.

no aristotélicas», como lo había planteado durante los años veinte, "porque Aristóteles fue el primero que pensó que la ley de bivalencia podía no ser verdadera para ciertas proposiciones." (*Ibid.* p. 73). Por lo anterior, propone hablar más bien de una «lógica no crisípea», pues sería Crisipo —el principal lógico estoico— quien habría planteado que toda proposición es o verdadera, o falsa.

El cambio de posición de Łukasiewicz es muy claro, y representa, a mi parecer, el paso de una etapa donde se defendía la necesidad de evitar la contradicción por razones básicamente conceptuales, a otra donde son especialmente argumentos «técnicos» los que se utilizan para desestimar el valor de cualquier estructura que, pretendiendo ser rigurosa, permita llegar a deducir una contradicción. Es decir, por un teorema (que también se puede presentar como regla de inferencia), esto es, por un argumento «técnico», se está rechazando algo que antes no se aceptaba por razones de carácter más filosófico. De hecho, el argumento deductivo ya existía desde la edad media, pero sólo se volvió determinante cuando, con el cambio de siglo, surgieron las paradojas dentro de teorías «rigurosas», que se asumían consistentes y hasta ahora se comportaban como tales; en efecto, antes de que se evidenciaran estas contradicciones, las versiones «ingenuas» de la teoría de conjuntos y la semántica parecían ser muy útiles y se podían aplicar en amplios campos. Incluso actualmente, cuando se enseñan «matemáticas modernas» a un nivel básico, generalmente no se llegan a tratar las precisiones que se tienen que hacer para evitar dichas paradojas.

Ahora bien, este argumento adquirió aún mayor relevancia cuando se alcanzó a ver que, en virtud de los desarrollos de la lógica simbólica, era posible cuestionar la validez universal del principio de no contradicción y que eso no implicaba destruir todas las bases de cualquier sistema lógico, en la medida en que existían otros principios y criterios que se podían mantener, aun cuando dicho principio no se postulaba como universalmente

válido. Es decir, que estos principios se podían manejar de forma independiente. Entonces Łukasiewicz revivió el argumento de la lógica medieval, y planteó que hay otros criterios que se tienen que tener en cuenta al enfrentar la posibilidad de que alguna contradicción sea deducible en un sistema.

8. El teorema de Gödel

Antes de cerrar este capítulo, es necesario referirse a otros dos «descubrimientos» que conmocionaron profundamente las investigaciones lógico-matemáticas. Su autor fue Kurt Gödel, un matemático austríaco, que en 1930 presentó una tesis de doctorado en la que demostraba la completud del cálculo de predicados de primer orden, es decir, que todas la fórmulas de ese tipo que sean verdades lógicas se pueden deducir de un grupo determinado de postulados. Ese mismo año publicó un artículo[35] presentando esta demostración, con lo que se daba un paso importante en el proyecto formalista.

Sólo un año después, en lo que se puede calificar como uno de los giros intelectuales más sorprendentes del siglo[36], Gödel publicó otro artículo[37] donde demostró que los sistemas deductivos propuestos para formalizar la aritmética elemental[38] eran incompletos, en el sentido de que se puede construir un enunciado aritmético tal que ni él ni su negación pueden deducirse en esos

---

[35] Gödel, Kurt: "Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls", *Monatshefte für Mathematik und Physik* 37 (1930) p. 349-360. [Bibl. Church (1936) núm. 418.2]. Traducción al español en Gödel 1989: p. 23-37

[36] Así me lo ha señalado el Prof. Fernando Zalamea.

[37] Gödel, Kurt: "Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I", *Monantshefte für Mathematik und Physik* 38 (1931) p. 173-198. [Bibl. Church (1936) núm. 418.3]. Traducción al español en Gödel 1989: p. 53-87, y al inglés en Van Heijenoort (ed.): p. 596-617.

[38] El texto trata el sistema de *Principia Mathematica* (con los axiomas de Peano) pero aclara que los resultados presentados se aplican a otros sistemas como la teoría axiomática de conjuntos de Zermelo-Fraenkel (*cf.* Gödel 1989: p. 53). En general, son aplicables a lo que se puede denominar «aritmética recursiva», como se señala en Ladrière 1969.

sistemas, de modo que dicho enunciado resulta indecidible[39]. Además, mostró que si se intentaba «completar» estos sistemas con otro postulado, que de alguna manera incluyera esa expresión indecidible, el resultado sería un sistema donde a su vez se podría construir otro enunciado indecidible. Estamos, pues, ante el famoso «teorema de Gödel»[40].

Un poco más adelante, el artículo presenta otro resultado que mostraría que, por el camino señalado por el formalismo, no se podía avanzar tal como se quería. En efecto, el matemático austríaco probó que si un sistema formal es capaz de contener la teoría elemental de los números naturales, no es posible, con sus propios medios, dar una prueba de su consistencia utilizando métodos finitistas[41]. Esto constituye otro teorema o, si se quiere, la segunda parte del «teorema de Gödel».

En relación con estos resultados es importante llamar aquí la atención sobre el hecho de que la demostración de Gödel está

---

[39] Gödel utilizó un mapeo isomórfico muy preciso —conocido como los números de Gödel— por medio del cual logró convertir afirmaciones metamatemáticas en fórmulas aritméticas, llegando así a demostrar que, si se formaliza la teoría de los números elementales en un sistema deductivo, siempre se puede construir un enunciado formal —que en términos no formales afirma de modo indirecto su propia indemostrabilidad— tal que si se presupone que es deducible, se llegaría a una contradicción; y si se supone que su negación es deducible, también se llegaría a una contradicción. Así se puede resumir la presentación que hace Gödel, en la primera sección del artículo, de lo que después va a desarrollar rigurosamente (*cf.* Gödel 1989: p. 53-57).

[40] Sobre el teorema de Gödel mucho se ha escrito, pero vale la pena destacar las presentaciones que preceden las traducciones citadas, escritas por Jesús Mosterín (Gödel 1989: p. 43-52) y Jean van Heijenoort (Van Heijenoort [ed.] 1967: p. 592-595), respectivamente. El libro Nagel / Newman 1961 puede ser útil como una presentación general de los resultados de Gödel; para un estudio más detallado se puede consultar Ladrière 1969.

[41] La exigencia de que las pruebas de consistencia sólo utilizaran métodos finitistas fue planteada por Hilbert, como antes se mencionó. En general, esto se puede resumir en dos condiciones, como lo hace Luis A. Valdés:

"(a) los axiomas son [...] finitos y (b) las derivaciones a partir de los axiomas aplicando reglas inferencia se llevan a cabo en un número finito de pasos y aplicando un número finito de reglas." (Crossley *et al.* 1983: p. 120).

estructurada de manera tal que pasa por la exigencia de que el sistema sea consistente[42]: se afirma que el enunciado en cuestión no se puede deducir en el sistema porque se ha probado que si él fuera deducible, entonces también lo sería su negación, y viceversa; es decir, se rechazan ambas opciones en tanto se asume que el sistema es consistente (ver Gödel p. 72ss; Ladrière 1969: p. 131ss). Es por esto que se dice que ese enunciado no es decidible, pues se entiende que un enunciado es decidible cuando es o demostrable o refutable (*cf.* Kleene 1974: p. 182).

El sistema resulta incompleto en la medida en que existe un enunciado aritmético que sería verdadero pero que no se puede deducir en la teoría axiomatizada de la aritmética (*cf.* Nagel / Newman 1959: p. 67). La conclusión global de todo esto es que, si dicho sistema deductivo es consistente, entonces es incompleto.

El contenido matemático de la demostración de Gödel causó mucho impacto al interior de las investigaciones lógico-matemáticas, siendo la propuesta de Hilbert la más afectada. Paralelamente, diversas «implicaciones filosóficas» se han señalado a partir de estos resultados, siendo muchas de ellas muy polémicas y polemizables. Resulta aquí conveniente restringirse a señalar que Gödel, que de algún modo se había inspirado en las paradojas semánticas, logró articular un enunciado —en cierto sentido semejante— que evitaba referirse a su propio significado pues habla sólo de la propiedad sintáctica de ser o no ser demostrable (*cf.* Kneale / Kneale 1980: p. 669), enunciado que se podía formular en los sistemas que se habían articulado para evitar las paradojas. El resultado fue que esta vez ya no era viable reestructurar los sistemas que daban lugar al problema señalado por

[42] Gödel también hablaba, en un caso, de que el sistema fuera «ω-consistente», pero, cinco años después, Rosser probaría que se puede hacer una demostración muy semejante, pero en la que sólo se exija «consistencia simple» (*cf.* Van Heijenoort [ed.] 1967: p. 594).

Gödel, sino que se tenia que aceptar que ellos resultaban inevitablemente incompletos.

Las expectativas que se tenían con respecto a los sistemas formales recibían, tres décadas después del surgimiento de las paradojas, otro duro golpe. Antes, se había visto que era posible que en ellos surgieran contradicciones; ahora se veía que, si bien se podía preservar la consistencia, esto hacía que los sistemas suficientemente expresivos resultaran incompletos, es decir, eran insuficientes para formalizar algo tan básico como la aritmética elemental. Ya no sólo se trataba de exigir consistencia, sino que esta exigencia excluía otra que también se había considerado determinante.

Capítulo V

PRUEBA GENERAL DE LA INADMISIBILIDAD DE CONTRADICCIONES: LEWIS Y EL TEXTO ORIGINAL DEL PSEUDO-ESCOTO

1. LEWIS Y LAS PARADOJAS DE LA IMPLICACIÓN

1.1. La implicación estricta

En 1932, Clarence I. Lewis y Cooper H. Langford publicaron en los Estados Unidos un libro con el título de *Symbolic Logic*[1], que sería un hito importante en la materia. Esta obra tiene dos partes, dirigidas cada una a públicos distintos: la primera, de cinco capítulos, sigue la estructura de un libro anterior de Lewis[2], que quería ser una introducción a la lógica simbólica; y la segunda aborda temas entonces más polémicos. Tanto la primera parte, como los tres primeros capítulos de la segunda fueron escritos por Lewis.

La segunda parte comienza con un capítulo que recoge el método logístico, axiomático-deductivo, para intentar volver a cimentar la lógica, ya no alrededor de la implicación material, sino entendiendo «p implica q» como «q es deducible de p». Para esto se acude a la noción de posibilidad o lo que Lewis también llama «autoconsistencia»: es posible *p* (formalizado así: '◊p') debe entenderse como "es falso que *p* implique su propia nega-

---

[1] Lewis / Langford 1932, 1959.

[2] Lewis C.I.: *A Survey of Symbolic Logic*; Berkeley: University of California Press, 1918. [Bibl. Church (1936) núm. 215.9].

ción" (*ibid.* p. 123 [trad.])[3]. Surge así también la «implicación estricta», definida en virtud de la siguiente equivalencia:

$$p \prec q \,.=.\, \sim \Diamond (p \sim q)$$

que se debe entender como "es falso que sea posible que p pueda ser verdadera y q falsa" (*ibid.* p. 124 [trad.]). Lewis llevaba dos décadas buscando superar con ideas semejantes lo que se conocía como las paradojas de la implicación material: una proposición falsa implica cualquier proposición y una proposición verdadera es implicada por cualquier otra. De hecho, esta preocupación lo había llevado a crear, desde 1912, los primeros sistemas de lógica modal, que presentaban la «imposibilidad lógica» como un operador sobre el modo en que se daban las proposiciones (*cf.* Hughes / Cresswell 1973: p. 180s).

El segundo capítulo estudia el sistema de tablas de verdad, para plantear que la opción que suele adoptarse es sólo una de las posibles, y que si bien el sistema basado en la implicación material es el más estudiado, esto no quiere decir que sea el único plausible[4]. Ahondando más, Lewis afirma que no se puede decir con propiedad que exista algo así como «leyes lógicas» análogas a las de las otras ciencias, pues todo principio lógico no es más que una proposición analítica que esclarece significados conceptuales del uso que hacemos del lenguaje, y no tiene nada que ver con cualquier realidad extralingüística (*cf.* Lewis / Langford 1932, 1959: p. 212)[5]. Para reafirmar esto, muestra que el

---

[3] "Self-consistency or possibility: $\Diamond p$. This may be read «p is self-consistent» or «p is possible» or «It is possible that p be true.» As will appear later, $\Diamond p$ is equivalent to «It is false that p implies its own negation,» and $\Diamond(p\ q)$ is equivalent to «p and q are consistent.»" (Lewis / Langford 1932, 1959: p. 123).

[4] "Material implication is the only truth-value system which has been extensively investigated. But it is by no means the only possible one: there are an unlimited number." (Lewis / Langford 1932, 1959: p. 200).

[5] "[...] there have always been those who take logical truth to state some peculiar and miraculous property of reality or the universe, and thus fall into a state of mystic wonderment about nothing. The facts which the principles of logic state are simply facts of our own meanings in the use of language: they have nothing to do with any character of reality, unless of reality as exhibited

sistema habitual de tablas de verdad de dos valores tiene también alternativas, como el sistema trivalente de Łukasiewicz y los otros sistemas polivalentes desarrollados desde entonces (*cf. ibid.* p. 213ss).

El siguiente, que es el último capítulo escrito por Lewis, se llama "Implicación y deducibilidad". Parte de afirmar que hay dos formas de concebir la lógica: como medio y canon de inferencia deductiva, o como la disciplina que comprende todos los principios que conforman las afirmaciones tautológicas (*cf. ibid.* p. 235). Ahora bien, el centro de la inferencia deductiva está en determinar qué se entiende por la relación de implicación, pues es en virtud de ella que se establece la conexión entre la o las premisas y la conclusión que se quiera reputar válidamente inferida. El criterio general es que nunca una proposición verdadera implica una falsa; pero esto lleva a dos opciones: primera, plantear que la relación de implicación también abarca este caso, en la medida en que preceptúa que tal implicación es falsa; o segunda, asumir que la relación de implicación es tal sólo si es necesariamente cierta, es decir, que no puede darse que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso. Con esto, Lewis quiere distinguir entre lo que es simplemente verdadero y lo que es tautológico —lo necesariamente verdadero—, y precisamente para esto introduce la implicación estricta.

Ahora bien, esta segunda concepción permite darle sentido a lo que antes se mostraba paradójico. Tal es el caso de la fórmula que antes estudiamos en *Principia Mathematica*: '$\neg p \supset (p \supset q)$', pues en el sistema propuesto por Lewis ella no puede interpretarse de manera tal que «*p* implica *q*» resulte equivalente a «*q* es deducible de *p*», y así se hace patente que ahí se está estableciendo un vínculo entre dos proposiciones que pueden ser total-

in human language-habits. The universe can 'be what it likes'; it cannot make a definition false; and it cannot exhibit what is logically inconceivable, for the simple reason that logical conception exhausts the possibilities." (Lewis / Langford 1932, 1959: p. 212).

mente independientes (*cf.* Lewis / Langford 1932, 1959: p. 247). Algo semejante ocurre si, en esa fórmula, se reemplaza la primera implicación por una implicación estricta, es decir: '$\neg p \prec (p \supset q)$', pues de igual forma la relación entre *p* y *q* continuaría siendo un vínculo que se puede dar entre proposiciones independientes; en efecto, en este caso, al ser la primera una implicación estricta, sólo se le está dando el carácter de necesidad al condicional entre *no-p* y todo lo que está después de ese operador, sin afectar para nada la vinculación entre *p* y *q*. Así pues, ambas fórmulas —la de *Principia Mathematica* y la que ahora presenta Lewis— son deducibles en el sistema propuesto por Lewis, pero ahora adquieren un nuevo sentido, en virtud del cual dejarían de ser paradójicas.

Esta nueva lectura que propone Lewis se entiende mejor si se tiene en cuenta que al separar la implicación material de la noción de «ser deducible de», esta conectiva pasa a expresar simplemente una coincidencia de valores: no es el caso que el antecedente sea verdadero y el consecuente sea falso, de modo que esa coincidencia no es necesaria, lo que equivale a afirmar que el caso es que el antecedente es falso o el consecuente es verdadero (o ambos). Así pues, lo que antes parecía paradójico, en la medida en que se asumía que la implicación entrañaba cierta forma de interdependencia entre las dos proposiciones por ella vinculadas, deja de serlo al tratarse simplemente de una combinación determinada de valores de verdad de proposiciones independientes. En efecto, las fórmulas citadas se pueden entender genéricamente como "si *p* es falsa, entonces *p* implica cualquier proposición *q*." (*ibid.* p. 247 [trad.]). Lo cual no es paradójico, en la medida en que se entienda ese «implica» solamente como implicación material, pues si se sabe que *p* es falsa, entonces es claro que no estamos ante el caso que se busca excluir, porque en '$p \supset q$' no sería el caso de que el antecedente sea verdadero; así mismo, en la interpretación como disyunción, se cumpliría lo de que el antecedente sea falso.

1.2. La demostración de Lewis

Con lo planteado, no obstante, no se resuelven, o aclaran, todas las situaciones paradójicas, pues el sistema propuesto por el autor norteamericano parecería tener sus propias paradojas —básicamente dos— siendo la primera la siguiente:

$$\neg \Diamond p \,.\prec.\, p \prec q$$

"si *p* es imposible, entonces *p* implica estrictamente cualquier proposición *q*" (*ibid.* p. 248 [trad.])[6]. Ante lo cual Lewis plantea que no es realmente una paradoja, sino una verdad lógica que suele ser mal interpretada. Para entender esto, primero hay que tomar en cuenta que decir «*p* es imposible» quiere decir que *p* implica su propia negación, lo que equivaldría a que *p* no es autoconsistente. El siguiente paso es explicar por qué no es una paradoja sino una verdad lógica el que una formulación contradictoria siempre permite deducir cualquier otra proposición. Para el efecto, Lewis propone un argumento bastante sencillo (*cf. ibid.* p. 250)[7]:

Asúmase $p \sim p$ (1)

a partir de esto tenemos que, si *p* es verdadera y *p* es falsa, entonces se puede afirmar por separado tanto que *p* es verdadera:

$p \sim p \,.\prec\, p$ (2)

como que *p* es falsa:

---

[6] En la presentación que hace Lewis, la otra paradoja se expresa con la fórmula '$\neg \Diamond \neg p \prec q \prec p$' (*cf.* Lewis / Langford 1932, 1959: p.248). En 1948, Hallden mostró que ambas fórmulas eran sólo derivables en el segundo sistema propuesto por Lewis (S2), aunque el primer sistema ya tenía unas fórmulas semejantes un poco más débiles: '$\neg\ p \supset p\ \ q$' y '$\neg\ \neg p \supset q\ \ p$' (*cf.* Hughes / Cresswell 1973: p. 189s y p. 274s).

[7] En el texto, Lewis utiliza una forma de exposición extraña, que consiste en dar un número entre paréntesis para cada fórmula, y en las siguientes líneas, en vez de poner la fórmula completa, pone el número como abreviación. He preferido mantener, sin embargo, la fórmula sin abreviación, de manera tal que —por ejemplo— en vez de la segunda fórmula que aquí se ha presentado, Lewis escribe $(1) \prec p$. Téngase en cuenta que la notación para la conjunción que usa Lewis es poner las dos fórmulas juntas simplemente; por ejemplo, la primera, que es una conjunción, la escribe así: $p \sim p$.

$$p \sim p . \prec \sim p \qquad (3).$$

Pero si sabemos por (2) que *p* se da necesariamente (nótese que se está usando la implicación estricta), entonces se la puede poner en disyunción con cualquier otra, y esta disyunción será cierta porque al menos uno de sus dos disyuntos es verdadero; es decir, aplicamos la regla de adición al resultado de la segunda fórmula y tenemos:

$$p \prec . p \vee q \qquad (4).$$

Ahora bien, si miramos en conjunto (3) y (4), vemos que "por (3) *p* es falsa, y por (4) al menos una de las dos, *p* o *q*, es verdadera; entonces *q* tiene que ser verdadera" (*ibid.* [trad.]); por lo tanto:

$$\sim p . p \vee q : \prec . q$$

Es decir, a partir de asumir algo autocontradictorio, hemos llegado a que se puede reputar válida una fórmula cualquiera que no tiene con ello ningún contenido común.

Para darle un sentido más intuitivo, Lewis explica que la contradicción postulada surge de negar lo que sería la forma general de las tautologías, que se expresaría así: '$p \vee \neg p$', pues teniendo en cuenta la equivalencia: '$p \vee \sim p = \sim(p \sim p)$', si se niega el principio del tercero excluido, también se está negando el principio de no contradicción, y sólo así se hace posible afirmar una proposición autocontradictoria. De esto, el lógico norteamericano concluye lo siguiente: "cualquier proposición que uno elija puede ser deducida de la negación de una tautología o verdad necesaria: el teorema $\sim \Diamond p . \prec . p \prec q$ establece un hecho sobre la deducibilidad." (*Ibid.* p. 250s [trad.])[8].

[8] "This demonstration is a paradigm, in which *p* may be any proposition so chosen that $\sim p \vee p$ will express the tautology which is in question; and *q* may be any proposition whatever. Thus any proposition one chooses may be deduced from the denial of a tautological or necessary truth: the theorem $\sim \Diamond p . \prec . p \prec q$ states a fact about deducibility." (Lewis / Langford 1932, 1959: p. 250s).

1.3. Sentido general de esta demostración

Como se ve, el autor no se refiere explícitamente a la necesidad de consistencia en relación con la no trivialización, y se mantiene en la tradición de hablar de que cualquier proposición sería deducible a partir de una contradicción. Pero aclara que el concepto de deducibilidad se puede entender bien sea como lo que es deducible por medio de un determinado modo de inferencia, que se asume como confiable pero que no se presenta axiomáticamente, o también como lo deducido en virtud exclusivamente de postulados explícitos del sistema, es decir, a partir de ciertos principios de inferencia, pero ahora presentados como axiomas, o como teoremas derivados de axiomas explícitos, que sería lo característico de una deducción dentro del método axiomático-deductivo de la logística (*cf. ibid.* p. 252s). El primer sentido es aplicable a todas las áreas del saber, incluida la lógica, mientras que el segundo sólo puede darse en lógica y sería más propiamente una «deducibilidad logística». Lewis plantea esto para mostrar que su sistema de implicación estricta coincide con la deducibilidad en el primer sentido, pues si bien las «paradojas de la implicación estricta» se habían derivado en el capítulo VI de ese libro, aplicando el método logístico (*cf. ibid.* p. 174), las pruebas aportadas para ellas sólo se refieren a inferencias generalmente aceptadas, por lo que en ellas '$p \prec q$' se debe entender como "dada *p* como premisa, *q* puede ser deducida por cierto modo de inferencia", y no como "*q* es logísticamente deducible de *p*" (*ibid.* p. 253 [trad.]).

Entonces, lo característico de la «demostración» de Lewis es que, habiendo partido de asumir una contradicción —que no se ha probado, ni mucho menos deducido—, se aplican reglas de inferencia generalmente aceptadas, como la simplificación, la adición y el silogismo disyuntivo, y así se obtiene la deducibilidad de cualquier proposición.

Sin embargo, contrario a lo que se podría pensar, aunque Lewis cree que su interpretación de la relación de implicación, al

hacer énfasis en la necesidad, puede resultar más adecuada para constituirse en canon de la inferencia deductiva frente a las que se limitan al aspecto de la verdad, con ello no está pretendiendo establecer un parámetro «lógico universal». Este autor considera que no existe nada que sea «la lógica», sino simplemente un gran número de relaciones entre proposiciones que tienen características fijas, y que su inclusión o no en un sistema lógico depende sólo de una opción que para Lewis es pragmática: "depende de la relevancia de lo que se incluya o se omita para los propósitos que buscaba satisfacer el sistema al ser diseñado." (*Ibid.* p. 256 [trad.])[9]. Aún más, para el lógico norteamericano, si bien la lógica representa un cierto orden de los hechos, y quizás el orden más importante, porque es el orden de nuestras formas de ordenar en general, resulta que los hechos «no se ponen en orden a sí mismos», lo cual es claro, tomando en cuenta que ha existido una variedad ilimitada de órdenes para las relaciones que surgen a partir de los hechos. Esto, al parecer del autor, también sucede en lógica (*cf. ibid.* p. 257), de donde concluye que "existe un número indefinidamente grande de «lógicas» o posibles cánones de inferencia, cada uno de los cuales es cabalmente cierto y, así

---

[9] "*There is no peculiar and exclusive truth of these, as against some other selection of the relations of propositions, and the laws of these other relations.* It is in this sense that it is accurate to say that there is no such thing as 'logic'; there are only the indefinitely large number of different relations of propositions, every one of them having its own fixed properties, the expression of which are the 'laws' of it.[...]

It is obvious enough, in the light of this and early chapters, that whether a particular relation is included or omitted in a 'system' is a matter of choice. Systems are thoroughly manmade, even in that sense in which relations and the truth about them are not. When we include a given relation in a system, or omit it, we may do well or ill; but such inclusion creates no truth, and such omission indicates no falsity. The justification of one's procedure, in this respect, is purely pragmatic; it depends upon the relevance of what is included or omitted to the purposes which the system is designed to satisfy." (Lewis / Langford 1932, 1959: p. 255s).

mismo, establece verdaderas leyes de inferencia." (*Ibid.* p. 260 [trad.])[10].

Para enfatizar esto, afirma Lewis que si, en vez de la dicotomía tradicional entre juicios verdaderos y falsos, se acepta la tercera posibilidad de «dudoso» o «indeterminado», entonces se puede seguir un sistema trivalente como el de Łukasiewicz[11], en el que son definibles casi tres mil relaciones de implicación, donde no se niega el principio del tercero excluido, pero sí se lo ignora (*cf. ibid.* p. 260). Y agrega:

> Similarmente, si la consistencia y la independencia de las proposiciones no fueran importantes para nosotros, podríamos escoger el sistema de implicación material como el canon de

---

[10] "Thus there are an indefinitely large number of 'logics', or possible canons of inference, every one which is true throughout and states true laws of inference. If our intellectual habits and interests were slightly different, we might choose some other than the logic of traditional deduction to be our guide." (Lewis / Langford 1932, 1959: p. 260).

[11] Lewis se refiere al sistema presentado en Łukasiewicz, Jan / Tarski, Alfred: "Untersuchungen über den Aussagenkalkül" *Comptes rendus des séances de la Societé des Sciences et des Lettres de Varsovie*, vol. 23, cl. III, (1930) p. 1-21 [Bibl. Church (1936) núm. 205]. Este es un artículo en el que se quieren presentar los resultados logrados en el seminario de lógica matemática dirigido por el Prof. Łukasiewicz desde 1926, en el cual participaron Lindenbaum, Sobociński y Wajsberg, además de Tarski, que fue quien recopiló los resultados. En él se presenta un sistema bivalente de cálculo proposicional que tiene exactamente los mismos axiomas del sistema que presentó Łukasiewicz en *Elementy logiki matematycznej* (Łukasiewicz [1929] 1963), que antes estudiamos, aunque aquí sin hacer ninguna explicación ni de su significado intuitivo, ni de su referente histórico. Luego presenta otros sistemas de cálculo proposicional: uno sin negación —que mencionaremos en el cap. VII, sec. 4—, otro con cuantificadores, y finalmente uno polivalente. (Ver "Recherches sur le Calcul Propositionel", en Tarski, Alfred: *Logique, Sémantique, Metamathématique* t. I 1923-1944 (Paris: Librairie Armand Colin, 1972) p. 46-65). Lewis aclara en una nota que cuando se refiere al sistema trivalente y a los sistemas de matrices multivalentes debe entenderse los desarrollados específicamente por Łukasiewicz (*cf.* Lewis / Langford 1932, 1959: p. 234). Así pues, todo parece indicar que Lewis conocía la importancia que Łukasiewicz le había dado a la fórmula '$p \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$', pero no necesariamente en relación con la trivialización.

> nuestras inferencias. Entonces, podríamos acatar la dicotomía básica de verdadero y falso, y la ley del tercero excluido, pero podríamos ignorar la básica tricotomía de la consistencia, «o bien *p* es consistente con *q*, o *p* es consistente con '*q* es falsa', o *p* no es consistente consigo misma» [...] (*Ibid.* p. 260 [trad.])[12].

Esta última opción iría en contra de la base misma del sistema que el lógico norteamericano ha desarrollado, pero él considera que incluso tampoco por eso puede ser desestimable a priori, pues todo dependería de las aplicaciones que quiera dársele. Para Lewis, la razón para descartar esta opción es la misma que lo lleva a descartar los otros sistemas lógicos que se asientan en los valores de verdad: en ellos, lo que significa «implica» cambia dependiendo de si las proposiciones son verdaderas o falsas[13], y a su parecer la aplicabilidad de una relación lógica radica principalmente en su independencia frente al valor de verdad de sus términos. En esta línea, la relación veritativa de implicación resulta útil, únicamente, cuando existe garantía de que no se puede dar el caso en el cual el antecedente sea verdadero y el consecuente sea falso; y, cuando esto es así, la implicación coincide precisamente con la implicación estricta (*cf. ibid.* p. 261s).

He querido presentar en cierto detalle estos argumentos de Lewis, porque, si bien hay puntos que no afectan directamente la

---

[12] "Similarly, if consistency and independence of propositions should not be important to us, we might choose the system of Material Implication as the canon of our inferences. We should then observe the basic dichotomy of true and false, and the Law of the Excluded Middle, but we should ignore the basic trichotomy of consistency, «Either *p* is consistent with *q*, or *p* is consistent with '*q* is false', or *p* is not consistent with itself», which represents the fundamental tautology of strict implication. (Most of us ignore this trichotomy in precept, though whether we ignore it in practice, or can ignore it with safety to our prevailing intellectual interest, are different questions.)" (Lewis / Langford 1932, 1959: p. 260).

[13] "The real defect which all truth-value logics have, in use, is pragmatic. It is one which is very simple and easily observed. What a proposition implies, in any truth-value meaning of the word, is different, if the proposition is true, from what it implies if false." (Lewis / Langford 1932, 1959: p. 261).

problemática que nos interesa, ellos permiten ver la actitud que tenía Lewis frente a la lógica, y muestran, por lo tanto, el contexto en que se articuló esa demostración acerca de que de una contradicción se puede deducir cualquier cosa. Esto es interesante porque, a pesar de todas las aclaraciones que da Lewis con respecto al sentido de su propuesta, su demostración se ha utilizado después como un argumento «canónico» para desestimar la posibilidad de que algún sistema sensato pueda contener o dar lugar a alguna contradicción[14], sin que se haya tomado para nada en cuenta el aspecto pragmático sobre el que tanto insistió el lógico norteamericano[15].

Ahora bien, resulta que el origen histórico de esta demostración no fue realmente este texto de 1932, sino uno que data del siglo XIV, por lo cual conviene ahora pasar a estudiar su primera formulación, que fue hecha en la lógica medieval.

2. El Pseudo-Escoto y sus criterios sobre las inferencias válidas

2.1. Aclaración sobre el origen histórico del «Principio del Pseudo-Escoto»

Se habrá observado que hasta ahora sólo se ha mencionado la referencia histórica que Łukasiewicz hizo sobre Duns Escoto, con respecto al criterio según el cual, si dos oraciones contradictorias eran verdaderas, entonces todo era posible; sin embargo, para hablar de lo mismo se ha usado la designación de «principio del Pseudo-Escoto». Esto se debe a que, actualmente, al principio

---

[14] Por ejemplo, para tratar el tema, Rescher y Brandom (1980: p. 21) no dudan en que a lo primero que hay que enfrentarse es a la «prueba» de Lewis, convertida en un tópico tan común que ya ni es necesario citar su origen.

[15] Esto vale incluso para la excelente síntesis que se hace en el apéndice II de Hughes / Cresswell 1973 (p. 274-277) de la problemática de las paradojas de la implicación estricta. Algo semejante ocurre en una interesante controversia que sobre este punto se dio en la *Revista Latinoamericana de Filosofía* entre Raúl Orayen y Francisco Miró Quesada, en los siguientes textos: Orayen 1985, Miró Quesada 1985, Orayen 1988.

según el cual de una contradicción se sigue cualquier cosa, se lo conoce usualmente con este segundo nombre. La confusión surgió al atribuirsele por error a Juan Duns Escoto —Jo(h)annes Duns Scotus en latín— la autoría de dos textos de comentarios sobre los *Primeros analíticos*, de Aristóteles. El error fue cometido por el editor de la primera edición de las obras completas de Duns Escoto[16], y se reprodujo en la segunda versión de finales del siglo pasado[17]. Esta equivocación hizo que se asumiera que el teólogo escocés era el autor de los dos libros que nos interesan[18], junto con otros que tampoco eran de su autoría. Así lo tomó Vailiati y, en consecuencia, Łukasiewicz; sin embargo, alrededor de 1936, un estudioso de Duns Escoto, llamado E. Longpré[19], descubrió esta situación, lo que sería dado a conocer por J. M. Bocheński[20], quien fue discípulo de Łukasiewicz. Dado que sólo a finales de los años treinta se fue haciendo clara esta situación, he reservado esta aclaración para ahora, evitando así romper la continuidad histórica de cómo se fueron revelando los distintos aspectos del problema.

---

[16] *Ioannis Duns Scoti, Doctoris Subtilis, Ordinis Minorum, Opera Omnia.* 12 vols. (Ed. Luca Wadding). Lugduni [Lyon]: 1639.

[17] *Ioannis Duns Scoti Opera Omnia.* 26 vols. (Ed. L. Vivés). Parisiis [París]: 1891-1895.

[18] *In Librum primum Priorum Analyticorum Aristotelis Quæstiones. In Librum secundum Priorum Analyticorum Aristotelis Quæstiones.* Estos libros están incluidos en la reproducción facsimilar reciente de la edición de 1639, que fue editada con una prefacio de Tullio Gregory, y que es la que he consultado: Duns Scotus, Johannes: *Opera Omnia.* 12 vols. (Hildesheim: Georg Olms Verlagsbuchhandlung, 1968), vol. I p. 273-330 y p. 331-341.(Estas páginas son las mismas de la versión original; en cambio, en la versión de Vivés, estos libros están en el vol. II p. 81-197).

[19] Había publicado un libro sobre él: Longpré, E.: *La Philosophie du bienheureux Duns Scot* (Paris, 1924).

[20] Especialmente en dos articulos: Bocheński, J. M.: "De consequentiis scholasticorum earumque origine", *Angelicum* vol. 15 (1938) p. 92-109; y "Notes historiques sur les propositions modales", *Revue des sciences philosophiques et théologiques* vol. 26 (1937) p. 73-99.

Esta historia es bastante confusa y son pocos los autores que han sido rigurosos al respecto[21], pero actualmente se acepta que esos textos fueron atribuidos erróneamente y que los habría escrito no Juan Duns Escoto, que vivió de 1266 a 1308, sino un lógico medieval, alrededor de 1350[22]. A falta de certeza, se habla del Pseudo-Escoto (Pseudo-Scotus), aunque la hipótesis más probable es que haya sido Juan de Cornwall[23], como sugieren los Kneale (1980: p. 695).

2.2. El texto del Pseudo-Escoto

Pues bien, en estos disputados libros hay uno de los análisis mejor logrados de las figuras que los lógicos medievales llamaron *consequentiae*, y lo que, en general, se puede traducir por «consecuencias», entendiéndose por ellas oraciones que expresan una inferencia justificada lógicamente. Pues bien, el primer libro propone una definición[24] y luego da contraejemplos en los

---

[21] Para reconstruir esta historia me he basado en varias fuentes, pero especialmente a partir de la mención de Kneale / Kneale 1980: p. 226 y p. 695; junto con el artículo de McDermott, A. C. S.: "Notes on the Assertoric and Modal Propositional Logic of the Pseudo-Scotus", *Journal of the History of Philosophy* vol. X, no. 3 (Jul. 1972) p. 73-306 (especialmente p. 273s).

[22] *Cf.* Kretzmann / Kenny / Pinborg (eds.) 1988: p. 307.

[23] En la bibliografía de Bocheński 1985 se hace referencia a Juan de Cornubia como "el autor del «In An. Priora» (?) e «In An. Posteriora» del Pseudo-Escoto" (p. 496), pero esa interrogación después del primer libro, que es el que aquí interesa, muestra que esta atribución no es segura. Por su parte, Lorenzo Peña (1991: p. 267) habla de la «regla de Cornubia». «Cornwall» es el nombre de un condado en el extremo suroeste de Inglaterra, que en español se traduce por «Cornvalles»; por otra parte, «Cornubia» es uno de los dos nombres en latín para esa región (el otro es «Cornuvalia»), de modo que todo esto indica que Juan de Cornwall y Juan de Cornubia serían la misma persona, aunque no he encontrado otras referencias sobre él. De hecho, en Kretzmann / Kenny / Pinborg (eds.) 1988, que actualmente es quizás el principal libro de referencia sobre este período, no se incluye este nombre en el índice onomástico, en ninguna de las dos versiones, y sólo se habla del Pseudo-Scotus. Por esta razón he decidido, hecha la salvedad, mantener el nombre de Pseudo-Escoto.

[24] La definición que da el Pseudo-Escoto es la siguiente:

que no se cumplían los criterios que usualmente se daban para justificar la validez de una «consecuencia»[25].

A continuación, clasifica las distintas consecuencias según si son formales o materiales, en virtud de que establezcan argumentos en sí «perfectos», o de que necesiten de otra premisa para que se consideren válidos formalmente[26]; estas divisiones pueden a su vez subdividirse: las consecuencias formales serán diferentes, dependiendo de si su antecedente es una proposición categórica o hipotética, y las materiales variarán según si son válidas «simplemente» o si lo son «para ahora», como se explicará en breve.

Una vez hecho esto, el texto presenta cinco reglas para que las consecuencias sea correctas, de acuerdo con el tipo de consecuencia. La primera de ellas dice:

> De cualquier proposición que entraña contradicción de forma, se sigue cualquier otra proposición en consecuencia formal[27].

"Consecuencia es una sentencia hipotética compuesta de antecedente y consecuente por medio de una conjunción condicional o racional que significa que, en caso de que ellos, e. d., antecedente y consecuente, se formen simultáneamente, es imposible que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso." (*Apud* Bocheński 1985: p. 203).

[25] *Cf.* Kretzmann / Kenny / Pinborg 1988: p. 308.

[26] El texto de esta clasificación está traducido en Bocheński 1985: p. 204 (30.05); su original en latín y una buena explicación se encuentran en Kneale / Kneale 1980: p. 258ss.

[27] En el texto original, Pseudo-Escoto presenta esto en dos apartados que son muy similares. El primero, que es el que he traducido, dice textualmente:

"[...] ad quamlibet propositionem implicantem contradictionem de forma, sequitur quælibet alia propositio in consequentia formali." Duns Scotus, Johannes: *Opera Omnia* (Hildesheim: Georg Olms Verlagsbuchhandlung, 1968) vol. I p. 288. (Este texto original está en Kneale / Kneale 1980: p. 261, aunque no hacen la referencia bibliográfica respectiva, y en la transcripción omiten la parte que dice «*de forma*»).

La segunda formulación está en el siguiente libro, que comenta el segundo libro de los *Primeros analíticos*, y dice textualmente:

Esto se prueba de la siguiente manera: si partimos de una contradicción ('$p \wedge \neg p$'), esto es, de la conjunción de dos proposiciones contradictorias, entonces podemos afirmar por separado cada una de ellas (tanto *p*, como *no-p*), porque de una conjunción se puede deducir cada una de sus partes; luego, si tomamos la parte afirmativa (*p*), podemos juntarla con cualquier otra proposición en una disyunción ('$p \vee q$'), porque una disyunción es implicada por cada uno de sus disyuntos; y tendríamos entonces una disyunción y la negación de uno de sus disyuntos ('$p \vee q$' y *no-p*), por lo que se sabe que se puede deducir el otro (*q*), que en este caso es cualquier proposición[28].

La segunda dice:

"[...] ad quamlibet propositionem, quæ manifeste implicat contradictionem, sequitur formaliter quælibet alia, sicut sequitur *Socrates currit, & Socrates non currit; igitur tu es Romæ.*" (*Opera Omnia*, p. 334).

[28] El texto original de la prueba de la primera versión está integralmente citado en Kneale / Kneale 1980: p. 261, aunque sin hacer la respectiva referencia bibliográfica; por lo tanto, el lector puede consultar ahí el texto latino de esta argumentación, aclarando que el original se encuentra en la p. 288s de la edición de *Opera Omnia* citada. Los Kneale, además, presentan un esquema de la prueba (*cf.* Kneale / Kneale 1980: p. 261) y luego se vuelven a referir a ella para mostrar cuáles son las reglas que presupone (*cf. ibid.* p. 264).

En cambio, sólo mencionan que existe una segunda formulación, sin hacer mayor precisión al respecto; por eso se ha citado antes su formulación original, texto que continúa con la siguiente prueba:

"Probatur, qui ad dictam copulativam sequitur quælibet eius pars gratia formae, tunc reservata ista parte, *Socrates non currit*, arguatur ex alia sic; *Socrates currit; igitur Socrates currit*, vel *tu es Romæ*, quia quælibet propositio infert seipsam formaliter cum qualibet alia, in una disiuntiva; & ultra sequitur, *Socrates currit*, vel *tu es Romæ, sed Socrates non currit*, ut reservatum fuit; *igitur tu es Romæ*, quod fuit probatum per illam regulam, *Ex disiunctiva cum contradictoria unius partis ad reliquam partem est bona consequentia.*" (*Opera Omnia*, p. 334).

Los dos textos originales también están citados en su totalidad en Malatesta 1982: p. 60, n. 12.

> De cualquier proposición imposible se sigue cualquier otra proposición, no en consecuencia formal, sino en consecuencia material simplemente.[29]

Y, unos párrafos más adelante, la cuarta regla dice:

> De cualquier proposición falsa, se sigue cualquier otra proposición, en buena consecuencia material *para ahora*.[30]

Son dos casos diferentes, pues cada uno corresponde a las subdivisiones de la «consecuencia material»: como antes se anunció, es diferente que una consecuencia sea válida «simplemente» [*simpliciter*], a que lo sea «para ahora» [*ut nunc*]. En efecto, ambas son «materiales» en la medida en que necesitan de otra premisa para poder reducirse a una consecuencia formal, pero la diferencia está en que la primera necesita la adición de una sentencia necesaria, mientras que la "consecuencia material por ahora correcta es la que puede reducirse a la formal mediante la adición de una sentencia contingente verdadera." (Pseudo-Escoto, *apud* Bocheński 1985: p. 204).

Entonces, en la primera regla citada, se necesita una proposición que exprese esa imposibilidad que, como tal, no dependerá de ninguna circunstancia determinada, mientras que en la segunda regla, para aplicar aquello de que de lo falso se puede inferir cualquier cosa, se necesita haber establecido esa falsedad y esto sólo se puede hacer en virtud de las circunstancias particulares del caso. Ambas se prueban articulándolas con la primera regla: la que se refiere a lo imposible, en la medida en que la proposición que afirma esa imposibilidad se exprese conformando una contradicción (*cf.* Kneale / Kneale 1980: p. 261s); mientras que en la segunda esto es menos directo, en la medida en que ella requiere que se haga una aseveración y luego, en virtud de la ex-

---

[29] "Secunda conclusio est, quod ad quamlibet propositionem impossihilem [sic], sequitur quælibet alia propositio, non consequentia formali, sed bona consequentia materiali simpliciter." (*Opera Omnia*, p. 288).

[30] Ver el texto original en la nota siguiente.

periencia, se establezca que es falsa, y una vez hecho esto, que se junte la aseveración original con la que asevera su falsedad, con lo que se presenta una contradicción formal, en virtud de lo cual se puede aplicar la primera regla, y obtener así cualquier otra proposición; en esta forma, queda reducida a una consecuencia formal a partir de algo contingentemente verdadero, cumpliéndose así la definición de «consecuencia material para ahora»[31].

Las dos reglas restantes abarcan los casos contrarios, pues se refieren a que una proposición necesaria se sigue «simplemente» de cualquier otra, y que toda proposición verdadera se sigue «para ahora» de cualquier proposición. Con esto se completa el cuadro, y se puede ver que aquí están establecidos los criterios que dan lugar a las que después se han señalado como las situaciones paradójicas alrededor del concepto de implicación en lógica.

2.3. Comparación entre la inferencia a partir de una falsedad y a partir de una contradicción

Estamos, pues, ante la formulación, a mediados del siglo XIV, de las reglas más importantes sobre inferencia, donde están prefiguradas las que después se conocerán como paradojas de la implicación material. Pues bien, las tres primeras reglas expuestas, en conjunto, se refieren precisamente a la problemática que

---

[31] "Quarta conclusio est, quod ad quamlibet propositionem falsam, sequitur quælibet alia propositio in consecuentia bona materiali *ut nunc*. Probatur, quia illa est bona consequentia materialis *ut nunc*, quæ potest reduci ad formalem per assumptionem propositionis contingentis; sed consequentia per quam ex una propositione falsa sequitur alia, quæcumque fuerit illa, potest reduci ad formalem, per assumptionem unius propositionis veræ contingentis; igitur, &c. Maior patet per definitionem consequentiæ materialis *ut nunc*, & minor probatur exemplificando, posito, quod Socrates sedeat, dico, quod ad istam, *Socrates movetur*, sequitur quælibet alia propositio in bona consequentia materiali *ut nunc*, quia per contradictoriam istius, *Socrates movetur*, quæ est vera, ista consequentia potest reduci ad formalem, ut capiendo istam copulatiuam, *Socrates movetur*, (&) [tiene otro símbolo equivalente irreproducible] *Socrates non movetur*, ad quam sequitur formaliter quælibet sua pars, sicut prius procedebatur." (*Opera Omnia*, p. 288).

hemos tratado a partir de planteamientos del siglo XX: de una contradicción se puede inferir cualquier cosa, y lo mismo ocurre a partir de una proposición falsa. Ahora bien, es importante tener claro que éstas son situaciones que, si bien están muy relacionadas, son distintas; ya el Pseudo-Escoto tenía claro esto, y que la segunda en cierta medida podía depender de la primera. Esta distinción, sin embargo, no ha sido señalada por los autores que hasta aquí hemos comentado, que suelen aproximarse a la problemática a través de cualquiera de las dos, para dar a veces el salto a la otra sin mayor justificación. De hecho, la primera precisión que al respecto he encontrado, en este siglo, es de Popper, como veremos en el capítulo siguiente.

Habiendo llegado a este punto, y en virtud del reencuentro moderno con estos textos del Pseudo-Escoto, a finales de la década de los treinta, se puede ahora, sin romper la cronología, hacer las distinciones del caso. En la medida en que se asuma que el mundo es no contradictorio, y/o que toda explicación sobre el mundo tiene que ser no contradictoria, entonces, es claro que cualquier contradicción será falsa. Esto permite que en muchos casos se equiparen ambas situaciones, es decir, los casos en que la «falsedad» se dé en virtud de que los antecedentes de una inferencia sean contradictorios; sin embargo, éste no es el único caso posible de falsedad, ya que en el otro extremo estaría la situación en la que la falsedad se determina a partir de los datos empíricos. La confusión se da, especialmente, cuando se está tratando exclusivamente con un sistema lógico-deductivo, donde sólo interesan los axiomas y los teoremas, todos los cuales son tautologías, es decir, que se les asigna el valor de verdaderos, independientemente de datos empíricos; entonces, la falsedad se reduce a la que se puede mostrar lógicamente, o sea a las contradicciones. De ahí que —por ejemplo— en *Principia Mathematica* se haya planteado que las fórmulas comentadas [‘$p \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$’ y ‘$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$’] constituían formulaciones del principio «*ex falso sequitur quodlibet*», cuando realmente

ellas no apuntan a una falsedad en el sentido empírico, sino que formalizan la situación en la que una proposición implica su negación. Entonces, se estaría usando la denominación de la cuarta regla planteada por el Pseudo-Escoto para lo que corresponde a la primera regla y, en la medida en que se asuma que las contradicciones son imposibles, a la segunda; para tener mayor precisión, habría que referirse a esta situación por medio de la expresión «*ex contradictione sequitur quodlibet*»[32]. Mucho más claros son Hilbert y Łukasiewicz en cuanto explicitan que es en la medida en que un sistema contenga una contradicción que se puede deducir cualquier cosa. Y especialmente Łukasiewicz, que, para justificar la primera de las dos fórmulas de *Principia Mathematica*, aclara que ésta se fundamenta en lo que planteó Duns Escoto (que ahora sabemos que es del Pseudo-Escoto) con respecto a las inferencias a partir de contradicciones.

Ahora bien, aunque existe cierta diferencia a nivel de formalización, en la medida en que la situación en la que se hace énfasis en la falsedad suele ser formalizada mediante las fórmulas '$p \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$' o '$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$', mientras que la que enfatiza la contradicción se presenta con las fórmulas '$(p \wedge \neg p) \rightarrow q$' o '$(\neg p \wedge p) \rightarrow q$', de todas maneras de un tipo de formulación se puede pasar fácilmente al otro, pues para dar este

[32] He encontrado que algunos autores sostienen que esta situación se habría expresado en formas que no corresponden al texto original: por un lado, Miró Quesada 1988: p. 612, n. 52, plantea que este fenómeno "quedó vigorosamente expresado en el dictum «ex contradictoriis quodlibet»", que significaría «de cosas contradictorias (se sigue) cualquier otra». Por su parte Dalla Chiara 1974: p. 27 habla de un principio según el cual, "ex absurdo sequitur quodlibet". Esta segunda expresión, si bien no corresponde a ninguna de las formulaciones del original, al igual que la anterior, podría servir para englobar tanto la regla a partir de lo contradictorio, como más específicamente a partir de lo imposible. He preferido sugerir la expresión «*ex contradictione sequitur quodlibet*» porque parece englobar mejor la situación, en la medida en que «*contradictio*» se entienda como la deducción de dos proposiciones contradictorias.

paso sólo se necesita utilizar el principio de exportación[33], que es bastante elemental y está presente en todos los sistemas mencionados.

Lo importante es que ambas situaciones están intrínsecamente interligadas, y que ambas fueron descritas por el Pseudo-Escoto. Por ello, «principio del Pseudo-Escoto» es la mejor denominación que se puede dar a la tesis que plantea, que a partir de dos enunciados, de los cuales uno sea la negación de otro, se puede deducir cualquier otra aseveración. Esto cubre tanto el caso en que los enunciados contradictorios estén en conjunción, como el caso en que estén en una secuencia implicativa; la primera sería la forma conjuntiva '$(p \wedge \neg p) \rightarrow q$', y la otra la formulación implicativa '$p \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$' o '$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$'.

2.4. Otras precisiones histórico-terminológicas

Volviendo sobre la prueba que dio Lewis, es interesante ver que ella es exactamente la misma que presentó el Pseudo-Escoto para probar su primera regla para las consecuencias válidas; usan las mismas reglas: simplificación, adición y silogismo disyuntivo. De manera tal que, propiamente, no se debería hablar de la prueba de Lewis, sino de la del Pseudo-Escoto; pero resulta conveniente mantener la primera denominación, en consideración a que fue a través de Lewis que se popularizó este argumento.

Ya para terminar, hay que aclarar que, más recientemente, se descubrió que la primera regla que hemos comentado, al igual que su prueba, estaban enunciadas en un texto anterior a los del Pseudo-Escoto, escritas por Juan Buridano[34], alrededor de 1330,

---

[33] Así se llama para el caso en que se parte de la fórmula con conjunción, para llegar a la que sólo tiene implicaciones, y el caso contrario se lo puede llamar «importación»; pero, en conjunto, se puede formular así:

$[(p \wedge q) \rightarrow r] \leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$.

[34] Este autor (ca. 1300-ca. 1358) estudió en la Universidad de París, de la cual fue rector; su nombre es Jo(h)annes Buridanus, en latín, y Jean Buridan, en francés; en español, sería Juan Buridano, como se sugiere en Bocheński 1985 o Juan Buridán, como está en Ferrater Mora 1983.

pero que sólo se vino a publicar en 1976[35]. Ésta es una precisión histórica relevante, pero lo más importante no es tanto referirse a quién fue el primero que lo dijo, sino en virtud de quién se conoció, y es claro que este argumento medieval ha llegado a nosotros a través de esos textos que falsamente se atribuían a Duns Escoto, y que ya se habían publicado en el siglo XVII. Por eso sigue siendo la mejor denominación la de «principio del Pseudo-Escoto», siempre que se sea consciente que pudo haber tenido otro origen y que este principio engloba tres situaciones que, aunque muy relacionadas, pueden ser diferenciables.

[35] John Buridan: *Tractatus de Consequentiis* (Hubien, H. ed.). Philosophes médiévaux, 16 (Lovain: Publications Universitaries de Louvain, 1976). El texto está en el apartado "I, 8, 7a. conclusio", y dice: "Ad omnem propositionem copulativam ex duabus invicem contradictoriis constitutam sequi quamlibet aliam ... consequentia formali." (*Apud* Kretzmann / Kenny / Pinborg 1988: p. 309). Hay un estudio interesante sobre los planteamientos de Juan Buridano en el artículo D'Ors, Angel: "Ex impossibili quodlibet sequitur (John Buridan)", en Jacobi, Klaus (ed.): *Argumentationstheorie. Scholastische Forschungen zu den logischen und semantischen Regeln Korrekten Folgens.* (Leiden / N. York / Köln: E. J. Brill, 1993) p. 195-212.

Capítulo VI
CONTROVERSIA ENTRE POPPER Y JEFFREYS

1. DUDAS DE JEFFREYS SOBRE SI UNA CONTRADICCIÓN IMPLICA CUALQUIER OTRA PROPOSICIÓN

Cuando la demostración del teorema de Gödel era aún reciente, Harold Jeffreys publicó un artículo llamado "The Nature of Mathematics" (Jeffreys 1938). En él, este autor, a pesar de ser físico teórico, decide entrar en ciertos problemas del ámbito lógico-matemático, en la medida en que se relacionan con la adquisición de conocimientos por métodos científicos.

Se ocupa de ciertos puntos de *Principia Mathematica*, incluyendo las paradojas de la implicación material, razón por la cual también llega a los planteamientos de Lewis. La preocupación principal de Jeffreys gira alrededor de las inferencias inductivas. Con esta perspectiva, enfrenta la fórmula '$\neg\Diamond p \prec (p \prec q)$', planteada por Lewis[1], que se leería: "si *p* es imposible, entonces es imposible que *p* sea verdadera y *q* falsa" (Jeffreys 1938: p. 448 [trad.])[2]. De entrada, aclara que esa imposibilidad de *p* puede ser

---

[1] Jeffreys comenta el sistema propuesto por Lewis en 1918, cuando utilizaba el símbolo ~ para el operador modal de imposibilidad (ver Bocheński 1985: p. 418s), de modo tal que esta fórmula «paradójica» se expresaba así: '$\sim p \prec (p \prec q)$', pero ésta es equivalente a la formulación que después utilizaría Lewis, y que se estudió en el capítulo anterior, por lo que aquí se prefiere.

[2] "Similarly Lewis's 3.52 runs

$$\sim p \prec (p \prec q)$$

and must be read 'if p is impossible, then it is impossible that p should be true and q false'. This requires p to be a contradiction, and it is impossible for a contradiction to be true; thus we have a tautology independent of q. With the

por una simple determinación lógica, en la medida en que *p* constituya una contradicción, o puede surgir a partir de ciertos datos. A partir de esto señala que si *p* es una proposición sin un significado que vaya más allá de la contradicción formal, entonces tendríamos que la imposibilidad de esa contradicción sería una tautología determinada formalmente, y —por tanto— totalmente independiente de cualquier otra afirmación como *q*. Y si la imposibilidad surge de datos, entonces éstos sólo aportarían información sobre *p*, sin que tengan nada que ver con la necesidad de *q*, que resulta irrelevante. Esto lleva a Jeffreys a afirmar lo siguiente:

> Es dudoso que una contradicción implique cualquier proposición. Parece que si permitimos que proposiciones contradictorias aparezcan en los datos simultáneamente, estaremos en general en posibilidad de deducir otros pares de proposiciones contradictorias, pero no parece obvio que toda proposición vaya a estar acompañada por una contradictoria, aunque esto puede ser verdadero. (*Ibid.* p. 449 [trad.])[3].

---

extended meaning 'impossible on data r', the proposition is still a tautology; but it must not be read as 'if p is impossible on data r, then q is necessary on data p' —or even, 'then q is necessary on data pr'. The point is that if p is impossible on data r, then it is impossible that p should be true on data r. p does not imply q in any sense whatever; what happens is that r implies -p, and q is irrelevant." (Jeffreys 1938: p. 448).

[3] "If p is not a significant proposition, but either a tautology or a contradiction, the propositions still do not entitle us to assert that 'a contradiction entails any proposition' or 'any proposition entails a tautology'. A tautology is in fact implied by the laws of logic alone; all that we need to say is that additional data consistent with logic do not invalidate the implication.

Whether a contradiction entails any proposition is doubtful. It would appear that if we allow contradictory propositions to appear in the data simultaneously we shall in general be able to deduce other pairs of contradictory propositions, but it does not appear obvious that every proposition will be accompanied by a contradictory one, though it may be true. Thus if x is taken to be both 1 and -1, all rational functions of x^2 will have the same value in both cases; but $x^2 = x$ (x) and can be taken to be 1 (-1) = -1 if x is taken to be *both* 1 and -1. The problem

El autor no ve entonces razones suficientes para afirmar que necesariamente toda proposición no contradictoria sea deducible de una contradicción cualquiera, y cree que el problema se maneja mejor con "la convención de que no se debe permitir que aparezcan proposiciones contradictorias en los datos." (*Ibid.* [trad.])[4]. Con esto se evita la dificultad de deducir contradicciones de premisas contradictorias. En este artículo, pues, la trivialización no es una consecuencia que merezca especial cuidado para el físico británico.

2. ARGUMENTO DE POPPER, A PARTIR DE LA TRIVIALIZACIÓN, EN CONTRA DE LA «LÓGICA DIALÉCTICA»

Karl Popper, en su primer libro *Logik der Forschung*, publicado en 1935, hace esta corta aseveración: "A partir de un enunciado contradictorio puede deducirse válidamente cualquier enunciado" (Popper 1959, 1980: p. 91, trad. 1991: p. 87)[5]. Dos años después, desarrollaría el tema en una conferencia con esta pregunta como título: "What is Dialectic?", publicada tres años después (Popper 1940); este texto sería modificado para incluirlo en 1963 como parte del libro *Conjectures and Refutations* (Popper 1963); al ser traducido este libro, se tradujo el artículo con el título "¿Qué es la dialéctica?" (Popper [1963] 1983: p. 375-402).

El artículo tiene tres partes: en la primera, Popper presenta una explicación general de la dialéctica y, en la segunda y tercera, pasa a estudiar, respectivamente, la propuesta de Hegel y las propuestas dialécticas posteriores.

---

is best dealt with, I think, by the convention that contradictions must not be allowed to appear in the data." (Jeffreys 1938: p. 449).

[4] Ver texto en nota anterior.

[5] Si bien mi fuente es la primera edición en inglés, publicada por Popper en 1959, todo parece indicar que esta cita ya estaba en el original, pues en la nueva edición, luego de esta frase, agrega una nota diciendo "This fact was even ten years after publication of this book not generally understood." Y, en seguida, se refiere a los argumentos que expuso en otras partes, que veremos a continuación.

Se trata de un análisis muy crítico, que se centra en buscar qué tiene de peculiar la propuesta dialéctica y en qué se diferencia de lo que Popper llama «el método del ensayo y del error». Esto es importante en la medida en que la descripción que se suele hacer de la dialéctica en distintas etapas —tesis, antítesis y síntesis[6]— puede resultar muy semejante a la presentación que, al parecer del autor, se puede hacer del método científico. En efecto, éste se puede describir como un proceso en el que, al surgir un problema, se elaboran diversas teorías científicas para explicarlo, pero luego éstas tienen que ser cuestionadas y sometidas a prueba en casos concretos; en virtud de esto, puede suceder que la respectiva teoría resulte refutada y que, por tanto, tenga que cederle su lugar a otra teoría, o que, por el contrario, resista las objeciones, y se mantenga vigente hasta que surja un nuevo cuestionamiento. En esta línea se puede homologar el surgimiento de la teoría, a la «tesis», su problematización, a la «antítesis» y la teoría a que se da lugar, a la «síntesis».

Esta semejanza, para Popper, no pasa de ahí, pues considera que el análisis dialéctico es inadecuado por dos razones: la primera es que él no considera que la nueva teoría sea una «síntesis» de la teoría original con sus críticas, pues más bien se trata de otra teoría a la que se le ha abierto espacio, dada la falsación de la anterior; la segunda —que es lo más importante para el autor y también para nuestros efectos— es que no acepta el manejo ni la valoración que hace la dialéctica de las

---

[6] Popper utiliza estos términos, aclarando que así busca evitar "ciertos refinamientos y sutiles dobles sentidos", como cuando "los dialécticos a menudo describen la tríada dialéctica usando los términos «negación (de la tesis)» en lugar de «antítesis», y «negación de la negación» en lugar de «síntesis»." (Popper 1940: p. 411; trad. 1983: p. 386). Es, pues, consciente de que se trata de una terminología que no hace parte del núcleo de los planteamientos dialécticos (de hecho, fue sugerida por Fichte, rechazada por Hegel —que sólo usaba el término 'síntesis'— y sólo se popularizaría desde Engels), aunque desafortunadamente no percibe a cuántas simplificaciones equívocas ha llevado esta terminología, pues ella sólo abstrae algo de la parte formal del proceso dialéctico, y éste sólo tiene sentido en cuanto devenir de diversos contenidos.

«contradicciones». En efecto, Popper acepta que las contradicciones son de suma importancia en la historia del pensamiento, ya que la crítica consiste invariablemente en señalar alguna contradicción[7], pero rechaza que ante la importancia de las contradicciones se plantee, en contra de lo que tradicionalmente ha afirmado la lógica clásica, que no se tiene que buscar evitarlas a toda costa. A su parecer, la riqueza de las contradicciones radica precisamente en que tratamos de evitarlas, y no tiene sentido afirmar que ellas son un elemento consubstancial al mundo. Así pues, considera que lo que impulsa el «proceso dialéctico» no es ninguna fuerza interior, o algo por el estilo, ya que es "simplemente, nuestra decisión, nuestra resolución, de no admitir contradicciones, lo que nos induce a buscar un nuevo punto de vista que nos permita evitarlas." (*Ibid.* p. 407, trad. cit. 1983: p. 380)[8].

Esta decisión, considera el pensador austríaco, no es arbitraria, sino que está totalmente justificada,

> Pues puede mostrarse fácilmente que si se aceptan las contradicciones, entonces hay que abandonar todo tipo de actividad científica: sería el derrumbe completo de la ciencia. Es posible demostrar esto probando que *si se admiten dos enunciados contradictorios, entonces se debe admitir cualquier enunciado;* pues de un par de enunciados contradictorios puede inferirse válidamente cualquier enunciado. (*Ibid.* p. 408, trad. cit. p. 380s)[9].

Llegamos así al punto que nos interesa. Antes que nada, hay que señalar que de aquí en adelante el texto varía mucho entre la versión de 1940 y la de 1963, por lo cual, por ahora, seguiremos

---

[7] "For there is only one way of criticising a given theory: to show that either it is self-contradictory, or it is contradicted by some other accepted statement, either by other theories or by statements about facts —a case which we usually describe by saying that the theory in question is contradicted by facts." (Popper 1940: p. 407).

[8] Este texto se mantiene igual en la versión original y en el texto de *Conjectures and Refutations* (Popper 1963, 1969: p. 317).

[9] También permanece igual en ambas versiones.

la primera versión y luego, manteniendo la cronología, llegaremos a tratar la segunda versión.

A continuación del texto citado, lo primero que aclara es que no siempre se cae en cuenta de este hecho —y hace referencia al artículo de Jeffreys que antes vimos— motivo por el cual dice que es conveniente tratar este punto a cabalidad[10]. En seguida, hace una exposición general del método de formalización de la lógica simbólica, y luego presenta las dos reglas de deducción que va a usar: 1) de cualquier premisa *p* puedo deducir '*p o q*'; 2) si tengo '*p o q*', y tengo *no-p*, entonces puedo deducir *q*. Como se ve, son las reglas de adición y del silogismo disyuntivo. Entonces, presenta como ejemplo dos enunciados contradictorios y, utilizando las reglas anteriores, deduce otro enunciado *q* completamente diferente. Se trata, por lo tanto, de la misma demostración que había dado Lewis, y antes el Pseudo-Escoto —como vimos en el capítulo anterior— aunque Popper no hace ninguna mención al respecto.

La conclusión de Popper es:

> [...] de dos premisas contradictorias, podemos deducir lógicamente cualquier cosa [*anything*], así como su negación. *Por lo tanto, con una tal teoría contradictoria no transmitiríamos nada.* Una teoría que envuelve una contradicción es completamente inútil, porque no transmite ningún tipo de información. (*Ibid.* p. 410 [trad.])[11].

---

[10] "This fact is not always realised (and shall therefore here be fully dealt with); [...]" (Popper 1940: p. 408, n.1).

[11] "In other words, from two contradictory premisses (sic), we can logically deduce anything, and its negation as well. *We therefore convey with such a contradictory theory nothing.* A theory which involves a contradiction is entirely useless, because it does not convey any sort of information.

From this, we see the real significance of the so-called «law of contradiction». This logical rule, which forbids contradictions thereby inducing us never to accept any contradiction, secures the possibility of conveying something with the help of a deductive system. Once a contradiction were admitted, all science would collapse." (Popper 1940: p. 410).

Se ve que tenía clara la idea del fenómeno de la trivialización, si bien aquí se habla de que sería deducible «cualquier» proposición, al igual que su negación, o sea que, en cada aspecto particular, el sistema no diría nada relevante, en la medida en que, de hecho, aseveraría las dos opciones posibles al respecto. Es decir, aquí se está resaltando lo que ocurriría con respecto a cada posible afirmación; esto, a mi parecer, tiene una diferencia de matiz con la consideración acerca de qué ocurriría con el sistema como un todo, como veremos que Popper lo hará más adelante. Por ahora, lo importante es notar que en este texto se está haciendo énfasis en la posibilidad del sistema de transmitir verdades particulares; luego retomaremos este punto.

En seguida, Popper hace notar algo muy importante en el camino que nos ha traído hasta aquí, a saber, la relación que todo esto tiene con el principio de (no) contradicción: afirma que el real sentido de dicho principio es que, al llevarnos a rechazar toda contradicción, asegura la posibilidad de transmitir algo por medio de un sistema deductivo, porque "una vez se admite una contradicción, toda la ciencia colapsaría." (*Ibid.* [trad.])[12]. Ésta es, a su parecer, la razón que tiene que llevar a rechazar la sugerencia dialéctica de que no es necesario evitar todas las contradicciones; la única posibilidad para que la ciencia tenga algún sentido, y no se desmorone, radica en buscar evitar, a toda costa, cualquier contradicción.

En consecuencia, si se desarticula esa valoración de la contradicción, la dialéctica no pasa de ser una teoría empírico-descriptiva, que en nada se puede comparar o contraponer a la lógica y su carácter fundamental en cuanto teoría de la deducción. Popper concluye proponiendo sustituir el término «dialéctica» por el de «desarrollo por ensayo y error».

Esta fue la primera aproximación directa del pensador austriaco al tema, que refleja de cierto modo la actitud de la época en el entorno lógico-filosófico, marcado por el positivismo lógi-

[12] El texto original está en el segundo párrafo de la nota anterior.

co pero, al mismo tiempo, estremecido por el teorema de Gödel, en la medida en que éste mostraba que, mantener la consistencia como presupuesto necesario, implicaba sacrificar la completud de aquellos sistemas deductivos que aspiren a tener cierta capacidad de formalización, como vimos en el capítulo IV.

En esta exposición de Popper —a mi parecer— se alcanza a entrever un debate implícito frente a la posibilidad de hacer una propuesta alternativa con respecto al carácter perentorio que se le asignaba a la consistencia, o al menos en relación con la posibilidad de albergar algunas dudas como las de Jeffreys; esto explicaría por qué se hace tanto énfasis en que cualquier cosa que pretenda ser «lógica» debe rechazar de plano la aparición de cualquier contradicción. Siguiendo ese rechazo radical, se llega a plantear que la no contradictoriedad, o mejor, el afán de evitar cualquier contradicción, constituye el pilar fundamental de todo el método científico, pues, si llega a fallar, se derrumbaría todo el edificio del conocimiento racional.

3. Respuesta de Jeffreys, amparada en otra interpretación del silogismo disyuntivo

Sin embargo, los argumentos antes expuestos no satisficieron a Jeffreys, que dos años después sacó una pequeña nota con el título: "Does a Contradiction Entail Every Proposition?" (Jeffreys 1942). En ella lo primero que hace es ocuparse de la prueba dada por Popper, afirmando que, si bien en primera instancia le pareció acertada, luego encontró la siguiente objeción: cuando a partir de '*p o q*' y *no-p* se deduce *q*, se presupone que entre *p* y *no-p* sólo una puede ser verdadera; en cambio, si se plantea un sistema que contenga esa contradicción, y sólo esa, entonces podrían ser ambas verdaderas —donde si se da *no-p*, de todas formas se podría tener *p*—, caso en el cual la disyunción *p o q* tendría ya al menos un elemento verdadero, cumpliéndose entonces sus condiciones veritativo-funcionales, sin tener que afirmar *q*. Así pues, no se daría la situación de inconsistencia generalizada que

plantea Popper, sino que simplemente se mantendría un sistema con una contradicción. Para que esa situación se diera, afirma Jeffreys, se necesitaría asumir una contradicción a un segundo nivel: afirmar simultáneamente '(*p y no-p*)' y '*no-(p y no-p)*', y no parece que esta segunda contradicción tenga que darse si se ha asumido sólo la contradicción entre *p* y *no-p* (*cf. ibid.* p. 91)[13].

Habiendo rechazado el argumento en general, Jeffreys, no obstante, reitera que de un par de proposiciones contradictorias se pueden deducir otras contradicciones, lo cual considera que sustenta una parte importante del argumento de Popper. Pero, al mismo tiempo, cree que existe un núcleo de verdad en la propuesta de Hegel, en el sentido de que la ciencia actúa descubriendo contradicciones para luego resolverlas, pero le parece que esto se manejaría mejor en una teoría de la probabilidad que tuviera la lógica ordinaria como su caso extremo (*cf. ibid.* p. 90).

Finalmente, se refiere a la prueba propuesta por Carnap de que la matemática está libre de contradicciones, donde se usa la fórmula '$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$' como sentencia primitiva. Jeffreys rechaza esta prueba, alegando que desde la perspectiva de la teoría de la probabilidad se puede cuestionar el que necesariamente se tenga que aceptar esta fórmula, pues si bien se puede asumir como postulado de un sistema consistente, también se la puede excluir, sin que eso afecte la consistencia, en la medida en que,

---

[13] "The argument is: (1) *p* entails (*p* or *q*); (2) not-*p* and (*p* or *q*) entails *q*; hence (3) *p* and not-*p* entails *q*. Now it seems to me that the interesting question, if we think a system containing even one contradiction worth discussion, is whether it can contain only one. The argument considers the situation if the system contains a particular pair of contradictory propositions *p* and not-*p*. But then in (2) we infer *q* from not-*p* and (*p* or *q*) by denying the possibility that *p* and not-*p* can both be true. This assumes that the system does *not* contain the contradiction (*p*. not-*p*) assumed in (3). If we assume *p* and not-*p*, then not-*p* and (*p* or *q*) are together consistent with (*p* and not-*p*); thus *q* does not follow. My point is that if we accept both *p* and not-*p*, and wish to consider whether they entail any other proposition, we must not also consider them inconsistent. To do so assumes a second contradiction (*r*. not-*r*), where *r* is (*p*. not-*p*), and the question at issue is whether there is a second." (Jeffreys 1942: p. 90).

si el sistema original era consistente con ella, también lo seguirá siendo el sistema resultante sin ella[14].

Aquí se puede entrever una insinuación sobre la posibilidad de construir un sistema que no incluya el principio del Pseudo-Escoto, pero que mantenga la coherencia interna del sistema. No obstante, esto parece haberse quedado ahí porque, hasta donde he podido investigar, no hay ninguna noticia en relación con desarrollos posteriores en este sentido por parte de Jeffreys, o de alguien inspirado por él.

4. RÉPLICA DE POPPER: POSTULACIÓN DE SISTEMAS MÁS DÉBILES

Un año después, Popper publica en la misma revista *Mind* una respuesta a las críticas de Jeffreys, con el título: "Are Contradictions Embracing?" (Popper 1943). Ahí hace un estudio que busca ser más preciso que la presentación, que califica de «no técnica», de su artículo anterior. También contextualiza sus planteamientos haciendo referencia a los aportes de otros autores, mencionando las fórmulas de *Principia Mathematica,* las de

[14] "The question seems to be relevant to the justification of the use of mathematics in science and in the theory of probability. Carnap and others have given proofs that pure mathematics is free from contradiction, but for epistemological reasons similar to those advanced by Russell in *An Inquiry into Meaning and Truth* I am indisposed to accept the whole of Carnap's system. Now Carnap is so drastic as to take $\sim p .\supset. p \supset q$ as his primitive sentence. What happens if we read $\supset$ as «entails»? The formalism stands, and Carnap's discovery of a proposition not entailed in his system, including the unmodified law of contradiction, is a proof of consistency. But PSI cannot be interpreted in this sense in probability theory, since it would have to be read as «if p is false, the probability of q on data p is certainty». Thus the verification of any prediction q could never support a true hypothesis $\sim p$ against a false one p, and scientific method would break down completely. The situation is then that PSI (in this sense) can be assumed without inconsistency but is not part of the scientific use of mathematics. But if a system is consistent when an additional axiom is added it must be consistent without it; hence Carnap's result does lead to the conclusion that ordinary mathematics can be used in science without inconsistency." (Jeffreys 1942: p. 91).

Lewis, y además señala que fue Łukasiewicz quien encontró la referencia histórica a Duns Escoto.

Según Popper, el centro de la crítica de Jeffreys a su argumento radica en que éste sería circular, en la medida en que presumiría que las contradicciones son inaceptables. Frente a esto, Popper hace una precisión: hay quienes admiten que las contradicciones son inadmisibles, "pero que no están convencidos de que toda contradicción tenga que ser abarcante [*embracing*], esto es, que cada proposición puede ser inferida de ella." (*Ibid.* p. 47 [trad.])[15]. Este parece ser el caso de Jeffreys.

Antes de seguir, es importante resaltar que estamos ante la primera utilización de un término particular: «*embracingness*» (que se puede traducir por «abarcamiento»), para la aducida característica de las contradicciones en un sistema deductivo. Este término, si bien será substituido por las distintas articulaciones del verbo 'trivializar' [*to trivialize*][16], ya denota una especial conciencia de las peculiaridades del problema.

Pasemos ahora a los argumentos que Popper invoca para defenderse. El primero es que él quería mostrar no sólo que las contradicciones producían ese fenómeno, sino también que este «abarcamiento» es una razón práctica para no admitir contradicciones. De esta manera, su argumento sólo sería circular si estuviera presumiendo que las contradicciones son inadmisibles para probar lo primero, lo que no cree que sea el caso. Más bien, se habría tratado de apelar a un procedimiento intuitivo —como los diagramas en geometría— al decir que en una disyunción verdadera uno de los dos disyuntos tiene que ser verdadero, y

---

[15] "For there may be people who are prepared to grant the falsity or inadmissibility of contradictions, but who are not satisfied that every contradiction must be *embracing, i.e.* that every sentence can be inferred from it." (Popper 1943: p. 47).

[16] Éste será el término usado por la gran mayoría de investigadores del área, de modo que se dirá que un sistema puede resultar «trivial», pero hay otros que prefieren afirmar que el sistema sería «explosivo» [*explosive*] (Priest / Routley 1989b: p. 151) o «delicuescente» (Peña 1991: p. 140).

que si se sabe que es cierta la negación de uno, entonces el otro tiene que ser el verdadero. Pero esto, según Popper, no pasa de ser una ilustración, pues es posible probarlo sin tener que postular que una proposición y su negación no pueden ser ciertas al mismo tiempo, es decir, sin necesitar del principio de (no) contradicción.

Para mostrar esto, el pensador austriaco propone estructurar un sistema rudimentario de cálculo de proposiciones, suficientemente «débil» como para no incluir ninguno de los principios básicos —(no) contradicción, tercero excluido, identidad y doble negación—. Sólo tendría como axiomas las dos reglas de inferencia utilizadas en la demostración de Lewis, convertidas en fórmulas: 1) '$p \rightarrow (p \vee q)$' y 2) '$(p \vee q) \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$', que al combinarse, afirma Popper[17], permiten eliminar la disyunción y así deducir la fórmula '$p \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$' (*cf. ibid.* p. 49).

Paralelamente, se puede establecer otro sistema modificando un poco los axiomas, que quedarían así: 1') '$p \rightarrow (q \rightarrow p)$', 2') '$(q \rightarrow p) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q)$', 3') '$\neg\neg q \rightarrow q$', y esto permitiría obtener los mismos resultados; incluso, si se le quita el tercer axioma —que es una de las formas del principio de la doble negación—, se obtiene un sistema aún más débil, en el que se puede deducir la fórmula '$p \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q)$', en virtud de la cual, si existe una contradicción, se puede deducir toda fórmula negativa del cálculo, lo cual lo hace igualmente inútil (*cf. ibid.* p. 49). Esto, pues, lleva a distinguir entre el «abarcamiento» en general y lo que se puede llamar «n-abarcamiento» que significa la trivialización de un sector determinado del cálculo, en este caso la parte negativa, en tanto serían deducibles todas las fórmulas negativas bien formadas del sistema.

Finalmente, para ser más enfático, Popper afirma que, incluso en un cálculo aún más débil, como el llamado «lógica positi-

---

[17] Popper no menciona cómo se da esta combinación, pero es claro que también se necesitaría del alguna regla como la del silogismo hipotético:

$p \rightarrow q,\ q \rightarrow r\ /\ p \rightarrow r$

va»[18], es decir, donde no existe el operador de negación, y por lo tanto no existen contradicciones, de todas maneras existe una proposición «abarcante» que, según él, sería 'p→q'[19]. Esto debido a que, si se agrega esta fórmula, entonces, a partir de cualquier formula *p*, se podría obtener cualquier otra.

Sobre esto volveremos en el capítulo IX, pero por ahora es importante resaltar que, agregar esta fórmula, quiere decir agregar otro esquema axiomático, que no está presente en ningún sistema de «lógica positiva», y que como tal permitiría hacer *infinitas* substituciones. De hecho, esta fórmula, tal cual, como esquema, no es derivable en ningún sistema lógico de los que se manejan habitualmente en las distintas vertientes de la lógica simbólica, porque es claro que lo trivializaría. Lo relacionado con este argumento de Popper será abordado al ver en qué medida los autores de la lógica paraconsistente delimitarán el concepto de trivialización —o abarcamiento, en términos de Popper—, alrededor de la noción de lo «finitamente trivializable»[20].

Popper sintetiza su posición afirmando que incluso en los cálculos más débiles, pero que permitan hacer alguna derivación matemática, la contradictoriedad y la trivialización coinciden; de hecho, se puede debilitar el operador de negación, caso en el cual coincidirían contradicción y trivialización de la parte negativa del cálculo, pero que no se puede ir más adelante sin privar a la negación de su carácter de operador lógico (*cf. ibid.*)[21]. Es

---

[18] En el próximo capítulo se abordará la «lógica positiva» y se harán las precisiones del caso.

[19] Lo único que Popper dice al respecto es:

"Of other 'rudimentary systems' I mention only the so-called *positive logic*, which does not operate with negations. In such a system, contradictions (*i.e.* sentences or classes of sentences from which a 'pair of contradictory sentences' can be deduced) do not exist; but there are still embracing formulæ (*e.g.* the single formulæ [sic] 'p ⊃ q')." (Popper 1943: p. 49s).

[20] Al respecto, hay una explicación básica en Raggio 1983: p. 239. (Ver capítulo XII, nota 20).

[21] "To sum up: in any but the most rudimentary logical systems, and certainly in any system rich enough for mathematical derivations, *embracingness*,

posible que, con estas últimas aclaraciones, Popper estuviera haciendo eco al desarrollo, entonces reciente, por parte de Johansson de un sistema de cálculo minimal basado en el cálculo intuicionista, como veremos en el próximo capítulo.

5. Reiteraciones de Popper

En los escritos posteriores de Popper, hasta donde he podido indagar, no se menciona ninguna respuesta por parte de Jeffreys al texto anterior, lo cual en cierto sentido suspende la controversia[22], pero el tema siguió preocupando al filósofo austriaco. En efecto, primero hizo alusión a él en un artículo llamado "New Foundations for Logic"[23]; y luego, ya instalado en la London School of Economics, al editar en inglés su primer libro, donde estaba la frase que vimos antes, Popper decide agregarle una nota en la que hace una precisión interesante en este sentido: dice que una aseveración fácticamente falsa «implica materialmente» todo otro enunciado, pero una aseveración lógicamente falsa «implica lógicamente» cualquier otro enunciado. Es decir, hay que distinguir el caso normal de «falso implica verdadero», del caso en que una contradicción implica cualquier otro enunciado (*cf.* Popper 1959, 1980: p. 91, trad. 1991: p. 87). En otras palabras, de acuerdo a lo planteado al final del capítulo anterior, Popper está distinguiendo entre el sentido restringido del prin-

---

n-embracingness, and contradictoriness coincide. Systems containing the operation *negation* may be so much weakened that contradictoriness only implies n-embracingness. It appears, however, that we cannot weaken them further without depriving *negation* of the character of a logical operation.

There is little hope for Hegelian dialectics to find support in even the weakest of logics....[sic]" (Popper 1943: p. 50).

[22] Tampoco he encontrado ninguna otra mención con respecto a una posible respuesta de Jeffreys. De hecho, en la base de datos del *Philosopher's Index* el nombre de Jeffreys no aparece asociado con la palabra contradicción o contradictorio, y sí aparece Popper por su artículo de 1943.

[23] Popper, Karl: "New Foundations for Logic", *Mind* vol. 56 (1947) p. 193-235. Sólo he tenido contacto con este texto a través de la mención que al respecto hace Susan Haack (1982: p. 223).

cipio «*ex falso sequitur quodlibet*», es decir, cuando se está tratando lo que se puede deducir a partir de una falsedad fácticamente determinada, frente al sentido más general del principio del Pseudo-Escoto, que se refiere a lo que permite derivar una contradicción, aunque el autor no menciona ninguno de los dos. Para que esto se vea claro, presenta una demostración partiendo del axioma '$p \rightarrow (p \vee q)$' de *Principia Mathematica,* pasando por el teorema '$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$', para llegar a la fórmula '$(p \wedge \neg p) \rightarrow q$' (o sea el principio del Pseudo-Escoto en su formulación original). En virtud de ello, si se tiene una aseveración lógicamente falsa, es decir, una contradicción de la forma '$p \wedge \neg p$', entonces se puede aplicar el *modus ponens* con esta última fórmula y obtener un enunciado *q* cualquiera. Luego se refiere a su anterior artículo de 1943 y a cierta controversia en relación con la caracterización de este fenómeno en el pensamiento de Russell (*cf. ibid.*).

Por otra parte, al publicar *Conjeturas y refutaciones*, decide incluir su texto sobre la dialéctica, que vimos al principio de este capítulo, pero modificando especialmente la parte concerniente al problema que nos interesa. Básicamente, lo que hace es ampliarlo con la inclusión de otra prueba para afianzar su posición y, además, hace mención de la controversia con Jeffreys. Algo particular es que, en esta nueva versión, Popper menciona que él mismo habría escrutado la posibilidad de estructurar sistemas lógicos que no se trivialicen a partir de una contradicción; pero que estos intentos no hicieron más que reafirmarlo en su posición, por las razones que veremos en breve.

Comparando ambas versiones, resulta que en la nueva, después de la referencia a la valoración que hacen los dialécticos de la contradicción, agrega unos cuantos párrafos antes de presentar la misma prueba de la versión original. En este agregado, se ocupa de la posibilidad de que exista una «lógica dialéctica», y afirma que una característica fundamental de ella sería "un ataque al llamado «principio de [no] contradicción» (o más exactamente,

«el principio de exclusión de las contradicciones») de la lógica tradicional" (Popper [1963] 1969: p. 316, trad. 1983: p. 379), a partir de lo cual los dialécticos propondrían desarrollar una nueva lógica que excluyera dicho principio. Éstas son, para Popper, "pretensiones sumamente serias, pero que carecen de todo fundamento." (*Ibid.*, trad. cit. p. 380), pues si bien es cierto que las contradicciones son muy útiles como estructura básica de toda crítica, la principal consecuencia de admitirlas sin más sería que ellas perderían su impronta, en la medida en que ya no nos llevarían a cambiar nuestras teorías. Agrega que si esto llegara a ser así, entonces, ante una contradicción se contestaría diciendo "¿Y por qué no?" (*ibid.*), o incluso se la incorporaría a la teoría; y si fuera así, desaparecería para el autor todo progreso intelectual. Esto, agrega, resultaría incluso contraproducente para los planteamientos dialécticos, porque o bien se afirma que la fuerza de las contradicciones radica en la necesidad de superarlas, o bien se las acepta y se vuelven estériles para la crítica racional, desapareciendo así el «motor» del proceso dialéctico.

En seguida retoma el texto original, aunque condensa un poco lo referente a las explicaciones de la formalización lógica. Vuelve a presentar el argumento de Lewis, y le agrega una nueva conclusión que es, quizás, hasta entonces la formulación más clara y enfática del fenómeno de la trivialización:

> Si una teoría contiene una contradicción, entonces implica todo [*everything*] y, por lo tanto, nada. Una teoría que a toda [*every*] información que afirma agrega también la negación de esta información no suministra ninguna información en absoluto. Una teoría que contiene una contradicción es por consiguiente totalmente inútil *como teoría*. (*Ibid.* p. 319, trad. cit. p. 383).

Este es el pasaje que antes se mencionó con relación al matiz que le da el considerar las consecuencias que tendría aceptar una contradicción, no en relación a una información particular, sino al carácter deductivo de todo el sistema. Ahora estamos en posición de hacer un poco más visible la diferencia que puede haber

entre hablar de que es deducible «cualquier» proposición, frente a decir que «todo» lo decible es deducible. En el primer caso se está haciendo una lectura distributiva de las proposiciones, considerándolas una por una, mientras que en el segundo, al decir «todo», si bien se puede estar haciendo una lectura igualmente distributiva, también se puede tratar de una lectura globalizante, donde «todo» ya no es cada caso particular, sino el conjunto de todo lo decible en el sistema. Si bien de lo uno se pasa a lo otro, o sea que al hablar de «cualquiera» se pasa directamente a la lectura distributiva de «todos»; no obstante, cuando se enfatiza esta última palabra se hace notorio el sentido de totalidad y, por lo tanto, las consecuencias nefastas que tendría una contradicción, ya no para cada información particular, sino para todas en bloque. Es una diferencia de énfasis, pero que a mi parecer denota una mejor comprensión de los profundos alcances del problema que se estaba manejando; esto se manifiesta en la evolución que tiene el uso de los términos en los textos de Popper.

Volviendo al artículo, el autor austriaco continúa su desarrollo planteando que "dada la importancia de la situación lógica analizada" (*ibid.* p. 320, trad. cit. p. 383), va a exponer otras reglas de inferencia que en el ámbito de la teoría silogística, en su opinión, conducen a lo mismo. El argumento parte proponiendo una regla de inferencia que no pertenece a la silogística tradicional, pero que a Popper le parece bastante obvia —a pesar de la oposición de G. E. Moore—. Se trata de que de dos premisas cualesquiera podemos derivar una conclusión idéntica a una de ellas que, en esquema de silogismos, si reemplazamos la premisa mayor por *p*, y la menor por *q*, entonces tenemos:

$$\begin{array}{l} p \\ \underline{q} \\ p \end{array}$$

La otra regla que quiere utilizar, de la cual afirma que sí hace parte de la teoría clásica del silogismo, la presenta con el nombre de «la regla de la reducción indirecta»:

Si $\frac{\overset{a}{}}{\frac{b}{c}}$ es una inferencia válida, entonces $\frac{\overset{a}{no-c}}{no-b}$

también es una inferencia válida.

Da un ejemplo que muestra que si *b* era "todos los atenienses son hombres", entonces *no-b* sería "algunos atenienses son no hombres". En seguida, substituye *b* por *no-b* en ambos esquemas, y en el consecuente aplica la doble negación, para obtener:

Si $\frac{\overset{a}{no-b}}{c}$ es una inferencia válida, entonces $\frac{\overset{a}{no-c}}{b}$

es también válida.

El siguiente paso es textualmente:

> Si la regla (5) [la anterior] es válida para cualquier enunciado *a, b, c* que elijamos (y sólo entonces es válida), entonces también debe ser válida para el caso de que *c* sea igual a *a*; vale decir, debe ser válido lo siguiente:
>
> Si $\frac{\overset{a}{no-b}}{a}$ es una inferencia válida, entonces $\frac{\overset{a}{no-a}}{b}$
>
> es también una inferencia válida. (*Ibid.* p. 320s, trad. p. 384s).

Pero, en virtud de la primera regla, se sabía que si la primera parte del condicional era válida, entonces tiene que ser válida la segunda parte del condicional, siendo esta segunda parte lo que Popper quería demostrar. En consecuencia, este razonamiento sería, según el autor, un silogismo totalmente válido, así como todos los que a partir de dos premisas contradictorias afirmen o nieguen algo que no tenga nada que ver en absoluto con ellas.

Desde mi perspectiva, este argumento de Popper tiene problemas importantes. Primero, la invocación de la teoría silogística no es más que una mención muy laxa, porque los silogismos que se plantean no corresponden a la estructura deductiva que se maneja en la tradición silogística. Digo esto porque ninguno de ellos cumple con la estructura interna del silogismo planteada

por Aristóteles, la cual, de una u otra manera, se ha mantenido en los desarrollos posteriores de la teoría silogística, siendo esta estructura, de acuerdo con la silogística tradicional, fundamental para la validez del razonamiento. En efecto, en el caso del silogismo categórico[24] —y todos los ejemplos que da Popper son de silogismos categóricos[25]—, esta estructura se conforma por un término mayor (presente en la primera premisa y en la conclusión), un término menor (presente en la segunda premisa y en la conclusión) y un término medio (que aparece en ambas premisas, pero no en la conclusión); de lo contrario, el razonamiento perdería su concatenación, convirtiéndose en una simple sucesión de proposiciones sin relación lógica. Así pues, si bien se puede tomar la palabra «silogismo» en su sentido griego originario, como «inferencia» simplemente, parece bastante contraproducente hacerlo cuando este término está asociado con toda una tradición.

En segundo lugar, menos sentido tiene aun que se parta dando ejemplos que sí corresponden con la estructura interna de la silogística tradicional, pero para llegar a conclusiones, presentadas sólo con letras esquemáticas, sin dar ejemplos, y que en nada corresponden a ella[26]. Esto hace evidente que éstos serían planteamientos de una lógica de oraciones y no de términos, a diferencia de la teoría silogística, donde lo que se maneja es una ló-

---

[24] Ver Copi 1987: p. 205ss y especialmente De Alejandro 1970: p. 242, donde se presenta como primera regla del silogismo categórico la siguiente: "en un silogismo simple ha de haber tres términos exclusivamente, bien explícitos, bien implícitos."

[25] Incluso si se tratara de silogismos que no fueran categóricos, de todas maneras, en los silogismos disyuntivos, hipotéticos o conjuntivos, siempre en la conclusión tienen que estar presentes ciertos términos de las premisas, y en todo caso sólo los que ya estaban en las premisas (ver Copi 1987: p. 263ss; De Alejandro 1970: 271ss).

[26] De hecho, incluso a nivel de enunciados, la conclusión 'a, no-c / b' atenta contra una regla importante de la silogística, según la cual de "una premisa afirmativa y otra negativa, la conclusión [es] negativa por el principio de discrepancia." (De Alejandro 1970: p. 245).

gica de términos[27]. En suma, la supuesta relación de este argumento con la teoría silogística sólo produce confusión.

Ahora, si se toma como un argumento de lógica proposicional, entonces hay que resaltar que las dos reglas que Popper usa en su argumento «silogístico» tienen como base dos reglas que son bastante conocidas: la primera es la de simplificación o del *a fortiori* y la segunda la de contraposición (también llamada transposición), que en términos medievales también se denomina «*tollendo tollens*» (*cf.* Bocheński 1982: p. 38s).

En consecuencia, estamos ante otra demostración del Pseudo-Escoto, similar a la de Lewis, pero que usa otras «leyes lógicas»: ahora la base es la transposición, de manera semejante a como la anterior estaba basada en el silogismo disyuntivo. Éstas son dos leyes muy decantadas en la tradición lógica, pero que pueden ser excluidas en ciertos sistemas lógicos, como veremos más adelante. Por ahora basta resaltar que estas «demostraciones» valen en la medida en que valgan estas leyes, lo que no necesariamente tiene que ser así.

Para terminar con los planteamientos de Popper, falta agregar que en este texto hay una innovación que es muy interesante para nuestros efectos. Dice textualmente el autor:

> Puede plantearse la pregunta de si esta situación se presenta en todo sistema lógico o si podemos construir un sistema en el cual los enunciados contradictorios no impliquen todo enunciado. He investigado esta cuestión y la respuesta es que puede construirse tal sistema. Pero resulta un sistema sumamente débil. (Popper [1963] 1969: p. 231, trad. 1983: p. 385).

Se trata de la mención a la que antes hice alusión, con respecto a ciertas tentativas hechas por el mismo Popper. De entrada, resulta patente que, a pesar de lo contundentes que pretendían ser los argumentos planteados, no lo fueron lo suficiente como para im-

[27] Esta distinción ya la había clarificado Łukasiewicz (*cf.* Łukasiewicz [1934] 1975: p 87ss), enfatizada luego en su libro sobre la silogística en Aristóteles (*cf.* Łukasiewicz [1957] 1977: p. 48ss).

pedir que su autor explorara la posibilidad de articular sistemas lógicos que «toleraran» contradicciones. Pero, así mismo, es notable la agudeza de Popper al prever la constructibilidad de sistemas que impidieran la propagación de las contradicciones.

El hecho es que el autor rechaza esta posibilidad, porque dice que las investigaciones que hizo al respecto lo llevaron a concluir que en dichos sistemas ni siquiera se podría mantener el *modus ponens*, regla de deducción por excelencia. Y hace referencia a un artículo suyo de 1948, en el que habría desarrollado un «cálculo dual-intuicionista», que, sin embargo, "carece de toda utilidad para extraer inferencias, aunque puede presentar algún interés para quienes están especialmente interesados en la construcción de sistemas formales." (*Ibid.* p. 321, trad. cit. p. 385).

Para concluir este capítulo, quisiera señalar que, por una de esas «coincidencias» que sorprenden en la historia del pensamiento, resulta que el mismo año en que Popper presentaba sus resultados infructuosos, un discípulo de Łukasiewicz daba a conocer el primer sistema lógico que no se trivializa por una contradicción y que sí incluía el *modus ponens*. Y resulta aún más asombroso que en 1963, cuando Popper hizo pública esta «incitación», en Latinoamérica se publicaba la primera sistematización axiomática de un cálculo lógico que hacía sobrellevables contradicciones sin que implicaran todas las proposiciones[28], y que, además, rechazaba las leyes que fundamentan las demostraciones que Popper ha presentado. Se trataba del surgimiento de la lógica paraconsistente.

---

[28] Diego Marconi presenta la cuestión que se ha citado sobre la viabilidad de sistemas lógicos en los cuales los enunciados contradictorios no impliquen cualquier otro enunciado, como el "Problema de Popper" (Marconi 1979: p. 46ss.), pero aparentemente se guió por el texto de *Conjeturas y refutaciones*, presumiendo que este «problema» estaba también en la versión original, aunque sólo fue agregado en esta recopilación, como hemos visto. Entonces, en virtud de lo que veremos de aquí en adelante, se puede decir que, en cierto sentido, el «Problema de Popper» nació resuelto.

Capítulo VII

LA LÓGICA INTUICIONISTA Y LOS SISTEMAS MINIMALES

1. IDEAS GENERALES DE BROUWER

Por los mismos años en que aparecían *Principia Mathematica* y el artículo de Łukasiewicz sobre el principio de (no) contradicción, Luitzen E.J. Brouwer daba a conocer sus primeros planteamientos «intuicionistas» sobre la matemática. Este matemático holandés acogió los cuestionamientos que Kronecker había hecho en Alemania, a fines del siglo pasado, contra la teoría de conjuntos de Cantor, y así mismo la defensa que desde principios de siglo venía haciendo Poincaré en Francia de la inducción matemática como instrumento irreductible del razonamiento matemático (*cf.* Kleene 1974: p. 51). En 1912, Brouwer da una conferencia con el título de "Intuicionismo y formalismo"[1], donde presenta las bases de su propuesta, que entonces denomina «neointuicionismo». Uno de los puntos centrales es su adhesión a los planteamientos de Kant con respecto a la aprioridad del tiempo, aunque rechaza la del espacio, pues considera que no se puede sostener como tal después del surgimiento de

[1] Disertación inaugural en la Universidad de Amsterdam, publicada en holandés [Bibl. Church (1936) núm. 155.6.) y al año siguiente en inglés: "Intuitionism and Formalism" *Bulletin of The American Mathematical Society* 20 (1913) p. 81-96 [Bibl. Church (1936) núm. 155.7.). Recopilado en Benacerraf, P. / Putnam, H. (eds.): *Philosophy of Mathematics: Selected Readings* (Edglenwood Cliffs: Prentice-Hall, 1964) p. 66-77. Y también en Brouwer [1912] 1982.

las geometrías no euclidianas (*cf.* Brouwer [1912] 1982: p. 695). Con esta base, Brouwer plantea que "la disgregación de los instantes de la vida en fragmentos cualitativamente diversos, únicamente susceptibles de re-unión en tanto permanecen separados en el tiempo, [es] el fenómeno fundamental del intelecto humano." (*Ibid.*, trad. *apud* Kneale / Kneale 1980: p. 626). Y que si se hace abstracción del contenido emocional, se llega al fenómeno fundamental del pensamiento matemático: "la intuición de la elemental dualidad-unidad" (*ibid.* [trad.]). Brouwer intenta mostrar entonces cómo los conceptos fundamentales de la matemática surgen de esta intuición básica, y se refiere a las distintas clases de números así como la forma de hacer pruebas matemáticas, particularmente a través de la inducción matemática. En general, es claro que para el intuicionismo lo primero y más esencial son las construcciones mentales matemáticas (ver Heyting [1956] 1976: p. 14).

Esta perspectiva lo llevó a rechazar, y en cierta medida a invertir, la reducción de la matemática a la lógica que proponía el logicismo, y paralelamente a objetar la afirmación del formalismo, en el sentido de que la no contradictoriedad era el único criterio de existencia en matemáticas, pues, según el matemático holandés, también se debía incluir el criterio de constructibilidad, que es el otro eje fundamental de su propuesta: decir que existe un número de un tipo determinado y que tiene tales o cuales propiedades, para un intuicionista equivale a decir que ese número es constructible (*cf.* Haack 1982: p. 242s); es decir, que se puede llegar directamente a él, se puede dar un ejemplo, o bien se da un procedimiento por el cual se llegaría a él. Esto no suele tener problemas para el caso de los conjuntos finitos de números, pero sí se vuelve un obstáculo muy importante al tratar los infinitos. Y ahí surge la conocida discrepancia de Brouwer con respecto al manejo que del infinito se hacía en ese entonces, ya que a su parecer no era posible tratar matemáticamente el infinito actual, entendido como "totalidad completa, con anterioridad

o independencia de cualquier proceso humano de generación o construcción" (Kleene 1974: p. 53), por lo cual había que limitarse al infinito potencial, es decir, en permanente estado de creación o construcción. Así pues, aceptaba el manejo que la lógica clásica le daba a los conjuntos finitos, pero rechazaba su manejo de los infinitos actuales y exigía además que aun en lo relacionado con los infinitos potenciales no se utilizara ni el principio del tercero excluido, ni la eliminación de la doble negación (ver Kneale / Kneale 1980: p. 628).

El problema con respecto a estos dos principios está en que, si estamos tratando conjuntos infinitos, no siempre se pueden dar demostraciones directas, por lo que la matemática clásica apela a demostraciones indirectas; es decir, si se quiere probar *p* se asume su negación *no-p*, y si de ahí se llega a una contradicción se dice que se ha probado *p* (por vía de reducción al absurdo). Pues bien, el intuicionismo aceptaría que con esto se ha construido una prueba de *no-no-p* pero no de *p*, pues para ese paso implica asumir que para cualquier *p* podemos dar una prueba de *p* o podemos dar una prueba de *no-p*, pero eso no es válido para todos los casos si se está tratando con conjuntos infinitos, pues no se los puede tratar como totalidades completas (*cf.* Kleene 1974: p. 54). Como se ve, con esto se rechaza la irrestricta aplicabilidad tanto de la eliminación de la doble negación como del tercero excluido, pues Brouwer argumentaba que, en el caso de los conjuntos infinitos, se dan contraejemplos al principio de tercero excluido en la medida en que hay ciertos problemas para los cuales no hay un método para resolverlos (*cf.* Haack 1982: p. 243)[2].

---

[2] Uno de los ejemplos más famosos es el de la conjetura de Goldbach (que todo número entero par mayor que 2 es la suma de dos números primos), pues se ha visto que esta conjetura se cumple para todos los números con respecto a los cuales se ha examinado, pero como se trata de un conjunto infinito —el de los números naturales— es imposible ver si efectivamente se cumple para todos los números, y no se ha logrado una prueba para su validez generalizada, ni tampoco se ha encontrado un contra-ejemplo o una prueba para su negación.

El problema estaría en el hecho de que se pasa de los conjuntos finitos a los conjuntos infinitos, sin tomar en cuenta que nuestras intuiciones matemáticas se han articulado en virtud de los conjuntos finitos, lo cual, según Brouwer, da lugar a que, al tratar de aplicarlas a los conjuntos infinitos, surjan problemas tales como la paradoja de Burali-Forti (*cf.* Brouwer [1912] 1982: p.696). Como resultado de todos estos planteamientos, quedó abierta otra opción con respecto a la fundamentación de las matemáticas y otra perspectiva frente a las paradojas.

Ahora bien, es generalmente aceptado que Brouwer consideraba que "la matemática era una actividad esencialmente mental y, en consecuencia, pensaba que el formalismo matemático y, *a fortiori*, el lógico eran relativamente poco importantes." (Haack 1982: p. 243). Y, por eso, no desarrolló un sistema formal que contuviera sus planteamientos lógicos, aunque sí señaló lo que sería su primer teorema característico: '$\neg p \rightarrow \neg\neg\neg p$' (*cf.* Van Dalen 1986: p. 228).

2. La primera formalización: Kolmogorov

El primero en proponer una formalización lógica de los planteamientos de Brouwer fue Andrei Kolmogorov[3], que publicó en ruso el artículo "Sobre el principio del tercero excluido"[4]. En él se parte de la axiomatización que había propuesto Hilbert en 1923, que mencionamos antes (cap. IV, sec. 3), donde los axio-

---

Estando así la situación, no disponemos de ninguna construcción para llegar a alguna de las dos alternativas, por lo que, siguiendo los planteamientos intuicionistas, en este caso no se puede aplicar el principio tercero excluido (*cf.* Van Dalen 1986: p. 227s).

[3] El apellido de este autor también se suele transliterar como Kolmogoroff.

[4] Este texto, escrito en ruso (Kolmogorov [1925]), fue reseñado en la bibliografía de Church con el número 314.*1*, e incluido en *From Frege to Gödel*, con el título "On the principle of excluded middle" (Van Heijenoort [ed.] 1967: p. 414-437).

mas lógicos se dividían en dos grupos: cuatro axiomas de la consecuencia[5], y dos axiomas de negación, que se formulaban así:

$$A \rightarrow (\bar{A} \rightarrow B)$$
$$(A \rightarrow B) \rightarrow \{(\bar{A} \rightarrow B) \rightarrow B\}$$

Se había probado que este conjunto de axiomas era consistente y completo, pero esto —afirma Kolmogorov— no sería suficiente para que sea aceptable desde un punto de vista intuicionista, porque si se estudia el segundo axioma, resulta ser una forma inusual de representar el principio del tercero excluido (de hecho, con ese nombre lo había presentado Hilbert) principio cuya aplicabilidad indiscriminada había sido rechazada por Brouwer (*cf.* Kolmogorov [1925] 1967: p. 419). Y, en cuanto al primero (que como sabemos, es una de las formas del principio del Pseudo-Escoto), Kolmogorov lo presenta como la formalización de que «cualquier cosa se sigue de lo falso». Agrega luego que "hizo su aparición sólo con el surgimiento de la lógica simbólica" (*ibid.* p. 421 [trad.]), de manera semejante a como sucedió con el primer axioma de la consecuencia ['$p \rightarrow (q \rightarrow p)$'], pero señala que, a su parecer, este último tiene un sentido intuitivo, mientras que aquél "no tiene, ni puede tener ninguna fundamentación intuitiva, ya que éste afirma algo sobre las consecuencias de algo imposible: tenemos que aceptar *B* si el juicio verdadero *A* se toma como falso." (*Ibid.* p. 421 [trad.])[6].

La alusión histórica que hace el autor es ciertamente incorrecta, pero hay que tener en cuenta que, para cuando se escribió este artículo, Łukasiewicz aún no había rescatado el origen histórico

---

[5] Estos axiomas están transcritos en la nota 12 del cap. IV.

[6] "Hilbert's first axiom of negation, «Anything follows from the false», made its appearance only with the rise of symbolic logic, as did also, incidentally, the first axiom of implication. But, while the first axiom of implication follows with intuitive obviousness from a correct interpretation of the idea of logical implication, the axiom now considered does not have and cannot have any intuitive foundation since it asserts something about the consequences of something impossible: we have to accept *B* if the true judgment *A* is regarded as false." (Kolmogorov [1925] 1967: p. 421).

de dicho principio, ni mucho menos se había descubierto lo del Pseudo-Escoto. Aquí lo importante es señalar que estamos históricamente ante el primer rechazo explícito de una de las formulaciones del principio del Pseudo-Escoto. Éste es, pues, el primer paso en el camino hacia la superación de esa supuesta determinación lógica, aunque aquí este rechazo se fundamenta sólo en su carácter antiintuitivo.

Habiendo excluido los dos axiomas de negación de este sistema de Hilbert, Kolmogorov plantea que es posible formular otro axioma que denomina «principio de contradicción»:

$$(A \rightarrow B) \rightarrow \{(A \rightarrow \bar{B}) \rightarrow \bar{A}\}$$

Ésta es, sin duda, una forma bastante particular de presentarlo. Por eso, el lógico ruso aclara que con la implicación y la negación no se puede presentar el principio en su forma habitual, con esta formulación, junto con el primer axioma de la implicación, busca también dar espacio para el principio de la reducción al absurdo: "Si *B* es verdadera y la falsedad de *B* se sigue de *A*, entonces *A* es falsa." (*Ibid.* p. 422 [trad.]). Juntando este nuevo axioma a los cuatro axiomas de implicación del sistema de Hilbert, propone entonces articular un sistema axiomático-deductivo que denomina 𝔅 (por Brouwer), que serviría para probar todas las fórmulas que tendrían «obviedad intuitiva» (*cf. ibid.* p.422). Este sistema, pues, fue pionero al establecer una formalización lógica siguiendo las ideas intuicionistas[7].

Siguiendo esta línea, Kolmogorov propone un sexto axioma: '$\bar{\bar{A}} \rightarrow A$' que, junto a los anteriores, estructuraría el sistema $\mathfrak{H}$, que sería equivalente al sistema de Hilbert. Este axioma es la

[7] En apoyo a esto se puede ver, por ejemplo, la introducción que hace Van Heijenoort al artículo (1967: p. 393) y lo que afirma Van Dalen (1986: p. 228). No obstante, la existencia de este sistema pionero es algo que no suele ni siquiera mencionarse; de hecho, Heyting no incluye este artículo en la bibliografía de su libro *Introducción al intuicionismo* ([1956] 1976); lo mismo sucede con Kleene ([1954] 1974); ni tampoco lo mencionan los Kneale en *El desarrollo de la lógica* ([1962] 1980).

eliminación de la doble negación, y es lo único que le falta al sistema $\mathfrak{B}$ con relación al clásico, pues dicho sistema, aclara Kolmogorov, ya permitía deducir '$A \rightarrow \overline{\overline{A}}$', o sea la introducción de la doble negación, lo que corresponde de algún modo al teorema que Brouwer había señalado.

3. La lógica intuicionista de Heyting

En 1930, Arend Heyting publica otra formalización de los principios lógicos que podrían estar a la base de estos planteamientos intuicionistas[8]. Se trata de un sistema axiomático con las mismas reglas de deducción de los sistemas clásicos, pero que presenta básicamente tres innovaciones: primera, un nuevo grupo de postulados compuesto de 11 esquemas proposicionales; segunda la definición de las conectivas lógicas, basándose en el criterio de constructibilidad, sin que puedan ser interdefinibles; y tercera, la no deducibilidad de las fórmulas '$p \vee \neg p$' y '$\neg\neg p \rightarrow p$'.

Este sistema resulta especialmente interesante para nuestros efectos por varios aspectos. En cuanto articulado alrededor de hacer una modificación sintáctica importante, éste fue el primer sistema lógico no clásico de este tipo que alcanzó notoriedad —a diferencia del de Kolmogorov—, pues los sistemas no clásicos anteriores o bien modificaban la semántica, o agregaban operadores modales. De hecho, surgió como un debilitamiento o restricción de la lógica clásica, pero que resultaba suficientemente fuerte como para realizar la gran mayoría de las inferencias «clásicamente» válidas[9]. Y, al igual que el de Kolmogorov, da

---

[8] "Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik" *Sitzungsberichte der preussischen Akademie von Wissenschaften*. Berlin: 1930, p. 42-56. [Bibl. Church (1936) núm. 385.2].

[9] Poco después, Gödel publicó una serie de resultados con respecto al intuicionismo (*cf.* Gödel 1989: p. 95-96 y p. 138-139), de acuerdo con los cuales, si al cálculo de Heyting se le agregan dos nuevos operadores definidos a partir de los originales, entonces resulta conteniendo en él toda la lógica clásica (ver Kneale / Kneale 1980: p. 631ss.). Esto ha suscitado polémica con respecto a su lugar en relación con la lógica clásica, pues hay quienes afirman que no se trata

un salto radical frente a las distintas formulaciones del sistema clásico, pues éstas, a partir de distintos grupos de axiomas, siempre permitían deducir los mismos teoremas; estos sistemas, en cambio, se construyeron buscando especialmente impedir que sean deducibles tanto el tercero excluido, como la eliminación de la doble negación.

Además, estos once axiomas son de por sí importantes, pues, al observarlos con detención[10], se ve que nueve axiomas son «positivos» y sólo en dos interviene la negación. Los primeros permiten deducir lo que sería una parte positiva de la lógica, con lo que podría articularse un sistema independiente de «lógica positiva», opción que no tardaría en desarrollarse.

4. LÓGICA POSITIVA DE HILBERT Y BERNAYS

En 1934, Hilbert publica con uno de sus discípulos, Paul Bernays, el primer tomo de una de sus obras fundamentales: *Grundlagen der Mathematik* (Hilbert / Bernays 1934), buscando hacer una fundamentación global de las matemáticas, basándose en la formalización axiomática. Se puede decir que en este libro, junto con el segundo tomo publicado en 1939, se hace la presentación más completa y detallada de un programa que el matemático ale-

---

de una lógica alternativa en sentido estricto (ver Haack 1980: p. 103; Kneale/ Kneale 1980: p. 633). No obstante, esto se puede rechazar a partir de diversos criterios, como se ve en el Anexo A.

[10] Estos esquemas axiomáticos son:

I. $\vdash p \rightarrow (p \wedge p)$
II. $\vdash (p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$
III. $\vdash (p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r))$
IV. $\vdash ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$
V. $\vdash q \rightarrow (p \rightarrow q)$
VI. $\vdash (p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
VII. $\vdash p \rightarrow (p \vee q)$
VIII. $\vdash (p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$
IX. $\vdash ((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$
X. $\vdash \neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$
XI. $\vdash ((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)) \rightarrow \neg p$

(Heyting 1956, 1976: p. 115).

mán venía desarrollando desde hacía muchos años con su grupo de la Universidad de Götingen y que ya para entonces se conocía como la «metamatemática»[11], entendida genéricamente como la teoría de la demostración (*cf.* Kleene 1974: p. 59). Los pilares de este amplio desarrollo del método axiomático lo constituían el cálculo lógico y la teoría de los números.

En esta obra, se articula un nuevo sistema axiomático para el cálculo proposicional, que tiene la peculiaridad de proponer cinco grupos de axiomas, de modo tal que en cada grupo estén los postulados que permiten caracterizar cada una de las cinco conectivas u operadores lógicos habituales, y que en este sistema se toman todos como primitivos[12]: implicación, conjunción, disyunción, equivalencia y negación, constituyéndose así un sistema de quince axiomas[13]. Con esto se seguía la idea de dividir los axiomas según a qué se apliquen, como lo había hecho Hilbert en sus *Fundamentos de la geometría* (ver Hilbert [1899] 1953:

---

[11] Este nombre ya estaba sugerido en Hilbert [1923] 1970: p. 179. Hay una traducción de este fragmento en Bocheński 1985: p. 299.

[12] Durante un tiempo se hizo un esfuerzo por reducir las conectivas a las mínimas posibles, lo cual se logró con la barra de Sheffer; en este sistema, en cambio, se opta por plantear las cinco conectivas como primitivas, por la utilidad que esto tendrá. Una opción semejante había tomado Heyting al usar cuatro conectivas no definidas ($\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ y $\neg$), aunque en el caso de la lógica intuicionista éstas no son interdefinibles, como sí lo son en los sistemas clásicos (y por tanto en el de Hilbert y Bernays).

[13] I. Axiomas de la implicación:
1. $A\rightarrow(B\rightarrow A)$, 2. $(A\rightarrow(A\rightarrow B))\rightarrow(A\rightarrow B)$,
3. $(A\rightarrow B)\rightarrow((B\rightarrow C)\rightarrow(A\rightarrow C))$.
II. Axiomas de la conjunción:
1. $A\&B\rightarrow A$, 2. $A\&B\rightarrow B$, 3. $(A\rightarrow B)\rightarrow((A\rightarrow C)\rightarrow(A\rightarrow B\&C))$.
III. Axiomas de la disyunción:
1. $A\rightarrow A\vee B$, 2. $B\rightarrow A\vee B$, 3. $(A\rightarrow C)\rightarrow((B\rightarrow C)\rightarrow(A\vee B\rightarrow C))$.
IV. Axiomas de la equivalencia:
1. $(A\sim B)\rightarrow(A\rightarrow B)$, 2. $(A\sim B)\rightarrow(B\rightarrow A)$,
3. $(A\rightarrow B)\rightarrow((B\rightarrow A)\rightarrow(A\sim B))$.
V. Axiomas de la negación:
1. $(A\rightarrow B)\rightarrow(\overline{B}\rightarrow\overline{A})$, 2. $A\rightarrow\overline{\overline{A}}$, 3. $\overline{\overline{A}}\rightarrow A$.
(Hilbert/ Bernays 1934: p. 65).

cap. I). En este caso la situación es que en el primer grupo sólo están las fórmulas que tienen implicación material, y en los siguientes están las fórmulas que tienen la conectiva que los caracteriza, además de las implicaciones materiales que se necesiten para estructurarlas como argumentos (*cf.* Hilbert / Bernays 1934: p. 67).

Una vez planteado este sistema formal, una de las primeras cosas que aclaran los autores es que una consideración fundamental para estructurar el sistema de esta manera es que, si se toman sólo los cuatro primeros grupos de axiomas, entonces "se puede extraer del ámbito total de la lógica de enunciados la «lógica positiva», es decir, la formalización de los argumentos lógicos que son independientes del supuesto de que para cada enunciado existe uno opuesto." (Hilbert / Bernays 1934, 1968: p. 67 [trad.])[14].

En seguida, se aclara que esto no quiere decir que a partir de estos cuatro grupos de axiomas, o sea la «lógica positiva», se puedan deducir todas las fórmulas de su sistema original que no tengan el signo de negación, pues existen tautologías tales como '((A→B)→A)→A' (que habitualmente se conoce como la ley de Peirce), que no son derivables sólo a partir de los axiomas contenidos en esos cuatro grupos (*cf. ibid.* p. 69)[15], ya que se puede mostrar que son independientes de estos axiomas positivos, por lo que para derivarlas se necesita alguno de los axiomas de la negación, que en el caso de la fórmula citada es la doble negación '$\bar{\bar{A}}$→A' (*cf. ibid.* p. 78)[16].

---

[14] "Bei der Wahl der Formeln ist ein wesentlicher Gesichtspunkt, da daß durch die Formelgruppen I bis IV aus dem Gesamtbereich der Aussagenlogik die «*positive Logik*» ausgesondert wird, d.h. die Formalisierung derjenigen logischen Schlüsse, welche unabhängig sind von der Voraussetzung, daß zu jeder Aussage ein Gegenteil existiert." (Hilbert / Bernays 1934, 1968: p. 67).

[15] Esto también está explicado en Hilbert / Ackermann [1972] 1975: p. 47.

[16] Para probar esto se utiliza el procedimiento habitual para probar la independencia de los axiomas, y así se muestra que esa fórmula es incluso independiente de los cuatro primeros grupos de axiomas más los dos primeros

Un poco más adelante, Hilbert y Bernays hacen una aclaración que para nuestros efectos es importante. Señalan que si se toman los dos primeros grupos de axiomas de su sistema, éstos en conjunto resultan equivalentes a los axiomas que en el sistema intuicionista de Heyting tenían las conectivas de implicación y conjunción, al paso que los axiomas que Heyting proponía para la disyunción son los mismos del grupo tres (*cf.* Hilbert / Bernays 1934: p. 70, n. 1)[17]. De modo que los diez axiomas positivos de Heyting resultan equiparables a los doce primeros axiomas de sistema propuesto en este libro; y si se tiene en cuenta que la equivalencia podría presentarse no como una conectiva primitiva, sino definida en términos de la implicación material, entonces el sistema de lógica positiva, que han planteado Hilbert y Bernays, resulta equivalente al sistema que se puede articular sólo tomando los axiomas positivos de la lógica intuicionista.

Así pues, se puede hablar más en general de un sistema de lógica positiva, cuya característica es que contiene todos los teoremas que son derivables a partir de los axiomas positivos de cualquiera de estos dos sistemas formales. Con lo que se establece un núcleo básico común tanto del sistema clásico de Hilbert y Bernays, como del sistema intuicionista de Heyting. Haber llegado a este núcleo básico constituye un paso fundamental en la construcción sintáctica de distintos sistemas lógicos, pues se pueden ir articulando distintos sistemas lógicos en virtud de qué postulados sobre la negación se agreguen a los de la lógica positiva.

Ahora bien, como se recordará, una de las peculiaridades del sistema intuicionista es que en él no vale la eliminación de la do-

---

axiomas de la negación, por lo que se necesita del tercero; lo mismo sucede con respecto a la fórmula '$A \vee (A \rightarrow B)$'.

[17] Esos axiomas de la implicación y la conjunción son los axiomas I al VI y X del sistema de Heyting (ver nota 10); los de la disyunción son del VII al IX (con respecto a este último se debe aclarar que si bien no es exactamente igual al axioma 3 de la disyunción propuesto por Hilbert y Bernays, el paso del uno al otro es evidente en virtud del principio de exportación).

ble negación, pero hemos visto que ése era precisamente el axioma que hacía falta para demostrar la fórmula '((A→B)→A)→A', si se partía sólo de axiomas positivos. Esto lleva a concluir que en la lógica intuicionista no puede valer esa fórmula, que es la «ley de Peirce», pues comparte ese núcleo positivo común pero no tiene la doble negación, esto a pesar de que esta fórmula no tiene ninguna negación (*cf.* Marciszewski 1981: p. 158). Esto ha dado pie a lo que sería una «lógica implicativa intuicionista», o sea el sistema lógico en el cual se parte sólo de los postulados para la implicación, sin que se incluya la ley de Peirce y en el que ésta no es derivable a partir de ellos. En otro sentido, también se podría estructurar una «lógica implicativa» sin restricciones, en la medida en que se pusiera como axioma la ley de Peirce junto con algunos de los otros axiomas de la implicación[18] y entonces se tendría un sistema en el que sí serían derivables todas las tautologías clásicas que tienen sólo el operador de implicación (*cf.* Hilbert / Bernays 1934: p. 69).

Como se ve, el proyecto formalista de Hilbert dio las bases para estructurar diversos sistemas axiomáticos no equivalentes entre sí, aunque el matemático alemán es considerado uno de los principales lógicos clásicos. Vendrían después muchos desarrollos alternativos que tomarán como base la lógica positiva[19]; tal sería el caso de la lógica paraconsistente, como veremos.

---

[18] Por ejemplo, el 1 y 3 de los propuestos por Hilbert y Bernays; de hecho, un sistema con estos tres postulados había sido planteado por Łukasiewicz y Tarski, presentándolo como un «cálculo proposicional restringido» (*cf.* Łukasiewicz / Tarski [1930] 1972: p. 58ss).

[19] Debe tenerse en cuenta que la «matemática sin negación» planteada por G. F. C. Griss (ver Ferrater Mora 1982: p. 2324s; Heyting 1976: p. 133ss) es una propuesta estrechamente vinculada al intuicionismo, aunque restringe todavía más los postulados positivos a nivel del cálculo proposicional, pues en ella no valen fórmulas tales como 'q→(p→q)' y 'p→(p∨q)' (*cf.* Arruda 1978: p. 11ss).

5. CÁLCULO MINIMAL DE JOHANSSON

En 1936, Ingebrigt Johansson, autor sueco, publicó en alemán un artículo (Johansson 1936)[20] en el que, según su título, proponía un "Cálculo minimal" como "un formalismo intuicionista reducido". En la introducción, el autor explica cuál es el sentido de su propuesta. Afirma que en el sistema lógico presentado por Heyting en 1930 —que vimos en la sección 3— hay dos axiomas que merecen ser especialmente destacados: '$b \supset (a \supset b)$' y '$\neg a \supset (a \supset b)$', pues muestran que la relación de implicación o consecuencia tiene un sentido diferente en un sistema de cálculo lógico, como el de Heyting, al que puede tener en el uso habitual del lenguaje (*cf.* Johansson 1936: p. 119)[21]. Pasa entonces a mostrar que '$a \supset b$' se puede usar en tres sentidos principales: primero, que se reconozca *b* como una consecuencia lógica de *a*; segundo, que *b* se considere como cierto; y tercero, que *a* se considere como falso o absurdo; y señala que los dos primeros casos parecen tener bastante sentido, pero no así el tercero que, según afirma, "se sigue de ['$\neg a \supset (a \supset b)$']", y que "constituye

---

[20] Resulta difícil conseguir este texto, por lo cual puede ser muy útil consultar la reseña que le hizo Quine (1937a) y varios textos que se refieren a él: Heyting 1976: p. 116; Haack 1980: p. 109; Haack 1982: p. 244; Marciszewski 1981: p. 159; Van Dalen 1986: p. 237 y 297ss.

[21] "Unter den logischen Axiomen die A. Heyting zur Ableitung der formalen Regeln der intuitionistischen Logik aufgestellt hat, gibt es zwei, bei denen man stutzen muß:

2.14 $\vdash\vdash b \supset (a \supset b)$.

4.1 $\vdash\vdash \neg a \supset (a \supset b)$.

Der Sinn dieser Axiome ist natürlich nur, daß die Folgebeziehung im Kalkül eine etwas andere Bedeutung hat als im gewöhnlichen Sprachgebrauch. Man darf nämlich $a \supset b$ in den folgenden drei Fällen schreiben:

1. Wenn *b* als logische Folge von *a* erkannt ist.
2. Wenn *b* als richtig erkannt ist.
3. Wenn *a* als falsch (absurd) erkannt ist.

Mit dem zweiten Fall kann man sich recht leicht versöhnen; der dritte Fall aber (der aus 4.1 folgt) bedeutet eine schwer übersehbare Erweiterung des Folgebegriffes. Es wir der Mühe wert sein, zu untersuchen, ob man diese nicht vermeiden kann." (Johansson 1936: p. 119).

una ampliación difícilmente pasable por lo alto del concepto de consecuencia. Vale la pena investigar si no se la podría evitar." (*Ibid.* [trad.])[22]. Con esto se hace claro, como señala Van Dalen (1986: p. 297), en qué medida esta propuesta está directamente vinculada con el propósito de evitar la paradoja de la implicación contenida en la regla «*ex falso sequitur quodlibet*».

A continuación, Johansson señala que existen dos fórmulas que pueden servir para distinguir varios sistemas lógicos, a saber: '$(\neg a \vee b) \supset (a \supset b)$' y '$(a \supset b) \supset (\neg a \vee b)$', que, como se sabe, son los esquemas que relacionan directamente el condicional con la disyunción[23]. En efecto, en el cálculo clásico valen ambas fórmulas, en el intuicionista sólo vale la primera, en el sistema de la implicación estricta de Lewis sólo vale la segunda, y en el sistema que va a proponer Johansson no valdrán ninguna de las dos (*cf. ibid.* p. 199s).

Una vez ha establecido estos parámetros, pasa a presentar su sistema de cálculo que es construido a partir del sistema intuicionista propuesto por Heyting, pero excluyendo el axioma '$\neg a \supset (a \supset b)$'[24]. Antes de seguir es importante notar que, si bien este axioma tiene los antecedentes invertidos con respecto al que había propuesto Hilbert —como primer axioma de la negación— y que había sido excluido por Kolmogorov para construir el sistema $\mathfrak{B}$, ambos axiomas son equivalentes[25]. De modo que Jo-

---

[22] El texto original está en el último párrafo de la nota anterior.

[23] Estos teoremas, junto con los que permiten definir el condicional en virtud de la conjunción, se conocen como las reglas o principios de la «implicación material», tal como se señala en Copi 1981: p. 57. La primera de las fórmulas citadas por Johansson es denominada por Dalla Chiara «ley débil de Filón de Megara», y si se convierte en un bicondicional, es decir, incluyendo la segunda fórmula citada por Johansson, entonces se tendría la «ley fuerte de Filón de Megara» (Dalla Chiara 1976: p. 155). En el Anexo A (sec. 5) se vuelve sobre esta posibilidad de distinguir distintas lógicas en virtud de estas fórmulas.

[24] Este axioma era el décimo de la lista dada en la nota 10.

[25] Para pasar del uno al otro sólo se necesita el «principio conmutativo» —como vimos en el capítulo IV— el cual es el tercer axioma del sistema de seis axiomas de Hilbert del sistema de 1923 (ver cap. IV, nota 12).

hansson y Kolmogorov van por el mismo camino, en tanto cada uno excluye alguna de las dos formulaciones implicativas del principio del Pseudo-Escoto.

A continuación, Johansson plantea que en su sistema la negación se puede definir de la siguiente manera:

$$\neg a =_{def} a \supset \Lambda$$

donde 'Λ' significa «contradicción» o «algo falso» (*cf. ibid.* p. 120), constituyéndose en un elemento básico a partir de cual, en tanto constante lógica, se puede definir el sistema[26]. Y si esta definición se articula con el único axioma para la negación que queda del sistema de Heyting '$(a \supset b) \wedge (a \supset \neg b) \supset \neg a$', queda entonces estructurada la parte negativa de este cálculo. De ahí surge la denominación de «minimal» para este sistema, en la medida en que en él se mantienen los mismos postulados para las otras conectivas y se han reducido los postulados con respecto a la negación (*cf. ibid.* p. 120)[27].

Así pues, Johansson ha obtenido un sistema con diez axiomas y la regla del *modus ponens*, en el cual siguen siendo deducibles todos los teoremas del sistema de Heyting que no incluían negación, así como una parte importante de los que sí la involucran[28]. Para aquellos que no son deducibles[29], Johansson muestra

---

[26] Johansson explica más adelante (p. 129ss) que este símbolo 'Λ' para «contradicción» puede ser a su vez definido, a partir de la negación, de la siguiente manera: '$\Lambda =_{def} \neg a \wedge \neg \neg a$', pero entonces el elemento básico sería la negación y éste es el símbolo definido.

[27] "Der Name Minimalkalkül wird eben durch diese Tatsache gerechtfertigt; man kann sich kaum eine engere Logik denken, wenn eine Negation darain vorkommen soll, un die Sätze über $\supset$, $\wedge$ und $\vee$ die selben sein sollen wie bei Heyting." (Johansson 1936: p. 120).

[28] Quine (1937) señala que Johansson demuestra que, de los treinta y ocho teoremas con negación que Heyting había publicado originalmente, sólo son excluidos nueve, que se citan en la nota siguiente. En el texto, Johansson menciona en total cuarenta y tres a nivel proposicional, más dos a nivel de predicados (*cf.* Johansson 1936: p. 121ss).

[29] Ellos son: '$\neg a \supset (a \supset b)$', '$a \wedge \neg a \supset b$', '$(a \wedge \neg a) \vee b \supset b$', '$(a \vee b) \wedge \neg a \supset b$', '$b \vee \neg b \supset (\neg \neg b \supset b)$', '$\neg a \vee b \supset (a \supset b)$', '$a \vee b \supset (\neg a \supset b)$', '$(a \supset b \vee \neg c) \supset (a \wedge c \supset b)$' y '$\neg \neg (\neg \neg a \supset a)$' (*cf.* Johansson 1936: p. 123s).

que tienen un equivalente en el sistema minimal; entre ellos hay dos que son muy importantes para nuestro efectos: primero, el axioma de Heyting '¬a⊃(a⊃b)' se convierte en '¬a⊃(a⊃¬b)', y segundo, el teorema '(a∧¬a)⊃b' se convierte en '(a∧¬a)⊃¬b' (*cf. ibid.* p. 122). Como se ve, las originales son las dos formulaciones principales del principio del Pseudo-Escoto, las cuales ahora son transformadas de manera tal que, en vez de permitir deducir cualquier enunciado, sólo permitan deducir cualquier enunciado precedido del operador de negación. Volveremos un poco más adelante sobre las implicaciones que esto tiene.

Este autor sueco no sólo se basó en el sistema axiomático de Heyting, sino que tuvo muy en cuenta los sistemas de «deducción natural» que Gentzen había presentado un par de años antes[30]. Éstos eran sistemas deductivos que no utilizaban axiomas junto con las reglas de inferencia, como todos los sistemas de lógica simbólica que se habían presentado hasta entonces, ya que solamente manejaban reglas de inferencia y un mecanismo particular para hacer demostraciones con ellas, sin necesidad de ningún «axioma». En ellos, como se explica en Marciszewski (1981: p. 245s), se utilizaban tres reglas aplicables a la negación, una para introducirla: 'p⊢ 0 / ~p', y dos para eliminarla: 'p,~p / 0' y '~~p / p'[31]; si se omite la tercera regla, entonces —según Gentzen— se obtiene un sistema que resulta ser un «sistema intuicionista de deducción natural». Ahora bien, Johansson muestra que el sistema que él ha propuesto resulta ser un debilitamiento de este último sistema (Johansson 1936:

---

[30] Gentzen, Gerhard: "Untersuchungen über das logische Schliessen" *Mathematische Zeitschrift* vol. 39 (1934) p. 176-210, 405-431. [Bibl. Church (1936) núm. 442.2].

[31] El '0' es una constante lógica que denota una sentencia lógicamente falsa (ver Marciszewski 1981: p. 246) —a veces también se utiliza el símbolo '⊥' (*cf.* Van Dalen 1986: p. 231)—. Se entiende que algo es lógicamente falso cuando es imposible que sea verdadero, es decir, cuando es contradictorio. Como se ve, es equiparable a lo que Johansson ha simbolizado con 'Λ'.

p. 132ss)[32]. Así pues, Johansson ha presentado tanto un sistema axiomático-deductivo como un sistema de deducción natural, y a ambos en general se los puede llamar lógica minimal (intuicionista)[33].

A nivel global, la propuesta de Johansson ha llevado a que se cuestione cuál sistema resulta ser el más apropiado para formalizar la teoría intuicionista, pues si bien Brouwer en su momento aceptó la formalización original de Heyting (*cf.* Kneale / Kneale 1980: p. 630), posteriormente algunos autores han planteado que este cálculo minimal podría ser una mejor forma de capturar los planteamientos intuicionistas originales (ver Haack 1980: p. 109).

La repercusión más notoria de esta problemática, y de la posibilidad de excluir de los postulados el principio del Pseudo-Escoto, se mostró cuando Heyting, pasadas dos décadas, volvió a presentar su sistema, y ahí dio una explicación especial sólo para el cuestionado axioma, en los siguientes términos:

> Tal vez el axioma X no parezca intuitivamente claro; sin embargo, en realidad contribuye a precisar la definición de la implicación. Se recordará que es posible aseverar $p \rightarrow q$ si y sólo si se posee una construcción que añadida a la construcción p, demuestre q; supongamos ahora que $\square \neg p$, esto es, que hayamos deducido una contradicción de la suposición de haberse llevado a cabo p; entonces, en cierto sentido cabe considerar tal cosa como una construcción que, unida a la demostración de p (que no puede existir) llevaría a una demostración de q. Y voy a interpretar

---

[32] Esto está especialmente claro en la presentación que hace Van Dalen (1986: p. 235ss) de estos sistemas: muestra cómo a partir de definir la negación '$\neg\varphi$' como una abreviación de '$\varphi \rightarrow \perp$', sólo se necesita de una regla con respecto a la falsedad: '$\perp / \varphi$', que si se excluye, el resultado es la lógica minimal.

[33] En el segundo volumen del libro de Hilbert y Bernay (1939) el Suplemento III está dedicado especialmente a la articulación de los sistemas lógicos como sistemas de deduccion natural en la línea planteada por Gentzen. Ahí, además del sistema clásico, se trata especialmente el sistema de «lógica positiva» y otros relacionados, y al final se hace mención directa de la lógica intuicionista de Heyting y de los sistemas minimales de Kolmogorov y de Johannson (*cf.* Hilbert / Bernays 1939, 1970: p. 465ss.)

> la implicación en este sentido, relativamente amplio. (Heyting [1956] 1976: p. 116).

Y, en seguida, hace referencia al sistema de Johansson como un sistema de lógica intuicionista donde "se interpreta → en sentido restringido, y en el que, por consiguiente, se rechaza X." (Heyting [1956] 1976: p. 116). Con esta posición desestima la inquietud sobre cuál es el cálculo más apropiado, pues afirma que "no puede demostrarse que sistema formal alguno represente adecuadamente la teoría intuicionista [...]" (*ibid.*). Esto podría llevar a pensar que Heyting aceptaba una cierta «pluralidad» con respecto a la formalización de la idea de construcción de una prueba, pero hay que tener en cuenta que él rechazaba la posibilidad de que la lógica clásica fuera otra formalización de la misma idea (*cf.* Haack 1974, 1980: p. 109).

Estamos ante un punto polémico que toca ciertas bases de los planteamientos intuicionistas, pero más en general cuestiona la justificación intuitiva de las fórmulas que dan lugar al fenómeno de la trivialización, que es lo que nos interesa. La controversia gira alrededor del sentido que puede tener, en general, decir que de una «falsedad lógica» o un «absurdo lógico» (como aseverar *p* y también *no-p*) se puede deducir cualquier proposición, cuando esta falsedad no puede tener prueba según los criterios intuicionistas (*cf.* Van Dalen 1986: p. 237). Es decir, ¿cómo se puede «construir» legítimamente una prueba partiendo de lo que en sí no es «constructible»? No parece tener mucho sentido que lo que no tiene prueba sirva de base para construir una prueba de algo completamente distinto, y que no se deriva de ninguna otra construcción. Éste es un problema abierto e importante, pero que suele ser olvidado en las presentaciones usuales del intuicionismo[34].

---

[34] No he encontrado ninguna mención a esta polémica en el libro canónico de Kleene, quien presenta el axioma que nos interesa como «¬ eliminación débil», planteando que si a su «sistema clásico» se le quita la doble negación («¬ eliminación»), y se le agrega éste, se obtiene el «sistema intuicionista (correspondiente)». Resulta significativo que no haga mención de la posibilidad

6. IMPLICACIONES PARA EL PROBLEMA DE LA TRIVIALIZACIÓN

Ahora bien, siguiendo el hilo conductor que nos ha traído hasta aquí, es necesario resaltar que, de los dos axiomas que contienen el operador de negación en el cálculo de Heyting, Johansson rechaza el que se formuló así: '$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$', pero mantiene el que se presentó de esta forma: '$[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)] \rightarrow \neg p$'. Si los examinamos, vemos que en virtud del primero, si se da *p* y su negación, entonces se puede deducir cualquier otro enunciado de la forma *q*; en cambio, en el segundo, si de *p* se puede deducir tanto una proposición *q*, como su negación, entonces se tiene que rechazar ese *p*, es decir, se obtiene *no-p*. En ambos casos se están manejando situaciones de carácter contradictorio, pero sus efectos son diferentes: en la primera, de una falsedad lógica se puede deducir cualquier enunciado positivo; en cambio, a partir de la segunda, si un enunciado implica una falsedad lógica, entonces es deducible la negación de dicho enunciado. Este segundo axioma es una forma de reducción al absurdo, semejante a la que Kolmogorov había propuesto como quinto axioma, sobre el cual volveremos más adelante.

En esta línea, tanto la propuesta de Kolmogorov como la de Johansson, al rechazar ese primer axioma —o la fórmula con los antecedentes invertidos—, evitan que en caso de que exista una contradicción, se pueda deducir cualquier otro enunciado «positivo»; pero, al mantener el segundo axioma o al agregarle el de Kolmogorov, dan lugar a que de una contradicción sea deducible cualquier enunciado precedido por una negación. Esta situación lleva a que a partir de una contradicción se puede derivar cualquier enunciado de forma negativa, como se señalará cuando entremos en el ámbito de la lógica paraconsistente[35].

---

de quitarle también éste y obtener el sistema minimal (*cf.* Kleene 1974: p. 99s). En el Anexo D se puede ver cómo se construyen estos sistemas intuicionistas, según qué axiomas vayan incluyendo.

[35] Como veremos, S. Jaśkowski ([1948] 1969: p. 147) lo señalará con respecto a Kolmogorov y Newton C.A. da Costa lo planteará así desde su primer

En conclusión, estos cálculos que —generalizando— podemos llamar «minimales intuicionistas» son los primeros que evitan que de una contradicción surja cualquier otra proposición, pero sólo lo evitan para los enunciados afirmativos, manteniendo de todas maneras el que de una contradicción se puede deducir cualquier enunciado negativo. Es decir, una contradicción trivializa la parte negativa del cálculo, y esto, a nivel de sus efectos, es casi equiparable a la trivialización de todo el cálculo[36]. Sin embargo, es importante ver que estos planteamientos, especialmente como los articuló Johansson, dan el primer paso para evitar formalmente el fenómeno de la trivialización que hemos venido estudiando. Para terminar esta parte, se puede decir que los sistemas minimales, por su alcance limitado, no tendrán en sí mayores efectos, pero sí encontrarán un importante eco en la forma en que se desarrollarán varios sistemas de lógica paraconsistente, como veremos en lo que sigue.

---

escrito original importante (da Costa 1963, 1993: p. 8) con respecto al sistema de Johansson y se lo reiterará a Marconi personalmente (*cf.* Marconi 1979: p. 77, n. 53).

[36] Esto ya lo tenía claro Johansson, que señaló que si es posible deducir todas las fórmulas negativas, de ahí se llega a todo tipo de contradicciones, aunque el autor veía esto más como ventaja que como desventaja para su propuesta (*cf.* Johansson 1936: p. 132).

Capítulo VIII

LA LÓGICA DISCURSIVA DE JAŚKOWSKI

1. La lógica en Polonia en la primera mitad del siglo

La evolución de la lógica en Polonia tiene su origen en la escuela que comenzó a formar Kazimierz Twardowski en la Universidad de Lwów desde 1895. En efecto, con él estudió Łukasiewicz, que —como vimos— permaneció allí hasta 1915, cuando se trasladó a la Universidad de Varsovia (*cf.* Kotarbinski 1967: p. 1ss; Jordan 1967: p. 348; Łukasiewicz 1975: p. 9s). Luego, en el período entre las dos guerras, durante el cual Polonia fue independiente, la lógica y las matemáticas alcanzaron un gran desarrollo, surgiendo en esta época varios lógicos jóvenes que lograrían resultados importantes (ver Jordan 1967; da Costa / Sánchez 1980).

En general, se puede decir que casi todos estos lógicos fueron discípulos de Łukasiewicz; entre ellos, el más conocido es, sin duda, Tarski. Pero otro discípulo —un poco más joven—, llamado Stanisław Jaśkowski, también alcanzó cierta celebridad al publicar, el mismo año en que Gentzen dio a conocer su sistema de deducción natural, otro sistema semejante[1]. En este texto de 1934, Jaśkowski trató de afrontar un problema que su maestro había propuesto en 1926, al llamar la atención sobre el hecho de

[1] Jaśkowski, Stanislav: "On the Rules of Supposition in Formal Logic" *Studia Logica* no.1 (1934). También Jaśkowski [1934] 1967. [Bibl. Church (1936) núm. 514]. El desarrollo de Jaśkowski era incluso anterior al de Gentzen, porque sus primeros resultados ya habían sido presentados en el Primer Congreso Polaco de Matemáticas de 1927 y publicados en 1929 (*cf.* Jaśkowski [1934] 1967: p. 232, n. 1; ver Kneale / Kneale 1980: p. 501, n. 19).

que los matemáticos en la práctica no utilizaban los sistemas de cálculo lógico, sino que apelaban a otro método de razonamiento[2]; se trataba, pues, de una motivación semejante a la de Gentzen (*cf.* Marciszewski 1981: p. 245). A pesar de este doble origen, esta forma de articular la lógica, sin axiomas y sólo con reglas de inferencia —como se explicó en el capítulo anterior—, suele ser presentada haciendo referencia sólo a Gentzen, incluso a pesar de que generalmente se sigue el método de exposición de Jaśkowski (*cf.* Kneale / Kneale 1980: p. 501); esto se debe, posiblemente, a que fue la propuesta del primero la que se propagó rápidamente al ser publicada en una revista ya establecida, mientras que el autor polaco inauguraba con su escrito una publicación que sólo después adquiriría prestigio.

Después de la invasión alemana a Polonia, varios científicos de ese país fueron aniquilados y otros abandonaron el país, como Tarski, que emigró a los Estados Unidos. También hubo otros que permanecieron en Polonia, aunque desvinculados de la cátedra; tal fue el caso de Łukasiewicz, que dejó la universidad pero siguió en Varsovia hasta el final de la segunda guerra mundial, cuando se fue primero a Bruselas, y luego definitivamente a Dublín (*cf.* Łukasiewicz 1975: p. 10).

Jaśkowski, sin embargo, permaneció en su país después de la guerra, a juzgar por varias publicaciones que hizo después de 1945. Entre ellas, dos son esenciales para el tema que hemos venido estudiando. La primera (Jaśkowski 1948) fue una comunicación a un encuentro científico celebrado en marzo de 1948,

---

[2] El artículo comienza así:

"In 1926 Professor J. Łukasiewicz called attention to the fact that mathematicians in their proofs do not appeal to the theses of the theory of deduction, but make use of other methods of reasoning. The chief means employed in their method is that of an arbitrary supposition. The problem raised by Mr. Łukasiewicz was to put those methods under the form of structural rules and to analyse their relation to the theory of deduction. The present paper contains the solution of that problem." (Jaśkowski [1934] 1967: p. 232).

al paso que la segunda (Jaśkowski 1949) es una corta nota complementaria.

2. "CÁLCULO PROPOSICIONAL PARA SISTEMAS DEDUCTIVOS CONTRADICTORIOS"

Ésta sería la traducción del título en polaco del primer texto, que de suyo es muy diciente. El artículo tiene siete partes: las dos primeras presentan lo que llama «el problema», la tercera estudia las «soluciones» que hasta entonces se habían sugerido, la cuarta y la quinta presentan ciertos aspectos técnicos necesarios para poder pasar, en la sexta, a presentar la solución que propone Jaśkowski, al paso que en la última analiza ciertas consecuencias de ella.

"El origen del problema" se denomina la primera parte. En ella se tiene como referente principal el estudio en polaco que había publicado Łukasiewicz en 1910, y que era la base del artículo en alemán que estudiamos en el capítulo I. En efecto, Jaśkowski parte citando el «principio lógico de [no] contradicción de Aristóteles», acorde a la presentación que de éste había hecho Łukasiewicz: el más cierto de todos los principios es que dos aseveraciones contradictorias no pueden ser ambas ciertas (Jaśkowski [1948] 1969[3]: p. 143). El autor entra rápidamente a controvertir esta tesis: comienza afirmando que existen razonamientos convincentes que, sin embargo, llevan a conclusiones contradictorias, y que esto ha llevado a distintos pensadores a no estar de acuerdo con la firme posición de Aristóteles. Al respecto, Jaśkowski destaca en la antigüedad a Heráclito y Antístenes, y modernamente a Hegel, que se habría opuesto a la lógica tradicional con la dialéctica como una "nueva lógica", en la que la "coexistencia de dos aseveraciones contradictorias es posible" (*ibid.* [trad.]). A continuación hace referencia al papel fundamental que este planteamiento ha tenido en la filosofía marxista,

[3] Utilizaré esta versión en inglés, que es la que se usa por fuera del ámbito polaco.

aunque aclara que hay quienes controvierten este punto, y que, por otro lado, hay personas que difieren radicalmente de los planteamientos marxistas pero que también aceptan que existen contradicciones que son evidentes (*cf. ibid.*).

Pasa entonces al siglo XX, donde muestra que el desarrollo de la lógica matemática, de la misma manera como ha permitido formular mucho más precisamente problemas planteados ya desde la antigüedad, también ha evidenciado que teorías que se creían construidas correctamente han dado lugar a que emerjan en ellas contradicciones; referencia directa a la aparición de las paradojas en el cambio de siglo. Agrega que frente a ellas se han tomado distintas actitudes restrictivas, que a su parecer resultan artificiales, y destaca dos: la teoría de los tipos lógicos, por parte de Russell, y la distinción entre lenguaje objeto y metalenguaje, por parte de Hilbert[4]. No obstante, cree que todo esto ha servido para aclarar ciertos parámetros de la problemática y ha permitido dilucidar que ciertas formulaciones, aparentemente contradictorias, no lo son. En esta línea, a la formulación clásica de Aristóteles del principio de no contradicción habría que agregarle, desde una perspectiva contemporánea, la aclaración de que dos proposiciones contradictorias no pueden ser ambas verdaderas "en el mismo lenguaje" o "si sus palabras tienen el mismo significado" (*ibid.* p. 144 [trad.]).

A continuación, el autor hace una constatación acerca de ciertas realidades propias de las ciencias empíricas, que se han

---

[4] La crítica que se hace a esta opción es la siguiente:

"The principle of making distinction between two (and some times more) languages, to which only one language corresponds in everyday usage, means a much greater deviation from current use of language. This distinction is to be made between the language of a theory and the language in which we can discuss the properties of the former language. The later language is termed the language of methodology or, as is done by Hilbert [...], the language of a metasystem for the theory formulated in the former language. This distinction between languages is a variance with the natural striving synthetically to formulate all the trues we know in a single language and thus render a synthesis of our knowledge more difficult." (Jaśkowski [1948] 1969: p. 144).

hecho especialmente patentes en este siglo: hay períodos en los cuales las teorías resultan insuficientes para explicar ciertos fenómenos, a consecuencia de lo cual se utilizan paralelamente diversas hipótesis que, si bien permiten explicar parte de la situación, en conjunto no siempre son consistentes entre sí; el ejemplo paradigmático era la física de ese entonces. Frente a esto, según Jaśkowski, se tiene que asumir que de una manera u otra se utilizan construcciones teóricas que, si bien —en términos rigurosos— pueden no ser consistentes, de todas manera permiten trabajar con ellas sin que se muestren como falsedades autoevidentes (*cf. ibid.* p. 144)[5]. Con esto, el lógico polaco quiere mostrar que los planteamientos que va a hacer no son sólo una abstracción teórica, sino que están impregnados de una preocupación que, si bien es muy antigua, se ha convertido en este siglo en un apremio cada vez más importante.

La lógica matemática, entonces, tiene que intentar aportar elementos de análisis que permitan aclarar la situación. Y, en este sentido, Jaśkowski presenta en la segunda parte la "formulación del problema". Ahí comienza aclarando que va a utilizar la notación sin paréntesis de Łukasiewicz, y, además, qué es lo

---

[5] "Finally it is known that the evolution of empirical disciplines is marked by periods in which the theorists are unable to explain the results of experiments by a homogenous and consistent theory, but use different hypotheses, which are not always consistent with one another, to explain the various groups of phenomena. This applies, for instance, to physics in its present-day stage. Some hypotheses are even termed working hypotheses when they result in certain correct predictions, but have no chance to be accepted for good, since they fail in some other cases. A hypothesis which is known to be false is sometimes termed a fiction. In the opinion of Vaihinger [*Philosophie des Als-Ob.* Berlin, 1911] fictions are characteristic of contemporary science and are indispensable instruments of scientific research. Regardless of whether we accept that extremist and doubtful opinion or not, we have to take into account the fact that in some cases we have to do with a system of hypotheses which, if subjected to a too consistent analysis, would result in a contradiction between themselves or with a certain accepted law, but which we use in a way that is restricted so as not to yield a self-evident falsehood." (Jaśkowski [1948] 1969: p. 144).

que va a entender por la aserción de una fórmula[6]. En seguida presenta, en unas pocas líneas, una distinción que ninguno de los autores que hemos estudiado hasta aquí había expuesto, y que es profundamente esclarecedora. Comienza afirmando que en todo sistema bivalente existe un teorema que él denomina «ley implicacional de sobre-completud» [*implicational law of over-completeness*], cuya formulación es: 'CpCNpq' ['p→(¬p→q)'], que, como se ve, es el tercer axioma del sistema de Łukasiewicz —desarrollo del principio del Pseudo-Escoto—. Presenta a continuación una definición que vale la pena citar en detalle:

> Un sistema deductivo S es llamado *contradictorio*, si sus tesis incluyen dos que se contradicen entre sí, de tal manera que una sea la negación de la otra, p. ej., T y NT. Si un sistema contradictorio está basado en una lógica bivalente, entonces por la ley implicacional de la sobre-completud uno puede obtener en él como tesis cualquier fórmula B con significado en dicho sistema. (Jaśkowski [1948] 1969: p. 145 [trad.])[7].

Y agrega otra definición que, distinguiéndose de la anterior, muestra la peculiaridad de la aproximación que quiere darle al problema:

> Un sistema en el que cualquier tesis significativa es una tesis será llamado *sobre-completo*. Esto se aparta de la terminología aceptada hasta ahora: en la metodología de la ciencias deductivas tales sistemas han sido llamados contradictorios, pero siguiendo el propósito del análisis presentado en este artículo, es necesario hacer la distinción entre dos significados diferentes de la expresión «un sistema contradictorio», y usarlo sólo en un único sentido como se especificó arriba. (*Ibid.* p. 145 [trad.])[8].

---

[6] "By the *assertion* of a formula is meant that which might be defined as acceptance as universally true or universally valid,[...]" (Jaśkowski [1948] 1969: p. 145).

[7] Ver el texto original en la nota siguiente.

[8] "A deductive system $\mathfrak{S}$ is called *contradictory*, if its theses include two such which contradict one another, that is such that one is the negation of the other, e.g., $\mathfrak{T}$ and N$\mathfrak{T}$. If a contradictory system is based on a two-valued logic,

Así ha mostrado Jaśkowski que una cosa es que dentro de un sistema exista una contradicción, y otra muy diferente que de ésta se puedan derivar todos los enunciados posibles en dicho sistema. Estas situaciones se habían confundido hasta entonces, porque se asumía como un hecho inevitable que en todo sistema lógico tenía que existir un esquema deductivo que hacía pasar de una contradicción a todas las otras fórmulas bien formadas (o al menos a todas las negativas, como en la lógica minimal). Si bien ésta era una situación que a primera vista no parecía tener mucho sentido— como lo mostraron, por ejemplo, las dudas de Jeffreys—, había prevalecido el argumento formal en el sentido de que un fenómeno estaba inevitablemente vinculado al otro, pues se asumía que de lo contrario se perdería una parte esencial de lo que se entendía por «lógica». Como vimos, esto lo había aceptado incluso el maestro de Jaśkowski, a pesar de tener muy claro que es distinto que se presente una contradicción, a que todo sea contradictorio; de hecho, parece claro que la precisión que ha planteado Jaśkowski hace eco de aquella distinción que había hecho Łukasiewicz y que hasta entonces no había encontrado ningún desarrollo.

Ahora se cambian radicalmente los términos de la discusión, porque antes sólo existían dos opciones: si un sistema incorporaba contradicciones, entonces era trivial, o si quería evitar la trivialización, entonces no podía admitir ninguna contradicción.

---

then by the implicational law of over-completeness one can obtain in it as a thesis any formula $\mathfrak{B}$ which is meaningful in that system. It suffices to substitute in $L_2$1 ['CpCNpq'] $\mathfrak{T}$ for *p* and $\mathfrak{B}$ for *q* and to apply the rule of modus ponens twice. A system in which any meaningful formula is a thesis shall be termed *over-complete*. This deviates from the terminology accepted so far: in the methodology of the deductive science such systems have so far been called contradictory, but for the purpose of the analysis presented in this paper it is necessary to make a distinction between two different meanings of the term «a contradictory system», and to use it only in one sense, as specified above. The over-complete systems have no practical significance: no problem may be formulated in the language of an over-complete system, since every sentence is asserted in that system." (Jaśkowski [1948] 1969: p. 145).

Jaśkowski acepta la evidencia de que un sistema trivial —o «sobre-completo», en sus términos— es completamente inútil[9], pero rechaza la equivalencia entre la presencia de una contradicción y la trivialización de dicho sistema. Existe una tercera opción, constituida por un sistema contradictorio —es decir, que posee al menos una contradicción, mas no todas las contradicciones articulables en dicho sistema— que excluya la forma implicativa del principio del Pseudo-Escoto (o aquella que vimos que suele presentarse como formulación de la regla «*ex falso sequitur quodlibet*»), sin dar entonces lugar a la trivialización.

Con esto, el lógico polaco está en disposición de presentar finalmente el "problema de la lógica de los sistemas contradictorios"; se trata de encontrar un sistema de cálculo proposicional que cumpla las siguientes condiciones:

> 1) Que al ser aplicado a los sistemas contradictorios no implique siempre su sobre-completud.
> 2) Que sea lo suficientemente rico como para permitir inferencias prácticas.
> 3) Que tenga una justificación intuitiva. (*Ibid.* p. 145 [trad.])[10].

Jaśkowski establece así las condiciones básicas de un sistema en el que los fenómenos de la contradicción y la sobre-completud no sean equivalentes, pero buscando además que no sea una simple curiosidad matemática, sino que también posea utilidad y sentido como aparato deductivo. Ésta es la tarea que, para el autor, está por hacerse y que a su parecer no sólo es viable, sino que se hace necesaria al enfrentarse a ciertas situaciones de «inevitables» inconsistencias.

---

[9] Ver la última frase de la cita anterior.

[10] "Accordingly, the problem of logic of contradictory systems is formulated here in the following manner: the task is to find a system of the sentencial calculus which: 1) when applied to the contradictory systems would not always entail their over-completeness, 2) would be rich enough to enable practical inference, 3) would have an intuitive justification." (Jaśkowski [1948] 1969: p. 145).

En la siguiente parte, estudia las soluciones que, de una u otra manera, se le ha dado a este problema. Comienza por la propuesta de Kolmogorov de 1925, que estudiamos en el capítulo anterior. Se recordará que el sistema está constituido por los «axiomas de la consecuencia» propuestos por Hilbert en 1923, que deductivamente equivalen a la lógica positiva de Hilbert[11], más otro axioma negativo[12]. Al respecto de este sistema de Kolmogorov, Jaśkowski señala que si se le aplica a una estructura contradictoria, entonces se puede deducir cualquier fórmula precedida por el operador de negación. Y agrega que "ésta es una situación que se acerca mucho a la sobre-completud del sistema" (*ibid.* p. 146s [trad.])[13]. Como se ve, Jaśkowski está señalando, en sus términos, lo que antes analizamos con respecto al cálculo intuicionista minimal: una contradicción trivializa la parte negativa del cálculo; las propuestas de Kolmogorov y Johansson no son suficientes para resolver el problema de los sistemas inconsistentes, pero dan muy buenas pistas de cómo podría resolverse.

---

[11] Esta equivalencia se da en la medida en que en el sistema de Hilbert 1923 los únicos operadores utilizados son la implicación material y la negación, de manera tal que los otros operadores se podrían definir en términos de éstos, además, este sistema tiene un axioma más para la implicación que el de la lógica positiva de Hilbert 1934.

[12] Esto otro que denominaremos el axioma de Kolmogorov, y que en notación polaca sería 'CCpqCCpNqNp', es '$(p\rightarrow q)\rightarrow[(p\rightarrow\neg q)\rightarrow\neg p]$'.

[13] Después de probar que en este sistema se puede deducir '$p\rightarrow(\neg p\rightarrow q)$', dice lo siguiente:

"Suppose that Kolmogorov's system is applied to a contradictory system in which $\mathfrak{T}$ and $N\mathfrak{T}$ are theses and $\mathfrak{B}$ in any meaningful formula. The substitutions p / $\mathfrak{T}$ and q / $\mathfrak{B}$ in K9 [la fórmula recién probada] and the application of the rule of modus ponens yields the theorem $N\mathfrak{B}$. Hence in every contradictory system $\mathfrak{S}$ any meaningful formula beginning with the symbol of negation can be obtained as a thesis, so that negation must be interpreted as verum in accordance with matrix (1) [la matriz de la implicación material]. This is a state which comes close to the over-completeness of the system $\mathfrak{S}$." (Jaśkowski [1948] 1969: p. 146s).

En seguida, pasa a estudiar el sistema de implicación estricta de Lewis y Langford[14]. Esto es importante porque en este sistema, si se entiende la implicación sólo como implicación estricta, entonces, no valdría la forma «implicativa» del Pseudo-Escoto[15]; pero, en cambio, si se entienden como implicación material alguna de las implicaciones contenidas en ese esquema proposicional, entonces, afirma Jaśkowski, sí sería un teorema del sistema[16]. Es decir, que la trivialización se seguiría produciendo si

---

[14] En el libro de Lewis y Langford no desarrolló un único sistema de implicación estricta, sino cinco sistemas que se conocen habitualmente como S1, S2, S3, S4 y S5. Los dos primeros fueron desarrollados en el cap. VI, y los tres últimos en el apéndice II; ambos textos fueron escritos sólo por Lewis —según el prefacio del libro—, de ahí que se hable de los sistemas de Lewis. Ahora bien, Jaśkowski, al presentar la problemática, sólo hace referencia a las páginas en que está presentado el primer sistema, de modo tal que este «sistema de implicación estricta» sería S1 (como después se lo conocería). Si se considera que cada uno de estos sistemas está contenido en el siguiente, entonces los comentarios de Jaśkowski resultan extendibles a los otros sistemas, siempre que se tenga claridad con respecto a que todas las fórmulas que son teoremas de S1 también valen en los otros sistemas, pero no al contrario (ver Hughes / Cresswell: cap. 12). De todas formas, las diferencias fundamentales con los otros sistemas se dan en las fórmulas en las que, además de la implicación estricta, esté presente otro operador modal, y que no resulten expresables utilizando sólo implicación estricta (como se sabe, éste es un operador modal derivado definido en términos de conjunción, negación y el operador modal primitivo, que en estos sistemas es el de posibilidad '◊'), que no son los casos de las que nos interesan especialmente.

[15] Su formulación sería '$\sim p.\prec.p\prec q$', que es rechazada explícitamente en dicho sistema (*cf.* Lewis / Langford 1932, 1959: p. 142) y que es muy diferente a la aparente paradoja que, como vimos, el mismo Lewis señaló que tenía su sistema: '$\sim\Diamond p.\prec.p\prec q$' (*ibid.* p. 248). Recuérdese lo que se dijo en el cap. V, sec. 1.2. con respecto a las formulaciones de las «paradojas de la implicación estricta».

[16] Si comparamos lo que dice Jaśkowski con el contenido del libro *Symbolic Logic*, se ve que Lewis, junto con señalar que su sistema no incluye la fórmula '$\sim p.\prec.p\prec q$', afirma explícitamente que son teoremas tanto '$\sim p.\supset.p\supset q$' (15.23) como '$\sim p.\prec.p\supset q$' (15.22), pero no menciona explícitamente la cuarta posibilidad: '$\sim p.\supset.p\prec q$'; sin embargo, el texto dice que si en ambas fórmulas válidas se reemplaza la segunda implicación por implicación estricta, entonces su resultado no sería un teorema del sistema, siendo ésta la razón por

se sale del conjunto de las fórmulas que sólo incluyen implicación estricta[17].

La tercera posibilidad de solución que revisa es la de los sistemas polivalentes, y de entrada afirma no conocer ninguna publicación en la que con una perspectiva polivalente se aborde el problema que nos ocupa, y agrega:

> [...] pero el profesor Łukasiewicz, en comunicación personal con el presente autor en 1940 poco más o menos, afirmó que él conocía una interpretación de la implicación y la negación en lógica trivalente tal que en ella la ley [implicacional de sobrecompletud] no se mantiene. (*Ibid.* p. 147 [trad.])[18].

---

la cual explícitamente se rechaza la primera (*cf.* Lewis / Langford 1932, 1959: p. 142). Esto llevaría entonces también a excluir esa cuarta posibilidad, que es quizás el caso que más capturaría la idea intuitiva del fenómeno que nos interesa y que, sin embargo, Jaśkowski estaría implícitamente asumiendo como válido en dicho sistema. Ahora, si se le aplican las matrices que proponen Lewis y Langford en el grupo V (*ibid.* p. 493-494), se puede ver que dicha fórmula no es válida en S1 (tomando el caso en que p = 3 y q = 4). Por otra parte, Hughes y Cresswell la excluyen explícitamente de las fórmulas derivables en el sistema T (Hughes / Cresswell 1973: p. 45) y, entonces, si no es derivable en T tampoco puede serlo en los sistemas S1 y S2 que están contenidos en el sistema T.

Sobre el sentido de estas fórmulas, es conveniente recordar lo que se dijo en el cap. V. sec. 1.1. con respecto a la nueva lectura que hacía Lewis de las dos que acepta como teoremas en su sistema.

[17] La afirmación completa de Jaśkowski es la siguiente:

"If the symbol C is interpreted as the symbol of strict implication, then the implication law of over-completeness $L_2 1$ ['CpCNpq'] is not a theorem (cf. [Lewis / Langford: *Symbolic Logic* (New York, London: 1932)], p. 142). But the set of the theses which include strict implication only, and not include material implication, is very limited, and Lewis and Langford often used both symbols of implication in one and the same theorem. For material implication the law $L_2 1$ remains valid (cf. [ibid.], p. 142)." (Jaśkowski [1948] 1969: p. 147).

[18] "As far as those systems of the sentencial calculus which can be defined by a many-valued finite matrix are concerned, no publications directly related to the problem in question are known to the present author, but Professor Łukasiewicz, in his personal communication to the present author in 1940 or so, stated that he knew an interpretation of implication and negation in three-

Con esto, su maestro se estaría refiriendo a un sistema desarrollado por Słupecki, en el que no valdría la formulación implicacional del Pseudo-Escoto; no obstante, este sistema de todas maneras se trivializaría ante la presencia simultánea de las tres opciones posibles para una proposición: *p, no-p, no-no-p*; fenómeno que sí habría sido conocido por Łukasiewicz (*cf. ibid.*).

Este pasaje parece interesante, pues muestra que Łukasiewicz, muchos años después de sus primeros escritos sobre el principio de (no) contradicción, y no tantos después de desarrollar su cálculo proposicional en el que incluyó como axioma una versión del principio del Pseudo-Escoto, tenía presente la posibilidad de articular un sistema en el que no se incluyera este principio. En virtud de esto, se puede pensar que para Łukasiewicz los argumentos de Hilbert, y los que él mismo había dado, no resultaban suficientes para desechar del todo esa otra alternativa; pero esto tampoco llevó a que él desarrollara un sistema de tal naturaleza.

En general, y tomando en cuenta la diversidad de planteamientos de Łukasiewicz sobre toda esta problemática, no cabe duda de que él es el pensador que mejor «encarna» las perplejidades que nos ocupan; en esa preocupación profunda por el tema estaba el germen de lo que después articularía su discípulo Jaśkowski, así como, de manera independiente, Newton da Costa y sus colaboradores.

Volviendo al artículo de Jaśkowski, la cuarta parte es una presentación somera del cálculo modal de proposiciones, siguiendo el sistema S5, interpretado acorde al sistema de dos valores M_2 de Henle, ambos presentes en Lewis / Langford 1932.

La quinta parte presenta los lineamientos generales del sistema que va a proponer. El autor comienza llamando la atención acerca de que, aun cuando es posible hacer formalizaciones que no tengan un sentido intuitivo, el interés principal en las investi-

---

valued logic such for which the law $L_2 1$ does not hold." (Jaśkowski [1948] 1969: p. 147).

gaciones en lógica, generalmente, radica en poder formalizar «teorías consistentes», en el sentido de que se busca convertir en teoremas del sistema formal sólo aquellas tesis que, dentro de una teoría, no tengan términos cuyo significado sea vago (*cf. ibid.* p. 149). Ahora bien, resulta interesante pensar qué pasa si ciertas tesis que no satisfacen dicha condición tienen que ser incluidas en el sistema. Esto puede darse, por una parte, debido a que, ante un conjunto inconsistente de hipótesis, se haya tratado de enmendar cada una de ellas por separado —tomándolas, digamos, como hipótesis parciales—; a consecuencia de esto, cada una de la nuevas hipótesis ya no reflejaría una misma perspectiva, sino distintas aproximaciones al problema. También puede producirse esta situación si las afirmaciones de distintos participantes en un coloquio o discurso [*discourse*] son incluidas en un solo sistema; o si lo que se incorpora son las opiniones de una sola persona, pero sin que ella tenga suficientemente claro si los términos utilizados en sus planteamientos tienen un sentido totalmente diferenciado. En general, Jaśkowski propone que un "sistema acerca del cual no se puede decir que incluye [exclusivamente] tesis que expresan opiniones concordantes entre sí, sea llamado *sistema discursivo*" (*ibid.* p. 149 [trad.])[19]. Nótese

[19] "Let such a system which cannot be said to include theses that express opinions in agreement with one another, be termed a *discursive system.*" (Jaśkowski [1948] 1969: p. 149).

Existe controversia sobre la utilización en esta traducción del término «*discursive*»; en efecto, en la reseña de este artículo en *The Journal of Symbolic Logic* se utilizó «*the logic of discussion*» (Mostowski 1949), y la traducción italiana de 1979 prefiere el término «*dicussiva*», que en ingles sería «*discussive*». Con ello se alude más al sentido de afirmaciones provenientes de una «discusión», que es uno de los tres casos que trae Jaśkowski, y que es al que le da más importancia. No obstante, los otros dos, a mi parecer, no parece que podrían caber en este término, y sí se verían representados en el de «discursiva», ya que ésta es una palabra que proviene de «discurrir», y que para el efecto se puede relacionar tanto con el «discurso» como con el «raciocinio», enfatizando lo segundo; además, este «discurrir» se puede entender también realizado entre los participantes en una discusión. Así que he decidido optar por el término «discursivo» y no utilizar «discusivo», además, porque este último

que las situaciones descritas se asemejan mucho a las que hay que enfrentar actualmente cuando se quiere elaborar un «sistema experto», en el contexto de las investigaciones sobre inteligencia artificial.

En dicho sistema discursivo, cada afirmación se tendría que entender como si estuviera precedida por una aclaración en el sentido de que es la opinión de uno de los participantes, o de que se están usando los términos en un determinado sentido. De modo que el concepto de aserción, que antes se había definido, tiene ahora que modificarse de manera tal que dé lugar a una «aserción discursiva» en la que también se incluya la respectiva aclaración. Jaśkowski considera que el mejor modo de formalizar esto es utilizar el operador modal de posibilidad como si la afirmación *p* fuera vista desde la perspectiva de un observador imparcial que afirmaría: «es posible que *p*» (*cf. ibid.* p. 149). Siguiendo esta línea, define una «implicación discursiva» (*Cd*) $[\rightarrow_d]$[20] que significaría "si es posible que *p*, entonces *q*", y una "equivalencia discursiva" (*Ed*) $[\leftrightarrow_d]$ que correspondería a que tiene que darse tanto que "si es posible que *p*, entonces *q*" como que "si es posible que *q*, entonces es posible que *p*" (*ibid.* p. 150 [trad.])[21]. Además, en virtud de estos nuevos operadores, se lo-

---

término en español —a diferencia del portugués, y aparentemente el inglés, donde es un neologismo— tiene un significado muy distinto: según el *Diccionario de la Lengua Española* (1970) de la Real Academia «discusivo» es un adjetivo utilizado en medicina cuyo significado es lo "que disuelve, que resuelve".

[20] Ésta es la simbología que en notación no polaca se ha sugerido para la implicación y equivalencia discursivas (*cf.* da Costa / Doria 1993).

[21] "The following definition is introduced into the system M_2:

M_2 def. 1 $\quad Cd\,pq = C\,Pos\,pq.$

The function Cd pq, as defined above, shall be termed discursive implication; it may be read: «if it is possible that *p*, then *q*», or, if applied ot [at] a discourse: «if anyone states that *p*, then *q*», or «if, for a certain admissible meaning of the term, *p*, then *q*.»

In every discursive system two theses, one of the form: Cd $\mathfrak{B}\mathfrak{D}$, and the other of the form: $\mathfrak{B}$, entail the thesis $\mathfrak{D}$, and that on the strength of the theorem

$M_2 1 \quad C\,Pos\,C\,Pos\,p\,q\,C\,Pos\,p\,Pos\,q.$

gra establecer la aplicabilidad del *modus ponens* en sentido discursivo.

A partir de esto, Jaśkowski presenta —en la sexta parte— un sistema que a su parecer cumple las tres condiciones que antes había planteado, aunque asume que es sólo una entre las distintas soluciones que pueden cumplir estos requerimientos. Su propuesta la denomina «sistema discursivo bivalente de cálculo proposicional D_2» y tiene una estructura interesante con algunas peculiaridades que vale la pena ver en cierto detalle[22].

Parte de tomar el cálculo proposicional modal bivalente (S5 como sintaxis y M_2 como semántica) teniendo como operador modal básico el de posibilidad (*Pos*), y además utiliza como operadores originarios el habitual de disyunción junto con los de implicación y equivalencia, que antes ha definido en sentido discursivo. De esto resulta que, si a cualquier teorema del cálculo proposicional se le reemplazan las conectivas habituales de implicación material y equivalencia por las respectivas conectivas «discursivas», entonces, el teorema *clásico* tendrá un equivalente *discursivo* (si sólo incluye implicación, equivalencia y disyunción), o dos (si también incluye conjunción)[23]. Así pues, se pue-

---

Thus the rule of modus ponens may be applied to discursive theses if discursive implication is used instead of ordinary implication. Discursive equivalence *Ed* is defined in a similar way:

M_2 def. 2 $\quad Ed\,pq = KC\,Pos\,p\,q\,C\,Pos\,q\,Pos\,q,$

i.e., «*p* is discursively equivalent to *q*» means the same as: «both: if it is possible that *p*, then *q*; and if it is possible that *q*, then it is possible that *p*.» The rule of modus ponens may be applied both ways to discursive equivalence defined in this manner. If *Ed* $\mathfrak{B}\mathfrak{D}$ is a thesis in a discursive system and if either $\mathfrak{B}$ or $\mathfrak{D}$ is a thesis, then the other side of the equivalence is a thesis, too." (Jaśkowski [1948] 1969: p. 150).

[22] Existen varios textos que analizan este sistema y lo desarrollan de acuerdo con parámetros más actuales, especialmente De Moraes 1977, Priest / Routley 1989: p. 44-50 y D'Ottaviano 1990: p. 106-109.

[23] "METHODOLOGICAL THEOREM 1. *Every thesis* $\mathfrak{T}$ *in the two-valued sentencial calculus* L_2, *which does not include constant symbols other than C, E, A, becomes a thesis* $\mathfrak{T}\mathfrak{d}$ *in the discursive sentencial calculus* D_2 *when in* $\mathfrak{T}$ *the impli-*

de deducir discursivamente la mayoría de las leyes o principios de la lógica clásica, «traducidos» discursivamente, e incluso se puede reintroducir la implicación material como otra conectiva definida a partir de la disyunción, como suele hacerse: ['Cpq = ANpq' o '$(p \rightarrow q) \leftrightarrow_{def.} (\neg p \vee q)$'], y a partir de ésta se puede definir la correspondiente equivalencia ordinaria. Sin embargo, para cumplir los presupuestos del sistema, el *modus ponens* sólo se puede aplicar a la implicación discursiva (*cf. ibid.* p. 153).

Ahora bien, como en el procedimiento anterior ni la conjunción ni la negación han sido redefinidos discursivamente, se obtiene un primer resultado sorprendente: tanto el principio de no contradicción ['NKpNp' o '$\neg(p \wedge \neg p)$'], como la forma originaria del Pseudo-Escoto, que Jaśkowski llama "ley conjuncional de sobre-completud" [*conjunctional law of over-completeness*] ['Cd KpNp q' o '$(p \wedge \neg p) \rightarrow_d q$'], resultan deducibles en el sistema (*cf. ibid.* p. 152). Dado que se está hablando de la «lógica de los sistemas contradictorios», sería de esperarse que ambas fueran excluidas; pero lo que sucede es que el lógico polaco distingue, como también lo había hecho Vasiliev, entre una aseveración que es en sí —o internamente— contradictoria, la cual sí produciría la sobre-completud o trivialización del sistema, y el caso en que dos aseveraciones independientes resulten contradictorias. En efecto, entre las fórmulas habituales del cálculo proposicional, la primera que Jaśkowski excluye es la que permite pasar de dos aseveraciones independientes a su conjunción ['Cd p Cd q Kpq' o '$p \rightarrow [q \rightarrow_d (p \wedge q)]$']. Por esto se dice que éste es uno de los primeros sistemas «no adjuntivos» o «no copulati-

---

cation symbols are replaced by Cd, and the equivalence symbols E are replaced by Ed. [...]

"METHODOLOGICAL THEOREM 2. *If $\mathfrak{T}$ is a thesis in the two-valued sentencial calculus* L_2 *and includes variables and at the most the functors A, K, N, then* 1) $\mathfrak{T}$, 2) *Cd N$\mathfrak{T}$q, are theses in* D_2." (Jaśkowski [1948] 1969: p. 151s).

vos»[24], en la medida en que no incluye la regla de adjunción o conjunción[25] (*cf.* D'Ottaviano 1990: p. 102). En efecto, éste es pues el primer sistema que, para evitar el fenómeno de la trivialización, apela a rechazar este principio; después vendrán otros, como veremos en el capítulo XI.

Por este camino se llega entonces a rechazar la otra formulación del Pseudo-Escoto, que —como sabemos— Jaśkowski ha llamado «ley implicacional de sobre-completud», que ahora quedaría formulada así: 'Cd p Cd Npq' o '$p\rightarrow_d(\neg p\rightarrow_d q)$'; rechazándose además la fórmula 'Cd p Cd NpNq' o '$p\rightarrow_d(\neg p\rightarrow_d \neg q)$', que vimos que se mantenía en el cálculo minimal con los operadores habituales ['$p\rightarrow(\neg p\rightarrow\neg q)$']; así mismo, se excluyen dos formulaciones que también podrían dar lugar a que el fenómeno de la trivialización se presentara por vías semejantes[26]. Con esto se evidencia que el sistema de Jaśkowski va mucho más allá que los otros sistemas en el sentido de evitar la trivialización.

Este sistema tiene otros dos puntos particulares destacables. Primero, aunque la equivalencia discursiva ['Ed pq' o '$p\leftrightarrow_d q$'] entraña la implicación partiendo de una u otra variable ['Cd pq' o 'Cd qp'] ['$p\rightarrow_d q$' o '$q\rightarrow_d p$'], acorde a la definición antes dada, no puede entrañar la conjunción de ambas opciones, o, lo que es lo mismo, no es deducible la fórmula: 'Cd Ed pq K Cd pq Cd qp' o '$(p\leftrightarrow_d q)\rightarrow_d[(p\rightarrow_d q)\wedge(q\rightarrow_d p)]$' (*cf. ibid.* p. 155). Y segundo, en

---

[24] Este segundo término en español es sugerido por Lorenzo Peña (1993 p. 91).

[25] Esta regla suele formularse así: $A, B \vdash A \wedge B$ (ver Copi 1981: p. 51; Kleene 1974: p. 97).

[26] Se rechaza explícitamente que la inconsistencia entre fórmulas moleculares permita deducir cualquier otra fórmula:
'Cd Cd p q Cd N Cd p q r' o '$(p\rightarrow_d q)\rightarrow_d[\neg(p\leftrightarrow_d q)\rightarrow_d r]$',
'Cd Ed p q Cd N Ed p q r' o '$(p\rightarrow_d q)\rightarrow_d[\neg(p\leftrightarrow_d q)\rightarrow_d r]$';
tampoco se puede dar esto a partir de múltiples antecedentes que resulten de aplicar sucesivamente la negación:
'Cd p Cd Np Cd NNp q' o '$p\rightarrow_d[\neg p\rightarrow_d(\neg\neg p\rightarrow_d q)]$' (*cf. ibid.* p. 154).
(esta fórmula era la que trivializaba el sistema de Stupecki, como antes se mencionó).

el sistema hay algunas formas de reducción al absurdo que sí son deducibles, como el axioma XI del sistema de Heyting —que hemos visto en el capítulo anterior— y que ahora se formularía así: 'Cd K Cd pq Cd pNq Np' o '$[(p\rightarrow_d q)\wedge(p\rightarrow_d \neg q)]\rightarrow_d \neg p$' (*cf. ibid.* p. 153); pero hay otras formulaciones que no son deducibles, como la del axioma de Kolmogorov que discursivamente se formularía: 'CdCdpqCdCdpNqNp' o '$(p\rightarrow_d q)\rightarrow_d[(p\rightarrow_d \neg q)\rightarrow_d \neg p]$' (*cf. ibid.* p. 157). Más adelante, al estudiar los sistemas de da Costa, se verá lo significativas que pueden resultar estas particularidades.

3. APLICACIÓN A LAS PARADOJAS

Al final de su artículo, como ejemplo de aplicación de su sistema, Jaśkowski propone estudiar las «antinomias» —otro nombre con el que también se designan las paradojas—. Plantea que ellas producen la trivialización de los sistema habituales de inferencia en virtud del teorema 'CEpNp q' ['$(p\leftrightarrow \neg p)\rightarrow q$'], que denomina para el efecto «ley equivalencial de sobre-completud» [*equivalential law of over-completeness*], o también a partir de la fórmula 'C C pNp C C Npp q' ['$(p\rightarrow \neg p)\rightarrow((\neg p\rightarrow p)\rightarrow q)$'], según la cual si un enunciado implica su propia negación y ésta a la vez lo implica a él, entonces, se puede deducir cualquier cosa. Ahora bien, aunque en la lógica discursiva la equivalencia 'Ed pNp' o '$p\leftrightarrow_d \neg p$' implica tanto *p* como *no-p*, si se asevera una equivalencia de este tipo en un sistema discursivo, esto no da lugar a que se pueda deducir cualquier otra fórmula *q*, ni tampoco la contradicción 'KpNp' ['$p\wedge \neg p$']; paralelamente, tampoco el caso en que una fórmula implique su negación y viceversa da pie a que se afirme cualquier otra proposición, o la conjunción de las dos proposiciones contradictorias. En suma, ninguna de estas situaciones antinómicas da lugar a la trivialización del sistema discursivo[27].

---

[27] Las fórmulas excluidas son (*cf. ibid.* p. 155):
Cd Ed p Np q $(p\leftrightarrow_d \neg p)\rightarrow_d q$

Propone entonces el lógico polaco analizar la paradoja del mentiroso que, como se sabe, en su versión más sencilla se trata de alguien que afirma: «lo que estoy diciendo ahora es falso», o simplemente: «miento». Esta afirmación, si es verdadera, implica que es falsa, y si es falsa, implica que es verdadera, lo que equivale a decir que es verdadera si y sólo si es falsa; en la lógica discursiva esta aseveración entraña —acorde a lo planteado antes— tanto que es falsa, como que es verdadera, pero nada distinto a esto. En consecuencia, si se aplica la estructura discursiva, la aseveración «miento» sigue siendo paradójica pero no lleva a la trivialización del sistema, en la forma en que habitualmente lo haría.

4. Observaciones finales y complementación del sistema discursivo

Jaśkowski concluye su análisis con una aclaración que para nosotros es muy diciente:

> Estas observaciones no prueban que exista un sistema que no sea sobre-completo y tal que la oración Z [la que afirma el mentiroso] pueda ser formulada en él. Si una prueba de esta índole se fuera a hacer, se tendría que definir un sistema formalizado de este tipo, y eso es una tarea distinta. (*Ibid.* p. 156 [trad.])[28].

Cd Ed p Np K p Np $(p \leftrightarrow_d \neg p) \rightarrow_d (p \wedge \neg p)$

Cd Cd p Np Cd Cd Np p q $(p \rightarrow_d \neg p) \rightarrow_d [(\neg p \rightarrow_d p) \rightarrow_d q]$

Cd Cd p Np Cd Cd Np p K p Np $(p \rightarrow_d \neg p) \rightarrow_d [(\neg p \rightarrow_d p) \rightarrow_d (p \wedge \neg p)]$

[28] "But in view of the rejection of the formulae (non D_2) 3 [«implicational law of over-completeness»], 5, 5a, 6, 6a [las cuatro citadas en la nota anterior] it is not evident that the theses 1) —5) [las distintas partes de «la antinomia del mentiroso»] should result in the over-completeness of the system in question, and it can be stated with certainty that the ordinary procedure resulting in over-completeness fails. These remarks do not prove that there exists a system which is not over-complete and such that the sentence 3 can be formulated in it. If such a proof were to be made, such a formalized system would have to be defined, and that is a separate task. Similar issues can be raised with reference to other antinomies, e.g., that of Russell." (Jaśkowski [1948] 1969: p. 156).

Es decir, el sistema desarrollado en este artículo solamente evita la forma en que usualmente se trivializan los sistemas a partir de las estructuras contradictorias contenidas en una paradoja, pero no garantiza que no se puedan dar otras formas de trivialización, como —por ejemplo— a través de alguna de las formas de reducción al absurdo que acepta el sistema.

En conclusión, el sistema planteado por Jaśkowski en este artículo no está suficientemente estructurado como para evitar cualquier forma de trivialización a partir de una contradicción, esto debido a que para el autor parece ser más importante dotarlo de un sentido «intuitivo» que eliminar con él totalmente el fenómeno de la sobre-completud —utilizando sus términos—. Por lo pronto, ha quedado abierta la posibilidad de radicalizar esa hipótesis, pues con este artículo apenas se ha iniciado su formalización; no pasaría mucho tiempo antes de que esto se lograra, pero esto ya no sería en Polonia, sino en Latinoamérica.

El segundo artículo (Jaśkowski 1949) es una nota complementaria en la que el lógico polaco propone definir una conjunción discursiva de la siguiente manera: 'Kd pq = K pPosq', en virtud de la cual la definición de equivalencia discursiva pierde la peculiaridad que antes veíamos que tenía, para equipararse a la definición usual: 'Edpq=KdCdpqCdqp' o '$(p\leftrightarrow_d q)=[(p\rightarrow_d q)\wedge_d(q\rightarrow_d p)]$'. Se hace entonces posible, también, «traducir» al sistema discursivo aquellos sistemas de cálculo proposicional clásicos con conjunción, reemplazándola por la recién estructurada «conjunción discursiva». Esto permite redefinir tanto el principio de no contradicción, como la ley conjuntiva de sobre-completud —una de las formas del principio del Pseudo-Escoto—, de manera tal que el primero seguiría valiendo, incluso con la conjunción discursiva, al paso que la segunda no valdría para ésta, pero sí para la conjunción normal (*cf.* Jaśkowski [1949] 1979: p. 304). Con esto el sistema discursivo se acerca un poco más al sentido intuitivo que podría tener lo que Jaśkowski llama «sistemas deductivos contradictorios», a pesar de que realmente esta expre-

sión no es para nada apropiada, aunque por ahora no conviene adelantarse, porque estas precisiones terminológicas se abordarán más adelante.

Para terminar, sólo resta agregar que Jaśkowski no hizo —hasta donde he podido tener noticia— mayores desarrollos posteriores de esta propuesta y que aparentemente en Polonia tampoco hubo mayores profundizaciones, hasta cuando L. Dubikajtis se encontró con Newton da Costa en Francia en 1967, lo que dio lugar a que se iniciara una serie de publicaciones conjuntas entre algunos lógicos polacos y da Costa[29]. Sólo a partir de entonces la lógica discursiva superó el nivel proposicional en que la dejó su creador, para pasar a articularse axiomático-deductivamente a nivel de predicados, tanto de primer orden como de órdenes superiores, así como en sistemas de deducción natural. Así ha ido surgiendo una serie de sistemas de lógica discursiva que han buscado desarrollar y profundizar la propuesta de Jaśkowski; de estos sistemas nos ocuparemos en el capítulo XI (sec. 2.2.4.1.).

---

[29] La primera publicación fue da Costa, N.C.A. / Dubikajtis, L.: "Sur la logique discursive de Jaśkowski" *Bulletin Acad. Polonaise des Sciences Math. Astr. et Phys.* vol.16 (1968) p. 551-557, en la cual se presenta la primera axiomatización del sistema de Jaśkowski; esto fue un año antes de que apareciera en *Studia Logica* la traducción al inglés del texto de Jaśkowski. Después, en la década de los setenta, aparece una serie de publicaciones: da Costa / D'Ottaviano 1970, da Costa 1975, de Moraes 1977, da Costa / Dubikajtis 1977, Kotas / da Costa 1977, Kotas / da Costa 1978, Kotas / da Costa 1979. Ahora bien, en cuanto a Polonia hay que aclarar que Jerzy Kotas se había ocupado antes de la obra de Jaśkowski, publicando al respecto por lo menos desde 1967 (*cf.* D'Ottaviano 1990: p. 148), y antes de su primer escrito con da Costa, Kotas publicó en 1975 un número especial de *Studia Logica* (vol. 34, no. 2) dedicado especialmente a los logros de Jaśkowski en lógica matemática. No obstante, en el libro polaco más importante de ese entonces sobre las lógicas no clásicas (Rasiowa 1974) ni siquiera se menciona el sistema discursivo.

Capítulo IX

LOS PRIMEROS TRABAJOS DE DA COSTA

1. PRIMERAS PUBLICACIONES

Al sur de Brasil, en la ciudad de Curitiba, capital del estado de Paraná, nació y se formó el creador de la lógica paraconsistente: Newton Carneiro Affonso da Costa; en esta ciudad también estudió la primera persona que secundaría esta propuesta: Ayda Ignez Arruda. Así pues, nuestro recorrido nos hace abandonar el hemisferio norte para pasar a estudiar lo que se comenzaba a hacer en un subcontinente donde hasta entonces no se habían hecho mayores aportes originales en lógica, de acuerdo con los parámetros académicos preponderantes.

De modo que nos ubicamos en Latinoamérica, en los años cincuenta, donde, para muchos, el trabajo filosófico riguroso tenía que ceñirse a estudiar a fondo la obra de los grandes filósofos de la cultura occidental.

En este contexto encontramos a un joven ingeniero, que estudiaba matemáticas y que además participaba en congresos de filosofía, participaciones que darían lugar a sus primeras publicaciones[1].

---

[1] "Sôbre a Teoria Lógica da Linguagem" (da Costa 1954), comunicación presentada en el Segundo Congreso Brasileño de Filosofía, celebrado en Curitiba en septiembre de 1953, en el que también participó en el comité organizador.

"A natureza dos juízos matemáticos" (da Costa 1954a), presentado al Congreso Internacional de Filosofía celebrado en São Paulo en agosto de 1954. Reseñado en Ribeiro 1959.

La primera publicación de Newton da Costa fue "Sobre la teoría lógica del lenguaje"[2], y la presenta así:

> En este trabajo ensayamos una sistematización de las investigaciones contemporáneas sobre el lenguaje, insistiendo, en especial, en las relaciones que, en nuestro entender, unen la teoría del lenguaje con la matemática y la filosofía de la ciencia. (da Costa 1954: p. 7 [trad.])[3].

El artículo comienza haciendo una exposición general del estado en ese entonces de la teoría del lenguaje. Para ello, da Costa sigue básicamente a Charles Morris y la utilización que éste hacía del término «semiótica», a partir de lo cual se plantea que ésta se divide en sintáctica, semántica y pragmática. La semiótica puede ser «pura», cuando se refiere a «lenguajes ideales» (es decir, a aquellos que han sido establecidos mediante reglas un tanto artificiales y que se desarrollan en un plano abstracto), o «aplicada», cuando estudia las lenguas comunes, incluido el aparato lingüístico de las distintas ciencias (*cf. ibid.* p. 13). Ahora bien, lo que más le interesaba a da Costa era el caso de la matemática, por lo cual pasa a estudiar qué proximidad tiene la matemática con la teoría del lenguaje. Presenta entonces, someramente, la posición de Hilbert, Russell, Brouwer y Zermelo, buscando mostrar que si se restringe la matemática al aspecto sintáctico-formalista, o incluso si se incorpora el aspecto semántico, el análisis resulta insuficiente ya que, a su parecer, la perspectiva pragmática aporta elementos que necesariamente deben estar presentes. Compendia, la problemática relacionada con la matemática pura, así:

> Estableciendo un grupo de axiomas y convenciones metalingüísticas (sintácticas, semánticas y pragmáticas), que definen un

---

[2] Los títulos de los artículos en portugués los traduciré al español; su nombre original está en la bibliografía; los títulos de los libros en portugués se mantendrán en su versión original.

[3] Recuérdese que no se transcribirá el original de los textos escritos en portugués, como se explicó en las aclaraciones previas.

> lenguaje objeto ideal, [hay que] investigar las consecuencias de tales suposiciones. (*Ibid.* p. 15 [trad.]).

Esto lleva a la conclusión de que la matemática pura y la semiótica pura no son diferenciables, en cuanto perspectivas de estudio, y con esto, considera da Costa, se supera la discusión de si una «matemática» es más válida que otra —como fue la polémica que planteó el intuicionismo frente a la matemática clásica—, ya que ambas resultan igualmente válidas desde un punto de vista «matemático puro» (*cf. ibid.*).

Por el otro lado, la semiótica aplicada se subdividiría en «teoría de la ciencia» y «lingüística tradicional». Y, en general, la semiótica tendría como correlato la «metasemiótica», que según esto se identificaría con la filosofía analítica del lenguaje; ambas constituirían la «teoría del lenguaje» (*cf. ibid.* p. 17).

Ésta es, pues, la primera presentación[4] que da Costa hace de sus ideas, las cuales, si bien se irán afinando mucho más, se mantendrán en sus lineamientos generales. Resulta especialmente destacable el afán que se muestra en este texto de ubicar la reflexión sobre la matemática en un contexto más amplio, en el que se incluyan las distintas formas del quehacer científico y racional.

En 1955 y 1956, Newton C.A. da Costa se gradúa en matemáticas[5], y comienza a publicar varios artículos en el *Anuario da Sociedade Paranaense de Matemática.* En ellos se ocupa, por un lado, de ciertos problemas particulares en algunos teoremas matemáticos (*cf.* da Costa 1955; 1956a; 1956b) y, por otro, hace presentaciones de carácter expositivo sobre las tres escuelas de

---

[4] Este mismo texto fue nuevamente publicado como da Costa 1958b, elaborando mejor ciertos puntos y haciéndole algunas precisiones, en especial en los pies de página y la bibliografía (ver Ribeiro 1959), y luego sería incluido, con otras modificaciones, aunque no substanciales, en su libro *Introdução aos fundamentos da Matemática* (da Costa 1962), libro que fue reeditado en 1977 y 1992.

[5] Primero en el «*Bacherelado*» y luego en la «*Licenciatura*».

fundamentación de las matemáticas (*cf.* da Costa 1956c)[6]; además, escribió un pequeño libro sobre el Círculo de Viena (da Costa 1956d). También dicta conjuntamente un seminario sobre «matemáticas modernas», del cual se extraen unas notas, de las que se publicaría la parte introductoria (da Costa / Cardoso 1956).

Durante ese mismo año aparece otro artículo (da Costa 1956), en el cual trata con más profundidad ciertos puntos de su primer escrito, para mostrar la insuficiencia de la aproximación sintáctica y semántica a la matemática, y la necesidad de incluir también temas pragmáticos; el autor considera que sólo si se incorporan estos tres aspectos, se puede decir que se cuenta con las herramientas de análisis suficientes para englobar el trabajo matemático (*cf. ibid.* p. 384s)[7].

---

[6] Este texto concluye con un párrafo que es interesante:

"O problema do contacto entre as disciplinas matemáticas e a realidade depende da experiência e, dêste modo, não faz parte, pròpiamente, da filosofia da matemática, incluindo-se melhor no rol dos temas da filosofia das ciências naturais. O sentido atribuível a determinada teoria deductiva, no contexto das ciências da natureza varia, entre amplos limites, segundo critérios experimentais, sendo, pois, um «sentido a posteriori». Parafraseando Einstein, podemos sustentar que NA MEDIDA EM QUE AS PROPOSIÇÕES MATEMÁTICAS SE REFEREM À REALIDADE, NÃO SÃO CERTAS, E, NA MEDIDA EM QUE SÃO CERTAS, NÃO SE REFEREN À REALIDADE." (da Costa 1956c: p. 27) [mayúsculas del original].

[7] "Em síntese, defendemos a tese que uma teoria conveniente da matemática deve começar reconhecendo a impotência das concepções sintáctica e semântica, para explicar e justificar a diretriz da perquisição matemática. Concepção apropiada da matemática só pode ser concepção pragmática.[...]

Pensamos ter probado a necessidade de uma conce[p]ção pragmática das ciências matemáticas. E um dos corolários dessa necessidade é o siguinte: a filosofia da matemática, quando se deixam à margem pseudo-problemas e se procura estudiar positivamente as disciplinas deductivas, engloba temas sintácticos, semânticos e pragmáticos, e não requer ou implica tópicos de natureza diferente." (da Costa 1956: p. 384s).

En 1957, da Costa publica dos artículos: uno hecho en coautoría (da Costa/Barsotti 1957)[8], en el que se exponen en general los resultados más importantes obtenidos hasta entonces por Gödel, y otro cuyo título traducido al español sería "Consideraciones sobre el cálculo de Heyting" (da Costa 1957, complementado en 1958d y corregido en 1960a). Este último texto se entronca directamente con lo que hemos estudiado hasta este punto. En efecto, en él se propone hacer una reinterpretación del cálculo intuicionista —tratado hace dos capítulos—, que intenta interpretarlo no sólo limitándose a las «construcciones realmente efectuadas», sino hasta incluir «suposiciones» respecto a determinado sistema que luego se tratarían de justificar constructivamente (*cf.* da Costa 1957: p. 42). Estas suposiciones tendrían sentido en la medida en que es posible reconocer en qué condiciones determinada construcción sería apropiada o no a dicha suposición, si bien esa «construcción» puede que nunca de hecho vaya a realizarse (*cf.* da Costa 1958d: p. 10). Esto es importante en la medida en que en los sistemas matemáticos no sólo interesa examinar las propiedades que efectivamente poseen, sino también determinar qué propiedades no pueden tener, porque conducirían a un absurdo (*cf.* da Costa 1957: p. 43). Propone entonces da Costa un «cálculo intuicionista suposicional», que a su parecer no se separa mucho del sentido «proposicional» que normalmente tenía para Brouwer y Heyting. A donde quiere llevar este análisis es a proponer que se interprete la propuesta de Heyting como este cálculo suposicional, en tanto en él no valdría el principio del tercero excluido, quedando abierto el camino a un «cálculo intuicionista proposicional», que sería formalmente equiparable al cálculo proposicional clásico. En este cálculo propuesto se daría el salto de las suposiciones a las proposiciones en virtud de entender que las «proposiciones» contienen o una su-

[8] Este artículo será modificado y publicado nuevamente en da Costa 1959b, situación que se aclara en una nota introductoria de este texto (*cf.* da Costa 1959b: p. 310).

posición verdadera, en el sentido de que es posible lo que ella supone, o contienen una absurda (*cf. ibid.* p. 45s), de modo que entre las dos opciones sí valdría el tercero excluido.

Lo que más nos interesa en este desarrollo es que, al tratar la definición de la implicación, da Costa menciona la polémica —que vimos en el capítulo VII— sobre si ella se debía entender en sentido amplio, como proponía Heyting, o en sentido restringido, como sostenía la lógica intuicionista minimal. En este contexto, se refiere por primera vez a la forma implicativa del Pseudo Escoto[9], y a su exclusión como axioma del sistema de Heyting por parte de Johansson (*cf. ibid.* p. 45). Ese apartado, aunque no dice nada respecto a las implicaciones que esto tiene para la trivialización a partir de una contradicción, constituye la primera aparición en escena de lo que de aquí en adelante tanto preocupará al lógico brasileño.

Para llegar de plano a la problemática, tenemos que pasar al siguiente año, cuando publicó un breve texto llamado "Nota sobre el concepto de contradicción" (da Costa 1958). Este artículo comienza llamando la atención sobre el hecho de que en los fundamentos de la matemática la «idea de la contradicción» desempeña un papel importante, pues "usualmente se cree que la propiedad básica de una teoría matemática consiste en su consistencia o compatibilidad" (*ibid.* p. 6), hasta el punto que Hilbert habría creado la «metamatemática» con la finalidad de probar la consistencia de las teorías matemáticas. Agrega da Costa que, en términos formalistas, «existencia» puede entenderse como «compatibilidad» y que, en general, "el descubrimiento de una

[9] "Outra interpretação, mais amplia, de $p \rightarrow q$, obtém-se procedendo assim: quando p for absurda, torna-se possível ampliar o significado de $p \rightarrow q$, considerando a construção apropiada associada a $\neg p$, mais a construção apropiada a p (que não pode existir de modo algum, em decorrência da hipótese de se ter $\vdash \neg p$), como constituindo uma construção apropriada para q." (da Costa 1957: p. 44). Este párrafo lo cierra una nota de pie de página que hace referencia al texto en que Heyting se refiere a este punto en su libro *Introducción al intuicionismo*, texto que vimos en el capítulo VIII, sec. 4.

contradicción en cualquier disciplina deductiva constituye un vicio que la invalida, según la opinión de la mayoría de los especialistas." (*Ibid.* [trad.])

Frente a esta situación, da Costa, entonces estudiante de doctorado, propone analizar mejor por qué se dice que la presencia de una contradicción invalida completamente una teoría. A su parecer, hay dos tipos de razones por las cuales se excluyen de plano las teorías inconsistentes: las razones «de orden técnico», y las de «naturaleza filosófica». Las primeras las expone así:

> En relación con las de orden técnico, basta recordar que la presencia de [una] contradicción en una teoría la convierte en trivial. En efecto, empleándose los principios de la lógica simbólica tradicional, pruébase fácilmente que, si en determinada teoría fueran demostrables tanto una proposición p, como su negación, ¬ p, entonces cualquier proposición de la teoría puede ser demostrada. Por consiguiente, no habrá distinción entre proposiciones demostrables y no demostrables en la teoría, pues todos los enunciados sintácticamente correctos serán «verdaderos». La teoría no tendrá, por tanto, ningún interés. (*Ibid.* [trad.]).

Estamos pues, aunque da Costa no hace ninguna precisión con respecto a su origen, ante el argumento que presentó Hilbert en 1928, como vimos en el capítulo IV, pero ahora formulado de una manera muy semejante a la de Łukasiewicz en 1929; argumento que —como se señaló en su momento— después de la demostración de Lewis se había convertido en un «lugar común» y que se solía presentar sin mayores disquisiciones en los libros de lógica.

A continuación, así presenta las segundas razones:

> En cuanto a los argumentos de índole filosófica, ellos se apoyan en motivos de carácter lógico, de un modo general. En virtud del clásico principio de [no] contradicción, una proposición y su negación no pueden ser verdaderas al mismo tiempo; debido a esto, no es posible que una teoría válida desde el punto de vista filosófico (o lógico), incluya contradicciones internas. Suponer

> lo contrario, constituiría, aparentemente, un error filosófico. (*Ibid.* p. 6s [trad.]).

Como se ve, ya desde esta primera manifestación sobre el tema, Newton da Costa tiene claro cómo suelen vincularse los argumentos filosóficos en contra de la contradicción con razones de tipo lógico, como se ha venido señalando. Y esta claridad será una guía fundamental de lo que de aquí en adelante hará en lógica, pues en su perspectiva estarán presentes las implicaciones filosóficas de sus investigaciones.

El autor brasileño pasa, entonces, a hacer una pequeña reseña de sus planteamientos anteriores con respecto a la matemática y a las tres perspectivas de aproximación posibles, para mostrar que, en virtud de los criterios sintáctico-semánticos, "la elección de los postulados que definen y estructuran las disciplinas deductivas es completamente libre" (*ibid.* [trad.]) porque desde el punto de vista sintáctico-semántico, lo importante no son los presupuestos, sino las afirmaciones acerca de si, a partir de dichos postulados, es posible derivar determinadas consecuencias. De esto da Costa extrae la siguiente consecuencia:

> De manera inmediata, se sigue que, sintáctica o semánticamente, un lenguaje objeto en que aparezcan contradicciones no puede ser excluido a priori. En este caso —es claro— no será conveniente utilizar, en la estructuración del lenguaje en consideración, el cálculo lógico tradicional, pues como ya notamos, esto lo transformaría en una banalidad, en algo desprovisto de toda importancia matemática. Sin embargo, si cambiamos de manera apropiada las reglas «lógicas» a utilizarse, nada lo diferenciaría —en esencia— de las teorías consistentes. (*Ibid.* p. 7s [trad.]).

Este es un texto fundamental, y antes que nada, es importante resaltar que para esta época da Costa no tenía noticia de los planteamientos de Jaśkowski[10], por lo que aquí está planteando

[10] De acuerdo con lo que el mismo profesor Newton da Costa afirma, y que corrobora la profesora Arruda (*cf.* Arruda 1989: p. 106).

una hipótesis original, que no la había visto desarrollada en ninguna parte. Esta hipótesis sería el germen de su teoría de los «sistemas formales inconsistentes», teoría que después Miró Quesada bautizará «lógica paraconsistente», como veremos en el capítulo XI, sec. 2.1.

La idea es sencilla: si la lógica subyacente es la clásica o la intuicionista, al presentarse una contradicción en una teoría, ésta se trivializa; entonces, ¿por qué no cambiar la lógica para que esto no suceda? Otra cosa es cómo se hace esto, y qué es lo que se debe cambiar en la lógica para evitar este fenómeno —y de ahí la pluralidad de «opciones paraconsistentes»—. El criterio general es el mismo que tuvieron Vasiliev y Jaśkowski: si la «lógica» no soporta contradicciones, entonces, ¿por qué no, en vez de excluir toda contradicción, se opta más bien por cambiar la «lógica»?

En seguida, agrega da Costa que la perspectiva pragmática, como la ha presentado en los artículos anteriores, tampoco lleva a rechazar de plano las teorías inconsistentes por el simple hecho de ser tales; especialmente si se tiene que tener en cuenta que:

> La consistencia y la inconsistencia son propiedades metateoréticas de los sistemas deductivos y, para el estudioso de los fundamentos de la matemática, hay teorías consistentes e inconsistentes, como —por ejemplo— para el antropólogo, hay hombres blancos y hombres de color. (*Ibid.* p. 8 [trad.]).

El lógico brasileño concluye aseverando que aún falta averiguar la relevancia que pueden tener las teorías inconsistentes desde el punto de vista técnico, algo que espera hacer en el futuro, pero que por ahora lo importante es dejarlas —a nivel sintáctico y semántico— en pie de igualdad con las teorías consistentes (*cf. ibid.*).

En 1959 se gradúa como Doctor en Matemática, con una tesis (da Costa 1959) de carácter básicamente expositivo, de acuerdo con sus propias palabras (*cf.* da Costa 1993: p. 23). En este año aparecen las primeras reseñas de sus escritos en *The Journal of*

Symbolic Logic, hechas por un profesor de la Universidad de Nebraska (Ribeiro 1959 y 1959a). Además, publica otro pequeño texto, también importante, llamado "Observaciones sobre el concepto de existencia en matemática" (da Costa 1959a). En él parte observando que para Hilbert la «existencia» en matemáticas es equivalente a la «ausencia de contradicciones», mientras que para Brouwer y los intuicionistas «existir» en matemática no es diferente a «construido por la inteligencia humana». Ahora bien, siguiendo lo antes planteado, desde el punto de vista sintáctico-semántico no se puede descartar de plano ningún sistema matemático, siempre que "no sea trivial, pues entonces, estaría privado de interés para el investigador." (*Ibid.* p. 17 [trad.]). Por lo tanto, si bien todavía no entra en consideraciones pragmáticas, da Costa considera que «existencia» en las disciplinas deductivas "significa ausencia de trivialidad" (*ibid.* [trad.]).

Propone entonces algo paralelo a lo que Carnap había hecho al plantear su «principio de tolerancia», en virtud del cual, antes que hacer prohibiciones, lo que había que hacer era articular convenciones (el lógico austriaco consideraba que en lógica no hay moral, sino que todos tienen libertad para estructurar su propia lógica, siempre y cuando se sea explícito con relación a los métodos empleados y se sigan reglas sintácticas claras[11]). De manera semejante, da Costa propone el «principio de tolerancia en matemática», en los siguientes términos:

> Desde el punto de vista sintáctico-semántico, toda teoría es admisible, desde que no sea trivial. En sentido amplio, existe, en matemática, lo que no sea trivial. (*Ibid.* p. 18 [trad.]).

Este es el parámetro que va a seguir Newton da Costa en sus investigaciones de aquí en adelante. Es un criterio libertario que, a pesar de su sencillez, tiene profundas implicaciones en el ámbito de las disciplinas deductivas. En este texto, «trivial» ha de

[11] Ver Carnap, Rudolf: *The Logical Syntax of Language* (s.l.: Routledge & Kegan Paul, 1949) p. 51s. Citado por da Costa.

entenderse aun en sentido intuitivo y no en el sentido «técnico» con que se usará después.

Al año siguiente, aparece la primera publicación de da Costa fuera de Brasil, que fue en español; en ella busca presentar su posición con respecto a la investigación filosófica, bajo el título de "Conceptualización de la filosofía científica" (da Costa 1960). De entrada, afirma que es posible clasificar los problemas filosóficos en dos tipos: los de carácter «científico» y los de carácter «especulativo», división que se da, no tanto por el contenido de las cuestiones, sino por el método que se utiliza para estudiarlas y resolverlas (en la medida en que se pueda). Se propone, entonces, definir así una «postura científica en filosofía» a partir de tres rasgos característicos: primero, al tratar de resolver los problemas, el investigador "adopta una actitud de trabajo idéntica a la del científico, en sentido estricto" (*ibid.* p. 363); sólo habría diferencia en cuanto a la generalidad del campo estudiado, pero, de todos modos, en filosofía científica los resultados han de alcanzarse en etapas sucesivas, siempre tienen que ser susceptibles de reconsideración, y nunca habrá una verdad definitiva y completa. Segundo: todo conocimiento positivo pertenece a las ciencias particulares, de manera tal que la filosofía científica se limitaría a utilizar el análisis como método de trabajo, cuyo resultado sería una serie de esclarecimientos en cada espacio de trabajo; es decir, sirve para aclarar ciertas situaciones confusas. Tercero: "En su labor cotidiana, el filósofo-científico debe adoptar una postura de independencia completa en lo tocante a las relaciones entre sus indagaciones y la política, la religión, la filosofía especulativa, u otra forma cualquiera de las actividades humanas, con excepción de la Ciencia." (*Ibid.* p. 364). De modo que la filosofía científica tendría una parte constructiva, por los lados de la teoría de la ciencia, encuadrada en la semiótica —como había expuesto antes—, y otra parte no constructiva, es decir, la parte analítica.

Es pues una toma de posición con respecto al tipo de quehacer filosófico que quiere realizar da Costa, posición que sigue los lineamientos del positivismo lógico, y más en particular de Reichenbach[12], junto con ciertos planteamientos de Russell[13]. Como ejemplos de resultados conseguidos por la filosofía científica, da Costa presenta la teoría de las descripciones de Russell, los trabajos sobre el concepto de verdad de Tarski, y las investigaciones sobre probabilidad de Carnap.

Ahora bien, da Costa no afirma que se pueda probar que la «filosofía especulativa» carezca de sentido, sino que simplemente es una aproximación diferente, lo que lleva a que sus asuntos no son «científicos» en el sentido habitual del término. Serían dos formas de «racionalidad», y a da Costa sólo le interesa desarrollar la «científica», con independencia de la «especulativa» (*cf. ibid.* p.366). Esta postura ha sido una constante en la obra de da Costa, pero hay que señalar que nunca ha sido tan radical como para hacer desaparecer en él el interés por ciertos planteamientos que suelen tildarse de «especulativos», tales como la dialéctica hegeliana y la teoría psicoanalítica.

En 1962, publica el primer libro de cierta envergadura: *Introdução aos Fundamentos da Matemática* (da Costa 1962), resultado de hacerle ciertas modificaciones a varios de los artículos expositivos antes publicados[14], con miras a dar un curso en Porto Alegre. En este libro, el autor intenta hacer «filosofía científica de la matemática», y estudia las tres grandes escuelas de fundamentación de la matemática: logicismo —en relación con el cual presenta las paradojas de principios de siglo—, intuicionismo —comenzando por el finitismo de Kronecker— y formalismo

---

[12] Ver Reichenbach, Hans: *The Rise of Scientific Philosophy* (Berkley: University of California Press, 1951). Traducción: *La filosofía científica* (México: Fondo de Cultura Económica, 1953, 2a. ed. 1967).

[13] Ver Russell, Bertrand: *Our knowledge of the external world –as a field for scientific method in philosophy* (s.l.: G.Allen & Unwin, s.f.). Citado en da Costa 1962, 1992: p. 90.

[14] da Costa 1956; 1957a; 1958b; 1959b.

—complementado con la explicación de los resultados de Gödel—. Luego de exponer cada corriente, hace una pequeña crítica; en el último capítulo presenta su interpretación «lingüística» de la matemática, que ha venido desarrollando desde 1954. Es un libro muy bien estructurado, pero en el que no nos detendremos, porque no menciona nada nuevo con relación al tema que nos interesa.

Ahora bien, es importante mencionar que este libro es reseñado[15] ese mismo año en la *Revista Brasileira de Filosofia*, y ahí su autor, L.W. Vita, habla del «grupo de Curitiba», que presenta liderado por el profesor Newton C.A. da Costa. Éste parece ser el bautizo de un grupo que venía trabajando desde hacía algún tiempo, y que hasta entonces no había sido mencionado especialmente, pero que, sin embargo, sería determinante, de ahí en adelante, en el desarrollo de la lógica paraconsistente, e incluso a nivel más general, pues como diría da Costa años después: "En cierto sentido, el origen de la investigación en lógica en Brasil puede remontarse a las actividades de este grupo." (da Costa / De Alcântara 1988: p. 3 [trad.]). Entre los miembros de este grupo se destacaría, para nuestros efectos, Ayda Ignez Arruda, una joven matemática que, habiendo estudiado en la Universidad Católica del Paraná, comenzaba su carrera como profesora en esta universidad y paralelamente hacía su doctorado en la Universidad Federal del Paraná, bajo la orientación del profesor Newton da Costa. Fue así como se estableció el vínculo profesional, aludido al principio de este capítulo, que produciría importantes resultados a nivel de investigación original en lógica.

El año de 1962 termina con las publicación de dos reseñas, hechas por da Costa (1962e; 1962f), de libros que resultan aquí determinantes: *Introduction to Metamathematics* de Kleene[16] y la

---

[15] Vita, Luis Washington: "Resena de da Costa 1962", *Revista Brasileira de Filosofia* vol. XII, fasc. 48 (1962) p. 549-550.

[16] Da Costa reseña la segunda edición en ingles de este libro de 1952, que es aparentemente la traducida en Kleene 1974.

versión en español del libro de Hilbert y Ackermann: *Elementos de lógica teórica*. El primer libro fue determinante en el trabajo de da Costa; de hecho, lo presenta como «un clásico del género», y se constituyó en eje de referencia para lo que en ese entonces estaba trabajando y que publicaría el siguiente año, como veremos en breve. Es claro que estudió este libro con mucho detalle, lo que le permitió hacerle correcciones relacionadas con lo que entonces estaba investigando[17].

Con respecto al segundo libro, ya sabemos de toda la importancia que ha tenido en relación con el problema de las contradicciones y la trivialización. En este punto puede ser relevante aclarar que da Costa reseñó la cuarta edición alemana, en su traducción al español[18]. Esta edición, hecha dieciséis años después de la muerte de Hilbert, tiene un prólogo de Ackermann, en el que comienza aclarando que "se ha refundido el texto a fondo" (Hilbert/Ackermann 1959: p.v, trad. 1962: p. 9), y luego explica cuáles fueron las principales modificaciones que se hicieron con respecto al contenido. Ahí no se menciona directamente el aspecto que nos interesa, pero en el texto, que antes estudiamos, sí aparecen modificaciones importantes[19]: se suprimió el apartado

---

[17] Lo que le corrige es que, según Kleene, si a sus esquemas de axiomas se le quita uno, el de la eliminación de la doble negación ('$\neg\neg A \rightarrow A$'), entonces se obtiene un sistema intuicionista, que a su vez volvería a ser clásico si se le agrega el principio del tercero excluido ('$A \vee \neg A$'), pues entonces —afirma Kleene— también se podría deducir la eliminación de la doble negación (ver Kleene 1974: p. 117). Esto es impreciso, aclara da Costa, porque para que ello suceda también se necesita agregarle otro axioma: '$\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$' (*cf.* da Costa 1962e: p. 409). Y con esto ya nos movemos en terrenos que nos son familiares; pero es conveniente no adelantarse a lo que veremos en breve.

[18] Hilbert, D. / Ackermann, W.: *Elementos de lógica teórica* (Madrid: Tecnos, 1962), traducción de Víctor Sánchez de Zavala.

[19] He cotejado cuatro (1a., 2a., 4a. y 6a.) de las seis ediciones alemanas hasta 1972. En la segunda edición no hay cambios en el texto que fue citado en el cap. IV, sec. 6, ni tampoco en la presentación de la prueba de consistencia del cálculo de predicados, aunque sí hay algunas modificaciones en el procedimiento de prueba (*cf.* Hilbert / Ackermann 1938: p. 71). En cambio, en la cuarta edición aparecen las modificaciones que aquí nos interesan (*cf.* Hilbert /

sobre "la no contradictoriedad del sistema de axiomas" —que estudiamos en el capítulo IV, sec. 5—, pasando parte de su contenido al capítulo del libro que trata el cálculo restringido de predicados, concretamente al apartado "la no contradictoriedad, la consistencia y la independencia del sistema axiomático" (cap. 3, § 8). Ahí se vuelve a presentar el problema del «sin sentido» que acarrearía la presencia de una contradicción, en los siguientes términos:

> Para poder acometer la cuestión de la compatibilidad [*Widerspruchsfreiheit*] hemos de dar previamente una definición de incompatibilidad (lit. *contradicción*); se entiende usualmente por ella que es posible deducir dos expresiones $\mathfrak{A}$ y $\neg\mathfrak{A}$: realmente, tal cosa sería funesta, pues como $A\rightarrow(\neg A\rightarrow B)$ es una fórmula deducible, también lo es $\mathfrak{A}\rightarrow(\neg\mathfrak{A}\rightarrow\mathfrak{B})$[20], en que $\mathfrak{B}$ es una expresión cualquiera, y aplicando dos veces la regla de separación obtendríamos también la fórmula arbitraria $\mathfrak{B}$ como fórmula deducible; esto significa que todo el cálculo quedaría condenado a la falta de sentido, puesto que sería posible deducir en él todas las expresiones. (Hilbert / Ackermann 1959: p. 99, trad. 1962: p. 116).

Ésta es pues la presentación más «contemporánea» del problema de la trivialización en el libro de Hilbert y Ackermann, aunque como se ve, es muy semejante a la de 1928. En todo caso, éste es el texto que se manejaba cuando surgió la lógica paraconsistente.

Ackermann 1959: p. 98ss, trad. 1962: p. 116). Existe la posibilidad de que en la tercera edición de 1949 -que no he podido cotejar- hubiera alguna modificación, pero por lo que se dice en el prólogo de la cuarta edición, todo parece indicar que fue sólo en ésta que Ackermann hizo cambios relevantes, y Hilbert ya había muerto para la tercera edición. En la sexta edición no se ve ningún cambio con respecto a la cuarta (de hecho, mantiene el prólogo de la cuarta, sin agregarle otro, así como todas las subdivisiones del libro, y la paginación; lo mismo ocurre con respecto a las traducciones al español).

[20] A y B son variables proposicionales; $\mathfrak{A}$ y $\mathfrak{B}$ son «expresiones» o «formas proposicionales», que normalmente se presentan como «funciones proposicionales» (*cf.* Hilbert 1959: p. 9, trad. 1962: p. 19).

2. «SISTEMAS FORMALES INCONSISTENTES»

A principios de 1963, el profesor Newton C.A. da Costa dicta un seminario en Rio de Janeiro en el que discute ciertas resultados en los que había venido trabajando desde hacía algún tiempo. De ahí surge la publicación de lo que sería su tesis de promoción en la Universidad del Paraná. Éste es el texto que inicia lo que después se conocerá como «lógica paraconsistente»; su título original era *Sistemas Formais Inconsistentes* (da Costa 1963).

Consta de una introducción, cinco capítulos y una sección de conclusiones. La introducción, que —como es habitual— fue escrita al concluir la obra, comienza así:

> La idea central del presente trabajo consiste, grosso modo, en lo siguiente: un sistema deductivo formalizado que tenga por base la lógica elemental clásica (o la lógica intuicionista, o varias formas de lógicas polivalentes,...), si fuere inconsistente, es trivial en el sentido en que todas sus proposiciones son demostrables; luego, así planteado, no presenta especial interés matemático. Con todo, por diversos motivos, como, por ejemplo, para hacer análisis comparativos con sistemas consistentes, y para la valoración apropiada, desde el punto de vista matemático, de los diversos principios en juego, se vuelve importante estudiar, de manera *directa*, los sistemas inconsistentes. Pero para tal cosa es imprescindible estructurar nuevos tipos de lógica elemental, con auxilio de los cuales se puedan manipular tales sistemas.(da Costa 1963, 1993: p. 3 [trad.]).

A continuación, señala que los objetivos de la investigación son dos: elaborar nuevas «categorías de lógica elemental» que permitan examinar directamente «sistemas inconsistentes» y aplicar dichas categorías a las «estructuras deductivas inconsistentes» (*cf. ibid.*). Decide entonces da Costa elaborar sistemas de cálculo proposicional, cálculo de predicados (restringidos) y cálculo de predicados con identidad, para luego aplicárselos a las axiomatizaciones de teoría de conjuntos que den lugar a inconsistencias.

La introducción pasa entonces a resumir los distintos capítulos. Y, al final, afirma que el origen de estas las investigaciones está en sus otros trabajos y que, hasta donde sabe, poco se ha hecho al respecto, con excepción del texto de Jaśkowski[21] que estudiamos, y un texto de Nelson[22].

---

[21] A este respecto, tómese en cuenta que, como se afirmó antes, da Costa no conocía con anterioridad la propuesta de Jaśkowski; sólo llegó a enterarse de ella cuando estaba concluyendo esta obra (*cf.* Arruda 1989: p. 106) y, aparentemente, sólo lo conoció a través de la reseña de Mostowski (1949).

[22] Se trata de Nelson 1959, que es un artículo se ocupa especialmente de la relación entre la negación y el concepto de constructibilidad, con la propuesta intuicionista como referente. Comienza mostrando que puede ser ambiguo hablar de que en una situación dada no se ha observado una propiedad, porque esto puede deberse a que de hecho no se presente esa propiedad en el objeto observado, por lo que sería falsa la afirmación en sentido contrario, o porque haya alguna deficiencia por parte del observador. Esto lo lleva a afirmar: "In view of this ambiguity, it might be maintained that every significant observation must be an observation of some property, and further that the absence of a property *P* if it may be established empirically at all, must be established by the observation of (another) property *N* which is taken as a token for the absence of *P*." (Nelson 1959: p. 208).

Esto da lugar a que se señalen problemas como los que han mostrado las críticas de Brouwer con respecto al principio del tercero excluido; de manera semejante —considera Nelson—, se pueden presentar situaciones conflictivas en relación al principio de no contradicción en la medida en que se ha asumido que las propiedades N y P no pueden suceder al mismo tiempo, pero esto a veces no resulta del todo cierto, como lo ha mostrado el surgimiento de ciertas contradicciones, como por ejemplo la que surge en virtud del conjunto de Russell. Esto lleva a este autor a afirmar: "In both the intuitionistic and classical logic all contradictions are equivalent. This makes it impossible to consider such entities at all in mathematics. It is not clear to me that such a radical position regarding contradiction is necessary. I feel that it may be possible to conceive a logic which does more justice to the uncertainty of the empirical situation insofar as negation is concerned." (Nelson 1959: p. 209)

Secundando esta posibilidad, Nelson llama la atención sobre un sistema que él antes había desarrollado, y que había presentado como un sistema de «negación fuerte» [*strong negation*], y muestra que en él, para este nuevo operador de negación, no vale el principio de no contradicción pero sí el Pseudo-Escoto —aunque no lo denomina así—. Y luego propone un nuevo sistema aritmético en el cual no vale aquello de que a partir de una contradicción se puede deducir cualquier proposición. Y hace referencia a Jaśkowski.

En el comienzo del capítulo primero, se vuelve a hacer referencia a la propuesta de Jaśkowski, pero para afirmar que el sistema que se va a proponer es bastante diferente. Además, se especifica que el libro de Kleene *Introducción a la metamatemática* será el referente principal en cuanto a notación y terminología. Aclarado eso, ya se puede entrar en materia.

2.1. Sistemas de cálculo proposicional

2.1.1. Cálculo proposicional C_1

Lo primero que propone da Costa es un sistema de cálculo proposicional, que denomina C_1, que tiene conectivas semejantes a las clásicas: negación ($\neg$), conjunción ($\&$), disyunción ($\vee$), implicación ($\supset$) y equivalencia ($\sim$), y además busca tener el máximo de esquemas y reglas de deducción del cálculo clásico, siempre que se satisfagan dos condiciones:

> I.— En C_1 no debe ser válido, en general, el principio de la no contradicción.

No se había mencionado antes esta propuesta porque no parece haber tenido mayor importancia en el desarrollo de la lógica paraconsistente, y sólo se hace referencia a ella en estos primeros años, apenas como otra propuesta en el mismo sentido. Es posible que su poca influencia se haya debido a la orientación que le dio el autor, pues la presenta sólo como una exploración de los alcances de la formalización matemática. De hecho, el artículo termina con estos dos párrafos:

"The system has been constructed, of course, to show that the logical operations may be interpreted in such a way that a mathematical system for arithmetic may be inconsistent without being overcomplete.

Does the system have any practical interest? I should not want to claim much in this direction; however, the system might be of some interest to a mathematician who cannot make up his mind as to whether there are infinite number of natural numbers or not. I hope that the generalization of the truth concept and the predicate calculus may have some further interest." (Nelson 1959: p. 224).

No he encontrado ningún desarrollo ulterior de esta propuesta, ni ninguna mención al respecto; de hecho, en el *Philosopher's Index* (hasta 1992) no aparece vinculado el nombre de D. Nelson con ningún texto que esté catalogado bajo los términos «contradicción», «paraconsistencia» o semejantes.

> II.— De dos proposiciones contradictorias no debe ser generalmente posible deducir cualquier proposición (*Ibid.* p. 7s [trad.]).

Este sistema se basa en la lógica positiva de Hilbert y Bernays —que vimos en el capítulo VII, sec. 4—, aunque con algunas diferencias en los axiomas, que aquí son 8 más el *modus ponens*, como sigue (*cf.* da Costa 1963, 1993: p. 8):

1) $A \supset (B \supset A)$
2) $(A \supset B) \supset ((A \supset (B \supset C)) \supset (A \supset C))$
3) $A \supset (B \supset A \,\&\, B)$
4) $A \,\&\, B \supset A$
5) $A \,\&\, B \supset B$
6) $A \supset A \vee B$
7) $B \supset A \vee B$
8) $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset (A \vee B \supset C))$
9) $A , A \supset B / B$

Este sistema «positivo» es paralelo a otros sistemas de lógica positiva que hemos tratado, tales como los conformados por los axiomas implicativos de Hilbert de 1923 y por los primeros nueve axiomas del sistema intuicionista de Heyting —vistos antes en los capítulos IV (sec. 3) y VII (sec. 3)—. Concretamente, los esquemas axiomáticos que utiliza da Costa están tomados de la parte positiva del sistema de Kleene (1974: p. 82)[23].

A continuación, da Costa dice que a éstos se les podría agregar otro esquema:

$$(A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A)$$

De hecho, éste es el siguiente postulado que pone Kleene, y que, como se ve, se trata de la formulación del principio de no con-

---

[23] A su vez, Kleene lo tomó del artículo de Gentzen, G.: "Untersuchungen über das logische Schliessen" *Mathematische Zeitschrift* vol. 39 (1934) p. 176-210, 405-431 (*cf.* Kleene 1974: p. 135 y 470). Ese artículo es el renombrado texto en que Gentzen presentó sus sistemas de deducción natural —como se mencionó en el capítulo VII, sec. 5—, donde además presentó estos postulados como parte de un sistema axiomático para la lógica intuicionista, que a su vez se pudiera completar de modo sencillo hasta llegar a la logica clásica.

tradicción que había propuesto Kolmogorov —hecho al que ni da Costa, ni Kleene, hacen referencia—. Pero esta posibilidad es rechazada precisamente porque permitiría deducir '$\neg(A\&\neg A)$', formulación clásica del principio de no contradicción, lo que atentaría contra una de las condiciones planteadas; además, el sistema resultante sería equivalente al cálculo minimal de Johansson, y en ese sistema "sucede que de dos proposiciones contradictorias se puede derivar la negación de cualquier proposición, lo que también es inconveniente." (da Costa 1963, 1993: p. 8. [trad.]). En efecto, como vimos, este fenómeno también sucede con el sistema de Kolmogorov, situación que el texto no menciona, pero que ya Jaśkowski había señalado.

Ahora bien, esta con secuencia no se produciría si se sabe que el enunciado que se va a substituir por B no va a encontrar su contradictorio también deducido en el sistema, es decir, que para B sí vale el principio de no contradicción, o sea que se trata de una proposición «clásica». Para este caso, da Costa propone usar en portugués la expresión «*bem comportada*», que en inglés tiene como equivalente «*well-behaved*»; en español podemos decir que es una proposición que «se comporta bien»[24]. Se propone abreviar esta situación, utilizando la siguiente símbología: 'B°', que equivale a '$\neg(B\&\neg B)$'. Entonces, si *A* implica tanto *B* como *no-B*, y se sabe que no se pueden dar en el sistema estas dos contradictorias, entonces se produce una reducción al absurdo que lleva a afirmar $\neg A$. Lo que formalmente se puede agregar como otro axioma:

$$10)\ B^\circ \supset ((A \supset B) \supset (A \supset \neg B) \supset \neg A))$$

Por otra parte, dado que se quiere que el mayor número de fórmulas clásicas sean válidas en C_1, da Costa pasa entonces a revisar otros principios lógicos clásicos, y muestra que ni la eliminación de la doble negación, ni el tercero excluido, atentan

[24] No sería muy adecuado hacer una traducción directa a «bien comportada» porque en nuestra lengua el verbo 'comportarse' es pronominal, es decir, necesita de un pronombre para conjugarse.

contra los otros presupuestos del sistema, principios éstos que no valen en la lógica intuicionista; este hecho permite establecer una dualidad o complementariedad sintáctica entre la lógica paraconsistente y la intuicionista[25]. De manera que se pueden agregar como dos nuevos esquemas axiomáticos:

11) $A \vee \neg A$
12) $\neg \neg A \supset A$.

A continuación, propone otros cuatro axiomas "en virtud de consideraciones que quedarán claras en seguida" (*ibid.* p. 9 [trad.]); ellos son:

13) $A^{\circ} \supset (\neg A)^{\circ}$
14) $A^{\circ} \,\&\, B^{\circ} \supset (A \,\&\, B)^{\circ}$
15) $A^{\circ} \,\&\, B^{\circ} \supset (A \vee B)^{\circ}$
16) $A^{\circ} \,\&\, B^{\circ} \supset (A \supset B)^{\circ}$

En este texto realmente no se dan mayores explicaciones al respecto; pero años después, al presentar un sistema axiomático con una finalidad más particular, da Costa explica que estos

[25] Como se advirtió en la introducción, el propósito expositivo del presente trabajo no es de carácter «técnico»; por eso, ciertos resultados «técnicos» que pueden tener interés serán presentados de manera informal, remitiendo a los textos originales —que suelen ser casi exclusivamente «técnicos»— al lector interesado en una exposición rigurosa. Ahora bien, en el Anexo B se han presentado los esquemas axiomáticos que caracterizan los sistemas más importantes; y en el C se ha presentado una comparación entre los distintos sistemas, en virtud de qué leyes o principios lógicos valen en cada uno, y así se muestra que, con respecto a la doble negación en la lógica intuicionista, vale su introducción y en la paraconsistente no, ocurriendo lo contrario con la eliminación de la doble negación, como se ha afirmado. En el Anexo D se presenta una visión de conjunto, a nivel formal, de cómo se puede partir de la lógica positiva e ir agregando axiomas para llegar a diferentes cálculos, tanto paraconsistentes, como sus «duales» intuicionistas; y cómo, finalmente, ambas «ramas» confluyen en la lógica clásica. Ahí se puede ver claramente que en relación con los principios fundamentales —no contradicción, tercero excluido y doble negación— lo que no es válido en alguno de los sistemas intuicionistas (minimal o estándar) sí lo es en determinado sistema paraconsistente que resulta complementario (minimal paraconsistente o C_1, respectivamente) y viceversa; en esto radica el sentido sintáctico de esta dualidad.

axiomas lo que quieren decir es que si *A* y *B* son fórmulas que *se comportan bien*, entonces se garantiza que sean «estables», en el sentido de que también *se comportarán bien* sus compuestos veritativo-funcionales [*truth-functional compounds*] (*cf.* da Costa / Wolf 1980: p. 198). De una forma más intuitiva aún, se puede decir que el «buen comportamiento se propaga», en el sentido de que se van generando nuevas fórmulas compuestas que se comportan bien (ver D'Ottaviano 1990: p. 112).

Éstos son pues los axiomas del cálculo proposicional paraconsistente C_1, que sin duda es el que más se ha estudiado, y que se han mantenido iguales hasta el presente, con excepción del axioma 13, que se mostró que podía deducirse de los otros[26].

Una vez hecho esto, da Costa presenta una serie de teoremas sobre este cálculo. Primero afirma que en él se mantienen casi todas las reglas de deducción derivadas del sistema de Kleene: introducción y eliminación de la implicación (*modus ponens*), introducción y eliminación de la conjunción, introducción y eliminación de la disyunción, y eliminación de la (doble) negación (*cf.* Kleene [1952] 1974: p. 97). La única que se modifica es la introducción de la negación o reducción al absurdo, lo que llevó a estructurar el axioma 10, como vimos, y a establecer lo que se puede llamar una «reducción al absurdo paraconsistente»[27].

Los siguientes teoremas muestran algunas de las fórmulas que son válidas y otras que no son válidas en C_1 (*cf. ibid.* p. 11-15). Así, además de las que antes se han excluido, ahora se excluyen también las distintas formas del principio del Pseudo Escoto: '$\neg A \supset (A \supset B)$', '$\neg A \supset (A \supset \neg B)$', '$A \supset (\neg A \supset B)$', '$A \supset (\neg A \supset \neg B)$', '$(A \& \neg A) \supset B$', '$(A \& \neg A) \supset B$', '$(A \sim \neg A) \supset B$', '$(A \sim \neg A) \supset \neg B$'. Tam-

[26] Esto lo demostró M. Guillaume (*cf.* da Costa / Guillaume 1964 y 1965); en Arruda 1975 se menciona esto y se prueba la independencia del resto de axiomas con negación.

[27] La versión clásica era: Si $\Gamma, A \vdash B$ y $\Gamma, A \vdash \neg B$ entonces $\Gamma \vdash \neg A$, donde Γ es una lista cualquiera de fórmulas (*cf.* Kleene [1952] 1974: p. 97). La versión «paraconsistente» es: Si $\Gamma \vdash B^{\circ}$ y $\Gamma, A \vdash B$ y $\Gamma, A \vdash \neg B$ entonces $\Gamma \vdash \neg A$ (*cf.* da Costa 1963, 1993: p. 12).

poco valen la introducción de la doble negación: '$A \supset \neg\neg A$' (que sí vale en el sistema intuicionista), ni el silogismo disyuntivo: '$[(A \vee B) \& \neg A] \supset B$', '$(A \vee B) \supset (\neg A \supset B)$'. Lo que se conoce como «contraposición» o «transposición» sólo valdría de la siguiente manera: 'B°, $A \supset B \vdash \neg B \supset \neg A$' (lo mismo reemplazando cada ocurrencia de *A* o *B* por '$\neg A$' o '$\neg B$', y viceversa).

Para cerrar esta presentación de C_1, sólo falta agregar que —como era de esperarse— si a los axiomas del sistema se les agrega el principio de no contradicción, entonces se obtiene el cálculo proposicional clásico; esto se debe a que en tal caso se puede deducir la fórmula '$(A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A)$' («axioma de Kolmogorov»)[28], que como sabemos es una reformulación de dicho principio, y que es el único esquema axiomático del sistema clásico presentado por Kleene (1974: p. 82) que falta en C_1.

2.1.2. Jerarquía de cálculos proposicionales C_n

El siguiente paso es interesante, pues el cálculo C_1 no es el único que cumple las condiciones planteadas, sino que existe un infinito número de cálculos que lo cumplen. Da Costa hace de ellos una presentación formal, que es por demás muy sucinta[29];

---

[28] Recuérdese que, en el sistema de Kolmogorov, con este axioma se obtenía la lógica minimal, pero que para llegar al sistema clásico de Hilbert había que agregarle '$\neg\neg A \rightarrow A$', que ya está contenido como el postulado 12 en C_1.

[29] En este libro lo presenta así:

"[...] vamos a indicar, a seguir, uma hierarquia de cálculos que satisfazem tais condições, excetuando-se o primero, que para maior uniformidade da exposição, será o cálculo clássico. A hierarquia é a seguinte:

$$C_0, C_1, C_2, \ldots, C_n, \ldots, C_{\omega},$$

o primero dos quais, C_0, é o classico e os demais serão caracterizados abaixo. Preliminarmente, formularemos a seguinte definição:

$A^{(1)}$ representa A°

$A^{(n)}$ representa $A^{(n-1)} \& (A^{(n-1)})^{\circ}$

Isto posto, o cálculo C_n, $0<n<\omega$, é individualizado pelos postulados da lógica proposicional positiva, por $A \vee \neg A$ e $\neg\neg A \supset A$, e por mais os siguientes:

$n_1)\ B^{(n)} \supset ((A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A))$

$n_2)\ A^{(n)} \supset (\neg A)^{(n)}$

$n_3)\ A^{(n)} \& B^{(n)} \supset (A \& B)^{(n)}$

por eso creo útil intentar una explicación «en palabras». Lo del «buen comportamiento» puede a su vez aplicarse a la afirmación de que una proposición se comporta bien, o lo que es lo mismo, que es clásica; tendríamos entonces algo como un «buen comportamiento» de segundo nivel; de manera tal que si el nivel 1 se simbolizaba 'A°', entonces el nivel 2 sería '$(A^{\circ})^{\circ}$' o '$A^{\circ\circ}$', lo que para abreviar se puede escribir con exponentes: '$A^{\circ} = A^{1}$' y '$A^{\circ\circ} = A^{2}$'. Esta nueva construcción garantizaría que la afirmación que dice que la fórmula tal se comporta bien, no se puede dar simultáneamente con la que afirma lo contrario.

A partir de lo anterior, se puede hacer una nueva definición. Su simbología genérica será '$A^{(n)}$', que equivale a la conjunción de todas los grados de buen comportamiento previos a *n*, más la aseveración de que su nivel también se comporta bien. Por ejemplo, '$A^{(2)}$' abrevia '$A^{\circ} \& A^{2}$', y, en general, '$A^{(n)}$' abrevia '$A^{\circ} \& A^{2} \& \ldots \& A^{n}$' (*cf.* Arruda 1980: p. 14, trad. 1988: p. 172). Esto quiere decir que la proposición *A* «se comporta bien», y que la anterior afirmación también «se comporta bien», y así en adelante hasta llegar hasta el nivel *n*.

Ahora bien, se puede construir a partir de esto una jerarquía de cálculos, en la medida en que el cálculo C_n será aquel en el que las fórmulas «clásicas» se representarán como '$A^{(n)}$'. Si se mira esto con cierta detención, lo que quiere decir es hasta qué nivel de contradicción soporta dicho cálculo, pues C_0 —la lógica clásica— no soporta ninguna contradicción, en cambio en C_1 puede haber proposiciones contradictorias, sin que se trivialice,

---

n_4) $A^{(n)} \& B^{(n)} \supset (A \vee B)^{(n)}$
n_5) $A^{(n)} \& B^{(n)} \supset (A \supset B)^{(n)}$

C_ω, por seu turno, tem por postulado os da lógica propositional positiva e mais os esquemas $A \vee \neg A$ e $\neg \neg A \supset A$." (da Costa 1963, 1993: p. 16s).

Una década después volverá a presentar el sistema, esta vez en inglés, y con relación al significado de las sucesivas aplicaciones del «*well behaved*» dirá lo siguiente:

"To introduce C_n, $1 < n < \omega$, it is convenient to abbreviate $A^{\circ\circ\cdots\circ}$ where the symbol $^{\circ}$ appears *m* times, $m \geq 1$, by A^{m}, and $A^{1} \& A^{2} \& \ldots A^{m}$ by $A^{(m)}$." (da Costa, 1974b: p. 500).

pero no soporta que la afirmación según la cual una determinada proposición no puede estar acompañada por su contraria, sea simultáneamente deducible con la aseveración de esa misma proposición acompañada de su negación, pues, en este caso, se trivializa; es decir, en C_1 se tiene que '$(A^{\circ}\&A\&\neg A)\supset B$', que es lo mismo que '$[\neg(A\&\neg A)\&A\&\neg A]\supset B$'. De modo que en C_1 todas las afirmaciones sobre el buen comportamiento de una proposición son clásicas, tan clásicas como eran las proposiciones «de primer nivel» en el cálculo «clásico» (en el cual también son clásicas éstas «de segundo nivel» y todas las demás).

Esto establece un jerarquía, en la que cada cálculo tendrá nuevos axiomas, que resultan de reemplazar en los axiomas 13 a 16 de C_1 las apariciones de 'A°' y 'B°' por el respectivo esquema de fórmula de «buen comportamiento»[30]. Cada uno de estos cálculos tendrá su propia fórmula que, a partir de un número finito de elementos, lo trivializa, cuya forma general es: '$B^{(n)}\&B\&\neg B$'; pero esto no ocurre para el último de la jerarquía C_ω, porque ω es infinito y entonces no se puede dar una definición finita de una fórmula que «se comporte bien». Entonces C_ω no podrá tener los axiomas antes señalados, limitándose a los del cálculo positivo, más el tercero excluido y la eliminación de la doble negación[31].

El caso de este último cálculo es muy interesante, porque no parece ser finitamente trivializable, es decir, no existe una fórmula particular que lo trivialice. Da Costa le presta mucha atención a esto y lo demuestra. Define lo «infinitamente» trivializable como el opuesto a lo «finitamente» trivializable, y pasa a demostrar que en la lógica implicativa intuicionista[32] y en la ló-

---

[30] En la nota anterior se citan dichos axiomas (n_1 - n_5) y en el Anexo B están todos los postulados de la jerarquía C_n.

[31] En el Anexo B está también la construcción axiomática de C_ω.

[32] Recuérdense las precisiones que respecto a los sistemas «positivos» se hicieron en el capítulo VII, sec. 4.

gica proposicional positiva[33] no se puede, a partir de sus postulados, deducir la fórmula '$p \rightarrow q$', que sin duda los trivializaría; entonces, al no poder deducirse en el sistema este condicional, si se lo agrega tendría que ser como un *esquema axiomático* y, por tanto, como un espacio para infinitas substituciones, dándose así lugar a un conjunto infinito de fórmulas; de ahí que el sistema resulte «infinitamente trivializable» pero no «finitamente trivializable». Por ende, si esto es así para los sistemas positivos, también lo será para C_ω, que es una extensión de ellos (*cf. ibid.* p. 195)[34]. Sobre este punto de las «distintas» trivializaciones volveremos en detalle en el capítulo XII, sec. 3.

Por ahora, se debe resaltar que con esta demostración se está desvirtuando —aunque da Costa no lo menciona— el argumento de Popper (1943: p. 50), en el sentido de que incluso en los cálculos más débiles habría una fórmula ('$p \rightarrow q$') que los trivializaría, pues con la demostración de da Costa se hace claro que esta fórmula como esquema no es ni un postulado de estos cálculos, ni es deducible a partir de ellos; y si se la agrega como un esquema axiomático, sin duda se trivializarían, y lo mismo pasaría con cualquier sistema lógico que tenga la regla del *modus ponens*, pero esta trivialización sería diferente, pues no sería a partir de una fórmula finita (o un conjunto finito de fórmulas finitas), como sí lo es la trivialización a partir de una contradicción particular, que es una fórmula finita derivada de postulados extralógicos. De hecho, es a esa fórmula finita a la que se le aplica el principio del Pseudo-Escoto, el cual sí es un esquema deducible en los sistemas que no son paraconsistentes.

Volviendo al texto, un poco antes, da Costa había mostrado, apoyado en una demostración aportada por Arruda, que en esta jerarquía de cálculos ($C_0, C_1, C_2, \ldots, C_n, \ldots, C_\omega$) el primero —el

[33] La lógica proposicional positiva se entiende constituida por los postulados para la implicación (propios de la lógica implicativa intuicionista) más los postulados para los otros operadores lógicos distintos a la negación.

[34] Al año siguiente se aportará otra demostración para lo mismo en da Costa / Guillaume 1964: p. 381.

cálculo clásico— es estrictamente más fuerte deductivamente que C_1, y éste más fuerte que el siguiente, y así sucesivamente hasta llegar a C_ω, que es el más débil de todos, pero que es el único que no es finitamente trivializable. Esto lleva al lógico brasileño a sacar una conclusión muy original:

> [...] podríamos afirmar que la razón humana parece alcanzar la cima de su potencia en la medida en que más se acerca al peligro de la trivialización. (*Ibid.* p. 21 [trad.])[35].

Y con esto concluye el capítulo primero de este libro.

2.2. Sistemas de cálculos de predicados

En el segundo capítulo presenta una jerarquía de «cálculos funcionales restringidos», o sea de primer orden. Su construcción es una extensión de la jerarquía del cálculo proposicional al de predicados, designándose la nueva jerarquía así: $C_0^*, C_1^*, ..., C_n^*, ..., C_\omega^*$, donde el primero representa el cálculo de predicados clásico.

El primero de los cálculos no clásicos C_1^* se construye a partir de los axiomas de C_1, agregándole los cuatro postulados de Kleene para el cálculo de predicados[36], más otros tres: dos que permiten utilizar el símbolo ° en el cálculo de predicados:

$$\forall x\,(A(x))^\circ \supset (\forall x\,A(x))^\circ$$

---

[35] "É claro que, em determinado sentido, cuja caracterização não oferece dificultade, se baseamos um sistema formal em C_n, há menor segurança quanto á possibilidade de ser trivial, do que se utilizarmos o cálculo C_{n+1}, $n = 0, 1, 2, ...$, o máximo de segurança, dentro da hierarquia atrás delineada, obtém-se usando C_ω. Todavia, quanto mais avançamos na hierarquia, obtemos cálculos cada vez mais fracos. De um modo impreciso, poderíamos afirmar que a razão humana parece atingir o ápice de sua potência quanto mais se aproxima do perigo da trivialização." (da Costa 1963, 1993: p 21).

[36] Estos son, con las restricciones adecuadas:

$$C \supset A(x) \,/\, C \supset \forall x\,A(x)$$
$$\forall x\,A(x) \supset A(t)$$
$$A(t) \supset \exists x\,A(x)$$
$$A(x) \supset C \,/\, \exists x\,A(x) \supset C$$

(ver Kleene [1952] 1974: p. 82).

$$\forall x\,(\,A(x))^{\circ} \supset (\exists x\,A(x))^{\circ}$$[37],

y otro que afirma que si *A* y *B* «son fórmulas congruentes»[38], entonces: '$A \sim B$', pues esto no surge de C_1 más los otros axiomas (*cf.* da Costa 1963, 1993: p. 23s).

Paralelamente, la jerarquía se construye a partir de los cálculos C_n y substituyendo el símbolo ° por $^{(n)}$, en los dos primeros nuevos axiomas. Las explicaciones que se dieron con respecto a la articulación de la jerarquía proposicional se aplican también a esta jerarquía de predicados.

En el tercer capítulo presenta una jerarquía de cálculos de predicados con identidad, agregándole a los axiomas de la jerarquía anterior los siguientes:

$\forall x\,(x = x)$

$x = y \supset (\,A(x) \supset A(y))$

Se obtiene la jerarquía $C_0^{=}, C_1^{=}, \ldots, C_n^{=}, \ldots, C_\omega^{=}$, que se muestra que tiene propiedades equivalentes a las anteriores, y que cumple también los requisitos que se plantearon para los «sistemas formales inconsistentes» (*cf.* da Costa 1963, 1993: p. 41ss).

Esta jerarquía es complementada en el capítulo cuarto, donde se le agrega el símbolo 'ι' como «descriptor», con el cual se expresa el término '$\iota x F(x)$', definido como «el objeto x tal que F(x)»; con esto se establece una jerarquía de cálculos de descripciones: $D_0, D_1, \ldots, D_n, \ldots, D_\omega$.

2.3. Aplicación a la teoría de conjuntos

En el último capítulo de esta tesis de promoción, da Costa muestra el interés matemático de todo lo que ha desarrollado hasta ahora: se busca aplicarlo a la teoría de conjuntos, que era donde había surgido la mayoría de las paradojas que en el cambio de siglo consternaron a los matemáticos. Se trata de abrir una

---

[37] En da Costa 1963 los antecedentes estaban formulados de la siguiente manera: '$\forall x(A(x)^{\circ})$', pero desde da Costa 1964 se cambió a la formulación que se ha presentado.

[38] Da Costa usa esta expresión en el sentido de Kleene [1952] 1974.

vía diferente a la eliminación de las paradojas, evitando así el costo de las restricciones que, para lograr dicha eliminación, habían impuesto Zermelo y Fraenkel o von Neumann. Entonces, se aspiraría a estructurar una teoría de conjuntos en la que puedan existir conjuntos como el conjunto de Russell, sin que ello trivialice todo el sistema.

Para el efecto, el lógico brasileño parte de la teoría de conjuntos que Quine[39] presentó en 1937, con las modificaciones de Rosser[40], que genéricamente se conoce como «*New Foundations*», y que, en general, se puede decir que es un sistema intermedio entre el de Russell y el de von Neumann (*cf.* Ferrater Mora 1982: p. 2753). En efecto, si al cálculo D_0, que sería el cálculo de descripciones clásico se le hacen las modificaciones convenientes, como agregarle el símbolo de pertenencia '$\in$', y además dos nuevos axiomas, el postulado de extensionalidad:

$$\forall x\,(x \in y \sim x \in z) \supset y = z\,,$$

y el postulado de abstracción[41]:

$$\exists y \forall x\,(x \in y \sim F(x))\,,$$

---

[39] Recuérdese que Quine estuvo un tiempo enseñando en Brasil y que ahí publicó uno de sus primeros libros: *O sentido da nova lógica* (São Paulo: Martins ed., 1944).

[40] La versión original está en Quine 1937, que después el autor modifica algo para incluir en *From a logical point of view* (Quine [1953]; trad. 1984: p. 125-151). A este sistema le hará algunas mejorías Rosser (1953: cap. IX). En general, se puede consultar Quine 1963, donde —entre otros sistemas— su autor se refiere a dicho sistema (Quine 1963, 1969: p. 287-309).

[41] Da Costa (1963, 1993: p. 51) se refiere a él como "*postulado da abstração (ou da separación)*", y ambos términos se usarán en sus futuros escritos. Hay autores como Quine que plantean que en esto se puede hacer una precisión, llamando postulado o principio de separación [*separation*] (que viene del alemán *Aussonderung*) al caso particular en que F(x) entraña '$x \in z$' ['$(\exists y)(x)(x \in y .\equiv. x \in z . Fx$']. Este autor prefiere hablar del principio de «comprehensión» [*comprehension*], o también del principio de «abstracción» [*abstraction*], para referirse al caso general ['$(\exists y)(x)(x \in y .\equiv Fx$']. (*Cf.* Quine 1963, 1969: p. 35ss y p. 271s).

con la restricción que 'F(x)' sea estratificable[42] y que *y* no figure libre en 'F(x)', entonces resulta que el sistema obtenido es equivalente al de *New Foundations*.

Ahora bien, resulta que si en vez de esto se opta por construir un sistema semejante, pero utilizando cualquiera de los cálculos de la jerarquía D_n, $0 \leq n < \omega$, y no se le aplica ninguna restricción al postulado de abstracción, de todas maneras el sistema resulta trivial; así lo demuestra da Costa.

Esto lleva a establecer una nueva jerarquía, esta vez de teoría de conjuntos NF_0, NF_1, ..., NF_n, ... , NF_ω, que se construye como *New Foundations* (de ahí la NF), pero teniendo a su vez como base la jerarquía de sistemas lógicos D_0, D_1, ..., D_n,..., D_ω. En esta nueva jerarquía, sin embargo, el criterio de «estratificable» de una forma particular se mantiene, a fin de evitar la trivialización, pero con restricciones más débiles que las de Quine, para lo cual se usan los distintos niveles de fórmula de buen comportamiento de la jerarquía[43]. Esta última propuesta hoy en día sólo tiene interés histórico, porque más tarde se vería que también

---

[42] Ésta es una restricción, que tiene su origen en la teoría de los tipos lógicos, que, sin embargo, Quine busca suavizar, volviendo a dar lugar a variables no indexadas como variables generales —y no como ambiguas de tipo—, siempre y cuando en el caso del principio de comprehensión las variables que se pueden reemplazar en 'F(x)' sean «estratificadas»; esto quiere decir que en '$x \in y$', que define 'F(x)', siempre se puede hacer una estratificación adecuada, de manera tal que a *y* se le puede dar un índice de tipo superior al que se le ha dado a *x* (ver Quine 1937: p. 78, trad. 1984: p. 139; Quine 1963, 1969: p. 287s; Marciszewski 1981: p. 401).

[43] Propone este libro que se aplique el postulado de abstracción con la siguiente restricción: "que F(x) seja *n*-estratificável e *y* não apareça livre em F(x)". Y un poco antes ha definido esto en los siguientes términos: "Diremos que *F* é 0-estratificável, se *F* for estratificável; *F* denominase 1-estratificável, se for 0-estratificável ou, nao o sendo, não contiver nenhuma subfórmula do tipo A^0, onde *A* é uma fórmula qualquier; de modo general, *F* diz-se *n*-estratificável, se for (*n*-1)-estratificavel, ou, em caso contrario, não encerre nenhuma subfórmula do tipo $A^{(n)}$, onde *A* é uma fórmula. Finalmente, ainda por conveniência terminológica, toda fórmula denominar-se-á ω-estratificável." (da Costa 1963, 1993: p. 56).

lleva a la trivialización del sistema (ver Arruda 1980: 18ss, trad. 1988: p. 175ss), y esto tendrá implicaciones importantes con relación a la orientación del proyecto paraconsistente, como veremos en los próximos capítulos.

Sin querer adelantarnos, pero buscando establecer ciertos referentes históricos, es importante reiterar que al redactar este escrito, da Costa tenía muchas esperanzas de que su sistema de teoría de conjuntos pudiera servir para albergar cierto tipo de conjuntos que la teoría clásica tenía que rechazar por inconsistentes, como es el conjunto de Russell; además, esperaba que en este sistema no se pudiera demostrar el teorema de Cantor en relación al conjunto de los subconjuntos de una clase determinada[44].

2.4. Conclusiones

Newton da Costa termina este escrito con varias afirmaciones premonitorias. Se refiere a una posible objeción en el sentido de que su teoría de conjuntos resulta demasiado artificial, y contesta que, primero, esto es asunto de habituarse a ella, pero que en todo caso no resulta más artificial que las teorías clásicas correspondendientes, con todas las restricciones artificiales que tienen. En seguida, agrega:

> La única cosa que se puede discutir es la utilidad de los sistemas inconsistentes, lo que constituye un problema difícil de contestar y que sólo el futuro resolverá. Sobre este problema no se puede hacer ningún pronunciamiento autorizado, por dos razones principales: 1) el presente trabajo se constituye, prácticamente, en la primera investigación pormenorizada del asunto, creando, por así decir, un nuevo dominio lógico-matemático; 2) para tener una noción nítida de la importancia de las concepciones pre-

[44] Da Costa lo presenta así:

"Seguindo Quine (1937) e procedendo (como temos generalmente feito neste capítulo) de manera semi-intuitiva, o teorema de Cantor pode ser formulado assim: «O co-domínio de qualquer relação um-a-vários (ou um-a-um) possui uma subclasse que não pertenece a seu domínio.»" (da Costa 1963, 1993: p. 58).

> cedentes, se hace necesario que se desarrolle la materia, lo que llevará aún algún tiempo. (*Ibid.* p. 61 [trad.]).

En estas dos afirmaciones tuvo razón. Lo que después se llamará «lógica paraconsistente» se ha convertido en un área particular de investigación en matemáticas[45]. Y la «materia» se ha venido desarrollando sin parar desde entonces.

La segunda conclusión preliminar que propone da Costa, es que aparentemente no se obtiene nada interesante si sólo se trabaja con proposiciones que «se comportan mal», por lo que "parece que el principio de no contradicción tiene un papel importante en lo relacionado con los fundamentos de las leyes lógico-matemáticas." (*Ibid.* p. 62 [trad.]). Afirmación inesperada, pero que se entiende más con la tercera conclusión: la mejor manera de comprender el papel que cumplen determinados principios es articular sistemas en los que no valgan. En este sentido, el autor cree que "el estudio de los sistemas inconsistentes también contribuye, indudablemente, a dilucidar varios puntos oscuros relativos a los sistemas consistentes." (*Ibid.* [trad.]).

Es especialmente destacable que aquí no hay una posición apriorística con relación al problema de los «sistemas inconsistentes», lo que constituye, a mi parecer, un aporte aún más importante, porque esta actitud lleva a cambiar de plano la discusión al respecto: lo normal era una posición apriorística en contra de cualquier contradicción, y si da Costa hubiera asumido una actitud del mismo tipo, pero en sentido contrario, realmente no se habría avanzado mayor cosa; lo interesante es que ahora se proponga estudiar el problema, considerando sus diversas implicaciones, para que, según esto, se pueda tomar al respecto una posición con una mayor base reflexiva.

---

[45] En el "Mathematical Subject Classification" de la revista *Mathematical Reviews* de 1991, aparece la lógica parconsistente ya con aparte propio como área particular de investigación, cuyo número es 03b53. Esto en cierta medida corona su inclusión en otras recopilaciones clasificatorias, como por ejemplo Müller 1986.

Termina da Costa las conclusiones reiterando su principio de tolerancia en matemáticas. Y reivindica su concepción libertaria, esta vez con una cita de Cantor: «La esencia de las matemáticas radica en su completa libertad».

Finalmente, como apéndice, menciona una serie de asuntos por resolverse, y que efectivamente, poco a poco, el mismo da Costa, junto con Arruda y otros investigadores irán tratando en el futuro.

Llegamos así al final de *Sistemas Formais Inconsistentes* y, con ello, al final del primer gran paso que se dio en Latinoamérica para enfrentar de una manera diferente las contradicciones y el problema de la trivialización a partir de ellas. Esta obra no ha recibido el realce que merece, muy probablemente porque desde su primera edición de 1963 —cuyo tirada debió haber sido muy reducida— no se había vuelto a editar hasta 1993 y, por lo tanto, se había visto opacada por presentaciones posteriores más asequibles y mejoradas de los sistemas que hemos visto: primero en francés (da Costa 1963f; 1964; 1964a; 1964b; 1964c y da Costa / Guillaume 1964), luego en inglés (da Costa 1974b) y también en portugués (da Costa 1980a: p. 237-250). No obstante, ésta es una obra de gran valor, por ser en ella donde se articularon las bases de lo que después se desarrollaría y donde ya está toda la concepción del problema, que es realmente lo más original. Es por eso que hemos estudiado de cerca su estructura y sus planteamientos más relevantes.

En general, estos primeros trabajos de da Costa constituyen, de cierto modo, el desenlace de la preocupación —que nos ha guiado hasta aquí— acerca los efectos que una contradicción puede tener en un sistema conceptual y, al mismo tiempo, son el inicio de una nueva forma de tratar el problema. Si bien estos planteamientos surgieron en un contexto restringido, lógico-matemático fundamentalmente, sus implicaciones pueden llegar a todas las áreas en que se quiera tratar de alguna manera este problema. Más allá del contenido concreto de esta nueva opción

lógica, considero que lo primordial es que los planteamientos iniciales de da Costa abrieron una nueva perspectiva frente a las contradicciones, y aportaron un instrumental potente para estudiarlas y tratar de manejarlas. Con esto se había dado un paso cuya envergadura cada vez se ha hecho más notable.

Capítulo X

CONSOLIDACIÓN DE LOS SISTEMAS LÓGICOS DE DA COSTA CON LA PARTICIPACIÓN DE ARRUDA Y LA PROPUESTA DE ASENJO

1. PROFUNDIZACIÓN Y PROPAGACIÓN DE LA PROPUESTA ORIGINARIA: DA COSTA Y ARRUDA

1.1. Publicaciones en Brasil

Después de la publicación del libro *Sistemas Formais Inconsistentes*, se puede decir que entramos a una segunda etapa en la que se desarrolló la propuesta de da Costa. Esta etapa, que iría desde finales de 1963 a 1968, se caracteriza especialmente por tres rasgos: primero, el trabajo se vuelve más colectivo, por la participación directa de Ayda Arruda y también de Marcel Guillaume; segundo, la propuesta traspasa las fronteras de Brasil, al iniciarse una serie de publicaciones internacionales sobre el tema; y tercero, se comienzan a detectar ciertos problemas con relación a la teoría de conjuntos, lo que lleva a reformar la propuesta originaria y a crear otros sistemas, intentando solucionar estas dificultades.

Ya en el mismo año de 1963, aparecen los primeros artículos que tienen como referente lo planteado en la tesis de da Costa. En efecto, Ayda Arruda publica su primer artículo, con el título de "Una cuestión de lógica" (Arruda 1963a); en él se busca, fundamentalmente, presentar ciertos resultados obtenidos por el «grupo de Curitiba». Ahí se afirma que en las discusiones de los seminarios se ha llegado a ver que hay un problema que es

esencial para la lógica: "Entre los varios sistemas lógicos posibles, ¿cuál es el *verdadero*, si es que existe apenas uno que lo sea?" (*ibid.* p. 261 [trad.]). Y, siguiendo los lineamientos de la «filosofía científica», la autora trata de estudiar este problema teniendo en cuenta dos criterios: por un lado, la utilidad de la lógica como instrumento y, por otro, la situación de la lógica como ciencia. Pero antes emerge una cuestión aún más básica: ¿Cómo se puede hablar de un sistema de lógica que sea el «verdadero», cuando el criterio de verdad depende, en cierta medida, de la propia lógica? Un interrogante como éste puede llevar a aspectos muy complejos, por lo cual la autora decide afrontar el problema, pero no tanto buscando fundamentos últimos, sino más bien examinando lo que se había hecho en lógica.

En efecto, la pluralidad de «lógicas» había llevado a que se asumiera que el lógico tenía la libertad de construir los sistemas que le parecieran convenientes. Esto había llegado hasta el punto de que los principios que siempre se habían pensado como básicos en toda estructura racional, también eran cuestionables. Por una parte, la lógica intuicionista se había articulado rechazando el principio del tercero excluido, y en las lógicas polivalentes dicho principio resultaba restringido; y por otra, afirma Arruda, es posible construir lógicas en las que el principio de no contradicción no tenga validez absoluta, y como ejemplos cita los textos de Jaśkowski y la tesis de da Costa, y además del artículo de Nelson —que vimos que da Costa había mencionado—. De este modo se hacía explícito que el desarrollo de los sistemas deductivos contradictorios o inconsistentes es una clara alternativa frente a la lógica clásica.

El artículo señala, entonces, que cualquier opción en este espacio siempre estará flanqueada por dos opciones contrapuestas: el realismo lógico, que afirma que las leyes lógicas están determinadas inevitablemente y que sólo puede existir un único sistema lógico, con ciertas variaciones formales mínimas; y el convencionalismo, según el cual en principio valdrían todos los

sistemas lógicos, siempre que se establezcan claramente sus convenciones. La autora considera que la solución aparentemente más correcta es tomar una posición intermedia entre ambas opciones: aceptar que la lógica tiene un núcleo no convencional, pero que también tiene una serie de aspectos periféricos que se pueden modificar, según como se estructuren los diversos sistemas lógicos. Como ejemplificación de lo primero, Arruda propone algo que nos interesa: en virtud de la tentativa de limitar el principio de no contradicción, se habría visto que si se radicalizaba la propuesta hasta el punto de aceptar que la negación de dicho principio fuera una tesis válida, entonces el sistema resultante no sería de ninguna utilidad (*cf. ibid.* p. 264). Y, a favor de la segunda opción, afirma que no se pueden negar las convenciones, pues no se puede dejar de lado todo lo que aporta el análisis «lingüístico» de la lógica, e inevitablemente cualquier lenguaje está lleno de convenciones.

La conclusión de Arruda es que el lógico es libre de presentar una serie de convenciones y desarrollar sistemas a partir de ellas, pero que esto no puede llegar al extremo de construir sistemas sólo convencionales (*cf. ibid.*). Cierra su artículo aclarando que su conclusión no es definitiva, sino que, por el contrario, con ella quiere abrir espacios para diversas preocupaciones, pues cree que la lógica tiene que tratarse como una ciencia viva en la que no existen absolutos, porque de lo contrario dejaría de evolucionar, con lo que a su parecer perdería todo interés.

Por su parte, en noviembre de 1962, Newton da Costa dio una conferencia, "Sobre la situación actual de la teoría de conjuntos", que publicaría al año siguiente (da Costa 1963d). En ella, de entrada, enfatizó la importancia que tiene la teoría de conjuntos en cuanto espacio de confluencia de toda la matemática, por lo que también afecta los fundamentos de la lógica.Pasa entonces a hacer una exposición general de lo que desde Cantor hasta su época se había hecho en este campo, resaltando la aparición de las paradojas en el cambio de siglo, y las distintas opciones

que se tomaron para evitarlas. Y, en seguida, muestra que si bien estas opciones clásicas logran evitar el surgimiento de paradojas, al mismo tiempo resultan muy restrictivas; esto, afirma, puede llevar a tratar de cambiar la lógica subyacente, para ver si con ello se puede mejorar la situación.

Habría así un primer grupo de sistemas lógico-matemáticos, constituido por lo que se puede llamar «sistemas ortodoxos», es decir, los que siguen la teoría de los tipos, así como los sistemas axiomáticos en la línea de Zermelo, de von Neumann, o de Quine; y un segundo grupo de «sistemas heterodoxos», como los sistemas intuicionistas y los que tenían como base una lógica polivalente (Bochvar, Skolem). En esta última opción también inscribe da Costa su propia propuesta, que buscaría evitar la trivialización a partir de ciertas fórmulas —o en este caso conjuntos— que «se comportan mal». Y, entonces, sugiere que "los sistemas de teoría de conjuntos que son inconsistentes y no son triviales parecen gozar de la misma dignidad que los demás, menos heterodoxos." (*Ibid.* p. 532 [trad.]).

Para cerrar el tema, el autor enfatiza que en la medida en que hay muchas teorías de conjuntos, también puede haber muchas especies de matemáticas, pues éstas se construyen a partir de una determinada teoría de conjuntos. No obstante, considera que todas tienen en común algo: su completa libertad.

Al año siguiente, la profesora Arruda publica un artículo de estructura semejante al de su maestro, pero relacionado con el método axiomático (Arruda 1964). En él hace una exposición histórica del método axiomático, y luego presenta unos criterios generales para construir una buena axiomatización. Para nuestros efectos, es especialmente relevante que, al referirse al requisito clásico de la consistencia, menciona la posibilidad de edificar axiomáticamente sistemas que no se trivialicen ante una contradicción. Y agrega que construir una axiomática no sólo es útil en la medida en que resulte adecuada, sino que muchas veces se aprende más de las que son finalmente inutilizables, pues en-

tonces se puede ver la potencia de los principios que se habían excluido en cada axiomática. Otro punto interesante es el énfasis que hace Arruda en que en "las ciencias deductivas no decimos que tales y tales resultados son verdaderos, sino apenas que si ciertas hipótesis fueran válidas, entonces los resultados obtenidos también lo serán." (*Ibid.* p. 219 [trad.]).

Para cerrar esta serie de publicaciones en la *Revista Brasileira de Filosofia,* sólo falta mencionar un artículo de Newton da Costa sobre Vicente Ferreira da Silva, que es presentado como el autor del primer libro de lógica matemática escrito en el Brasil, en 1940. En este artículo, da Costa afirma que un parámetro importante para distinguir lo que se ha denominado «filosofía científica» de lo que sería la «filosofía especulativa», radicaría en si se utiliza o no se utiliza el método lógico-semiótico como instrumento de análisis crítico (*cf.* da Costa 1964e: p. 505).

1.2. Primeras publicaciones en el extranjero

Tenemos que retroceder unos pocos meses para encontrarnos con la primera publicación de Newton C.A. da Costa en el *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris*, con lo cual se inicia algo que sería una constante en el trabajo de da Costa y que ha sabido transmitírselo a sus discípulos: tratar de publicar en las revistas internacionales de mayor reconocimiento académico. De hecho, da Costa 1963f es la primera de una serie de publicaciones en francés que hará da Costa, solo o en coautoría con Guillaume o Arruda, y en las que irá introduciendo y desarrollando los sistemas que se habían presentado en *Sistemas Formais Inconsistentes*. Con ellas, estos sistemas se dan a conocer más allá del ámbito de quienes estaban relacionados con el trabajo en lógica en Brasil.

Los primeros cinco artículos (da Costa 1963f; 1964; 1964a; 1964b; 1964c) presentan, en forma más concisa, básicamente lo mismo que *Sistemas Formais Inconsistentes*. De ahí en adelante vienen otras publicaciones, generalmente en coautoría, en las que se comienza a hacer un estudio de ciertas características de

dichos sistemas, o de aspectos que tienen injerencia en ellos. En efecto, entre otros puntos, en da Costa / Guillaume 1964 y 1965 se muestra que en los cálculos C_n, $0 < n \leq \omega$, a nivel de metateoremas, vale el teorema de la deducción, pero no vale el teorema del reemplazo[1]; y a nivel de teoremas no valen las leyes de De Morgan, excepto '$\neg(A \wedge B) \rightarrow \neg A \vee \neg B$', que sí vale en C_n, pero no en C_ω, y con respecto a este último cálculo, se muestra que en él tampoco vale la ley de Peirce '$(A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$'[2], porque si valiera lo convertiría en finitamente trivializable.

Por su parte, Ayda Arruda obtiene en 1964 su doctorado en matemática, con una tesis (Arruda 1964a) dirigida por el profesor Newton da Costa, en la que se comienzan a estudiar más en profundidad los sistemas de teoría de conjuntos NF_n; en ella, la autora propone fortalecer dichos sistemas agregándoles un nuevo postulado, para suplir en algo el vacío que dejaba la carencia del principio de transposición o de contraposición en los cálculos de base[3].

Después de esto, Arruda se incorpora a las publicaciones que venía haciendo Newton da Costa. El primer artículo sobre el tem (Arruda / da Costa 1964a) inicia un estudio detallado de los sistemas de teoría de conjuntos, prestándole especial atención a la formulación del principio de abstracción, pues da Costa había visto que su primera formulación también daba lugar a que el sistema fuera trivial (*cf.* Arruda 1975b: p. 19), razón por la cual ahora los autores optan por hacerles ciertas adaptaciones. Este texto, además, estudia la posibilidad de definir proposiciones aritméticas en estos sistemas.

En 1965, da Costa vuelve a revisar todos los sistemas que hasta entonces había presentado, y decide definir en ellos un

---

[1] Para una definición de ambos principios puede consultarse Copi 1981: p. 238-243 y Marciszewski 1981: p. 367s.

[2] Lo que refuerza el carácter de extensión de la «lógica implicativa intuicionista», atendiendo a los parámetros señalados en el capítulo VII, sec. 4.

[3] El postulado sugerido era el siguiente (*cf.* Arruda 1975 b: p. 20):

$$\exists \hat{x}\, Q(x) \supset [(P(x) \equiv Q(x)) \equiv (\neg P(x) \equiv \neg Q(x))]$$

operador llamado «negación fuerte», de modo que '¬*A' equivaldría a '¬A&A°'. Esto le permite traducir todas las fórmulas clásicas a fórmulas en los nuevos sistemas, de manera tal que los cálculos clásicos resultan contenidos en los distintos sistemas paraconsistentes —como se los llamará después—. Esto lleva a ver algo que no se esperaba: si una fórmula es incompatible con los postulados de Nf_0, que es una teoría de conjuntos clásica, entonces su equivalente en NF_1 produciría la trivialización del sistema, incluso con las nuevas restricciones; un corolario de esto es que el axioma de elección trivializa a NF_1 (da Costa 1965: p. 5428).

Otro resultado adverso fue que incluso en NF_ω era posible aplicar un método desarrollado por Shaw-Kwei[4] para derivar antinomias, de modo que este sistema también resultaba trivial, en la medida en que a partir de una expresión determinada, se podía deducir cualquier otra proposición; lo más grave era que esa expresión incluso no necesitaba ser algún tipo de contradicción. Es importante aclarar que la versión original de Shaw-Kwei decía que el sistema sería "entonces inconsistente por definición"[5], con lo que se está siguiendo la definición de «no contradictoriedad» que Hilbert dio en 1928, como vimos; sin embargo, esto resultaba inadecuado después de las precisiones hechas por Jaśkowski y da Costa, pues ellas mostraron que un sistema puede ser inconsistente y no necesariamente trivial. Ahora bien, la peculiaridad de esta nueva paradoja está en que ella muestra lo contrario: un sistema puede ser trivial sin ser inconsistente; en seguida veremos por qué.

Éste fue un duro golpe para el «programa paraconsistente», pues, sin duda, la aplicación que más se había buscado hasta entonces giraba en torno a la posibilidad de construir teorías de conjuntos que soportaran contradicciones sin que se trivializaran

---

[4] Ver Shaw-Kwei, Moh: "Logical Paradoxes for Many-Valued Systems", *The Journal of Symbolic Logic* vol. 19, no. 1 (Mar. 1954) p. 37-40.

[5] *Op. cit.* p. 38 [trad.].

en virtud de las paradojas, de modo que no se tuviera que recurrir a las gravosas restricciones que imponían las teorías clásicas. Pero se estaba viendo que, incluso en las nuevas teorías, cada vez era necesario imponer nuevas restricciones para evitar trivializaciones. Y, además, ahora se tenía que enfrentar algo que, según da Costa, le causó un gran impacto: incluso si no se utiliza el operador de negación, es posible derivar algo semejante a la paradoja de Russell, que se conoce como la paradoja de Curry[6]. Para el efecto se utiliza la teoría «ingenua» de conjuntos [*naïve set theory*], o sea con el postulado de abstracción sin restricciones, y entonces dicha paradoja se puede formular en los siguientes términos:

> El postulado de abstracción —de manera informal— dice que toda propiedad determina un conjunto, y si ningún individuo la cumple, entonces el conjunto es vacío. Formalmente sería:
>
> $\exists y \, \forall x \, (x \in y \leftrightarrow P(x))$.
>
> Esta propiedad se puede reemplazar por cualquiera; por ejemplo así:
>
> $\exists y \, \forall x \, (x \in y \leftrightarrow (x \in x \rightarrow a)$
>
> a este conjunto lo llamamos *c* en honor a Curry, y tenemos
>
> $\forall x \, (x \in c \leftrightarrow (x \in x \rightarrow a))$
>
> Si esto vale para cualquier *x*, entonces vale también para *c*, si no se ha establecido ninguna restricción, de ahí:
>
> $c \in c \leftrightarrow (c \in c \rightarrow a)$
>
> y esto contiene dos implicaciones:
>
> 1. $c \in c \rightarrow (c \in c \rightarrow a)$
> 2. $(c \in c \rightarrow a) \rightarrow c \in c$

[6] Ver Curry, H. B.: "The inconsistency of certain formal logics", *The Journal of Symbolic Logic* vol. 7 (1942) p. 49-64.

Si se aplica a ellas un teorema deducible en todos los sistemas clásicos, y también en NF y NF_n, $0 \leq n \leq \omega$, que se conoce como el principio de contracción:

$$(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$$

entonces, podemos juntar los extremos de 1 en la siguiente implicación:

3. $c \in c \rightarrow a$

Luego, de 3 y 2 por *modus ponens*, obtenemos

4. $c \in c$

y también por *modus ponens* de 3 y 4, obtenemos *a*, que para el efecto es cualquier proposición bien formada del sistema[7].

Con ello sencillamente se está diciendo que no se requiere de la negación —como sí era el caso cuando se decía «el conjunto de todos los conjuntos que *no* pertenecen a sí mismos»— para que la teoría de conjuntos permita deducir cualquier proposición; esto siempre que no se hagan las restricciones conducentes a evitar que se pueda decir que un conjunto pertenece a sí mismo.

Arruda y da Costa le dieron al problema suma importancia, y al año siguiente publicaron un artículo (Arruda / da Costa 1966a), en el cual propusieron otros dos sistemas de cálculo proposicional y sus respectivos cálculos cuantificacionales, de manera tal que en ellos no valiera el principio de absorción (o de contracción) en la versión generalizada que había presentado Shaw-Kwei —llamada por él principio de absorción de orden superior— y que incluía el «esquema de absorción», que fue el que antes se presentó, junto con las «reglas de absorción», que son sus equivalentes como reglas de inferencia, en los distintos

[7] Esta exposición se basa en la explicación que el profesor Newton da Costa hizo de la paradoja de Curry en el curso sobre lógicas no clásicas que dictó en la Universidad Nacional de Colombia, en julio de 1994. Para otras formulaciones se puede consultar, por ejemplo, Marciszewski 1981: p. 23 y Priest / Routley 1989b: p. 172s.

niveles metalingüísticos. Así surgieron, pues, los cálculos P y P*, que tienen 14 postulados comunes: 12 positivos —algo diferentes a los propuestos para los sistemas anteriores— y dos negativos, que son el tercero excluido y la eliminación de la doble negación. La única diferencia entre estos dos sistemas es que el segundo tiene como postulado '$A \rightarrow B$, $A \rightarrow \neg B$ / $\neg A$', o sea la forma de reducción al absurdo que antes se había rechazado para todos los sistemas, y que es la misma que a nivel de teorema vimos propuesta por Kolmogorov como formulación del principio de no contradicción. En efecto, y de manera sorprendente, en P* vale el principio de no contradicción, lo que lo convierte en el primer cálculo surgido bajo la orientación de los «sistemas formales inconsistentes» en el que vale dicho principio; en él, además, si bien no valen las distintas formulaciones del principio del Pseudo-Escoto como teoremas, sí parecen valer como reglas de inferencia (*cf.* Arruda / da Costa 1966a, 1988: p. 228). Otra peculiaridad es que en ninguno de los dos sistemas vale el teorema de la deducción. Luego, el artículo agrega que el sistema P no es decidible por matrices finitas, como lo son normalmente todos los cálculos proposicionales clásicos; también señala que la profesora Arruda había probado que tampoco eran decidibles, por los métodos normales, los cálculos de la jerarquía C_n, $0 < n \leq \omega$.

En seguida, da Costa y Arruda presentan los respectivos cálculos de predicados con cuantificación Q y Q*, los cuales, afirman, pueden servir como lógica subyacente de teorías de conjuntos que requerirían restricciones más débiles para el principio de abstracción, e incluso aventuran que puede ser que no necesiten ninguna.

De ahí en adelante, Arruda seguirá estudiando esta propuesta, desarrollando estos cálculos y modificándolos un poco en relación con la eliminación de la doble negación, para dar lugar a los sistemas H_P y H_P*, y sus respectivos cálculos de predicados (ver Arruda 1967; 1968; 1968a; 1969).

Por su parte, Newton da Costa comenzará a estudiar la posibilidad de algebraizar los cálculos C_n, cuyos primeros resultados publicaría en da Costa 1966 y 1967; junto a eso, presentó otras investigaciones en relación con los fundamentos de la teoría de conjuntos más en general (da Costa 1967d; 1967e; da Costa / De Caroli 1967). De enero a abril de 1967 permanece en Francia[8], donde participa en seminarios y dicta varias conferencias; ahí establece contacto con L. Dubikajtis, de la Universidad de Katowice, y a través de él con los lógicos polacos (ver Arruda 1989: p. 116). A consecuencia de este encuentro, saldrá la primera publicación en colaboración sobre la lógica discursiva de Jaśkowski (da Costa / Dubikajtis 1968).

Llegamos así al año de 1968, que a mi parecer es un punto de paso importante en el desarrollo de la lógica paraconsistente. Básicamente porque tanto Newton da Costa como Ayda Arruda abandonan la Universidad Federal do Paraná, para dirigirse al Instituto de Matemáticas, Estadística y Ciencias de la Computación de la Universidad de Campinas (Unicamp). Se trataba de un instituto recién creado, en una universidad pública que estaba en pleno desarrollo, en Campinas, una ciudad «intermedia» —al igual que Curitiba— pero muy cercana a la gran ciudad de São Paulo.

Esta universidad tendrá un papel importante en el desarrollo de la lógica paraconsistente, en la medida en que este instituto, junto con el departamento y/o instituto de filosofía, constituirían un espacio de trabajo propicio para distintas personas que se fueron interesando por el tema. Esto sería aun más cierto al fundarse en ella el Centro de Lógica, Epistemología y Teoría de la Ciencia (CLE).

La profesora Arruda seguiría en Campinas hasta su muerte prematura en 1983. En cambio, el profesor Newton da Costa, en 1970, se iría al Instituto de Matemáticas de la Universidad de

[8] *Cf.* "Estada do Prof. Newton da Costa en França", *Revista Brasileira de Filosofia* vol. VIII, fasc. 69 (1968) p. 85.

São Paulo; luego, al retirarse de matemáticas de la USP, volvería a la Unicamp de 1982 a 1985, para vincularse al departamento de filosofía; finalmente, retornaría a São Paulo, esta vez a la facultad de Filosofía, Letras y Ciencias Humanas, donde permanece hasta el presente.

Hay una segunda razón para destacar el año de 1968: a partir de entonces se desencadenaría un interés muy grande alrededor de lo que hasta entonces había hecho da Costa, con la colaboración de Arruda, aumentando notablemente tanto el número de artículos sobre el tema, como las personas que se ocupan de él. Por eso parece plausible afirmar que alrededor de este año terminó la «infancia» de lo que conocemos como lógica paraconsistente.

2. Cálculo de antinomias de Asenjo

En el año de 1953, otro joven latinoamericano presentó en la Universidad de La Plata, en lo que se denominaba «Seminario Matemático», una ponencia con el título de "La idea de un cálculo de antinomias". Su autor era Florencio González Asenjo, que había estudiado filosofía en la Argentina. Esta ponencia, desafortunadamente, nunca fue publicada, y sólo quedó registrada en los anales o actas de dicho seminario[9].

Años después, cuando Asenjo ya se había radicado en los Estados Unidos, fue publicado un libro suyo de carácter eminentemente filosófico; en él, se dice que las antinomias son una realidad lógica y que no se habían podido resolver con la lógica aristotélica. En este contexto, Asenjo menciona su propuesta de la siguiente manera:

---

[9] Sobre este punto suele haber confusión, así que me remito a las palabras de su autor: "The work has not been published but it was recorded in the Proceedings of the 1953 Seminar" (Asenjo 1989: p. 413, n. 1). La confusión creo que surgió de que el mismo Asenjo incluyó este trabajo en las bibliografías de dos artículos posteriores (Asenjo 1966: p. 105; Asenjo / Tamburino 1975: p. 44) de la misma manera como colocaba las publicaciones, sin hacer la aclaración que sí hace en el texto que he citado.

> En un trabajo inédito, expuesto en el Seminario Matemático de La Plata: *La idea de un cálculo de antinomias*, desarrollamos, al margen de la teoría de los tipos, la posibilidad de tomar las proposiciones antinómicas como constitutivas de un dominio *sui generis* y significativo de proposiciones. Mediante una lógica bastante conservadora (lógica de dos valores *compleja*) mostramos la validez de un cálculo de antinomias como capítulo del cálculo de proposiciones, la formación de tautologías a partir de antinomias, etc[10].

Sólo vendrá a desarrollar su propuesta ante un público más amplio, en un artículo escrito en 1964, pero publicado en 1966 (Asenjo 1966). En él alcanza a referirse a la primera publicación en Francia de Newton da Costa (1963f) y al texto de Jaśkowski a través de su reseña (Mostowski 1949). Paralelamente publicará otro artículo, también en inglés, llamado "Lógica dialéctica" (Asenjo 1965), que resultó ser su primera publicación sobre la posibilidad de desarrollar una lógica que de alguna manera «maneje» contradicciones.

El primer artículo, cuyo título se puede traducir por "Un cálculo de antinomias", es bastante breve pero resulta muy interesante. Parte considerando que si se toman dos valores de verdad, entonces las antinomias son las proposiciones que serían verdaderas y falsas. Propone, entonces, definir nuevas tablas de verdad para los operadores habituales, pero con un tercer valor para «antinómico» —un poco en la línea de la lógica trivalente de Łukasiewicz y su tercer valor para «indeterminado», como vimos en el capítulo III—. Esto lleva a tres situaciones: primera, todas las proposiciones o son verdaderas o son falsas, que sería el caso clásico; segunda, todas las proposiciones son antinómicas, y esto debido a que utilizando el aparato clásico se presente alguna que sea antinómica, de la cual se puede deducir, si no se imponen restricciones, el valor antinómico de todas las restantes;

---

[10] Asenjo, F. G.: *El todo y las partes, estudios de ontología formal* (Madrid, Buenos Aires: Editorial Martínez de Murguía [Distribución Ed. Tecnos], 1962) p. 9, n. 3.

y tercera, que algunas sean verdaderas, otras falsas y algunas otras tengan el valor «antinómico». Este último es el caso que le interesa a Asenjo, por lo que aclara que, para articularlo, se necesita utilizar un sistema restringido de axiomas, y entonces se refiere explícitamente a la propuesta de da Costa y presenta los once primeros axiomas de da Costa, que como sabemos estructuran C_ω —hecho que no menciona el autor—.

Planteado así, en este cálculo todas las fórmulas «demostrables» serán o bien «verdaderas» o bien «antinómicas», y entonces afirma Asenjo que "por lo tanto, tenemos las bases de un cálculo de antinomias" (Asenjo 1966: p. 104 [trad.]). Esto se entiende mejor si se considera que en este sistema el valor «antinómico» sería también un valor «designado», como es tradicional referirse al valor o los valores de verdad, que tienen las fórmulas que se reputan válidas dentro de un sistema lógico.

Al final del artículo, Asenjo anticipa algo que, si bien estaba en *Sistemas Formais Inconsistentes*, no estaba en el primer artículo en francés, que habría sido el único leído por el autor argentino. Se trata del hecho de que si se extiende el sistema de da Costa al nivel de predicados con axiomas de pertenencia, entonces, parecía posible mantener en él el conjunto que origina la paradoja de Russell (*cf. ibid.*).

El segundo artículo (Asenjo 1965) es algo más extenso, y desarrolla un sistema que —dicho sea de paso— resulta bastante peculiar. En él, Asenjo trata de mostrar que es posible darle a los planteamientos dialécticos un tratamiento acorde con la lógica matemática.

Parte afirmando que en las formulaciones normales del método dialéctico se dice que éste no cumple el principio de (no) contradicción, y que así mismo se plantea que el «principio dialéctico» puede funcionar como una regla de inferencia. A su parecer, planteamientos de este tipo han impedido que se le dé a la dialéctica una formalización dentro del ámbito de la lógica matemática; no obstante, aclara que esto no es definitivo porque "la

formalización es posible en ciertos tipos de lógicas inconsistentes" (Asenjo 1965: p. 321 [trad.]) y hace mención a su trabajo de La Plata.

Frente a esa posición generalizada, afirma, se pueden contraponer los planteamientos de ciertos autores que no piensan que la dialéctica implica el rechazo al principio de (no) contradicción, y menciona específicamente el caso de Hegel. Para apoyar esta interpretación, Asenjo afirma que el filósofo alemán habría dicho que la violación del principio de (no) contradicción hace imposible del todo refutar cualquier proposición (*cf. ibid.* p. 321)[11].

Esta interpretación de Hegel es sin duda inesperada, y al parecer de muchos autores errónea, o al menos muy imprecisa. No es éste el lugar para discutir este punto, pero es importante aclarar que ella sólo toma en cuenta uno de los múltiples significados que tiene lo contradictorio en la obra de Hegel[12], con lo cual

---

[11] "Other authors hold that dialectic does not involve rejection of the law of contradiction. Hegel belongs to this group. His argument is that violation of the law of contradiction makes it impossible to disprove any proposition at all: it is impossible to assert anything because statements become indifferent to proof, so to speak" (Asenjo 1965: p. 321). Asenjo cita aquí a McTaggart, John: *Studies in Hegelian Dialectic* (New York: Russell and Russell, 1964) p. 9. (La primera edición de este libro fue en 1896).

[12] La literatura al respecto es extensa pues es un punto que ha causado gran controversia entre los intérpretes de Hegel. Aquí, sin embargo, me limitaré a señalar que incluso en relación con el principio de no contradicción la presentación de Asenjo resulta insuficiente, pues no toma en cuenta el contexto en que Hegel pudo haber hecho esa afirmación. A este respecto, puede ser útil considerar lo que dice Michel Inwooden en su libro *A Hegel Dictionary* (Oxford: Blackwell, 1992), en el apartado dedicado al término «contradicción»:

"[...] Traditional logicians, notably Kant, excluded the possibility of *objective* contradictions. But Hegel argued that finite things, like finite thoughts, involve contradictions. Just as finite thoughts have an impulse to overcome contradiction, and thus move to other thoughts, so finite things have such an impulse that leads them to move and change. But finite things, unlike the MIND, cannot sustain contradictions: they ultimately perish. The world as a whole, by contrast, does not perish, since it is free of the contradictory finitude of the entities that it embraces.

no se estaría dando cuenta del papel fundamental que tienen las distintas oposiciones contradictorias en el sistema hegeliano.

Después de esta referencia a Hegel, Asenjo hace una diferencia que es medular en el recorrido que nos ha traído hasta aquí:

> Un sistema formal es semánticamente consistente, si algunas de sus fórmulas verdaderas pueden probarse, pero no sus negaciones; un sistema formal es sintácticamente (intrínsecamente) consistente si no pueden probarse todas sus fórmulas. Por tanto, un sistema puede ser semánticamente inconsistente (respecto a una interpretación dada) y, sin embargo, sintácticamente consistente. (*Ibid.* p. 321, trad. 1971: p. 8).

Y cita como referencia su artículo anterior. Es otra forma de colocar la diferencia que Jaśkowski hacía entre un sistema «inconsistente» y uno «sobre-completo», o la que hace da Costa entre un sistema inconsistente y uno trivial. La primera interpretación que Asenjo usa del término «inconsistente» es la que hemos visto que fue planteada por Hilbert y seguida por muchos como Shaw-Kwei. No obstante, al distinguir entre estos dos casos, el sintáctico y el semántico en su caracterización, el autor argentino muestra que no se deben confundir ambos fenómenos, de suyo muy diferentes; aunque no menciona que su diferenciación se hace posible en tanto se rechace el principio del Pseudo-Escoto.

Pasa entonces a tratar directamente el problema de la dialéctica. El centro de su argumentación es que Hegel no habría usado en sus razonamientos el «principio dialéctico» como una regla de inferencia, sino como una regla de formación. Y para mostrar cómo puede ser esto, propone un sistema con diez reglas

---

Hence the law of contradiction is a 'law of thought' neither in the sense that contradictions are unthinkable (or unintelligible) nor in the sense that contradictions cannot occur in the world. Hegel accepts it only in so far as he holds that contradictions, both objective and subjective, must be overcome, and that a contradictory thought or entity is not *true* (in Hegel's sense of 'true')." (p. 64).

de formación, dos de las cuales serían las que permitirían articular estados de síntesis, llamadas por Asenjo «*rules of involvement*», y que la traducción al español las presenta como «reglas de desarrollo».

A partir de lo anterior, el artículo presenta los lineamientos de una teoría de números que sería tanto formal como dialéctica, en la cual incluso se podrían utilizar los axiomas clásicos de Hilbert y Ackermann . Aplicación bastante inesperada, pero que parece no haberse desarrollado más. Su contenido se aparta de nuestro tema, por lo que éste no es el lugar para estudiarla.

En general, hay varios aspectos en la propuesta de Asenjo que interesan para nuestro tema. En efecto, fue la primera estructuración de tablas de verdad polivalentes para sistemas inconsistentes, y fue también el primer intento, en este contexto, de formalizar el razonamiento dialéctico. Pero sobre todo se debe resaltar que Asenjo y da Costa, de forma independiente, comenzaron a trabajar en la posibilidad de ampliar la lógica matemática hasta incluso formalizar adecuadamente situaciones contradictorias: Asenjo hizo la primera incursión, pero fue realmente da Costa quien primero logró darle una estructura lógica rigurosa a esta inquietud, por lo cual se le considera el creador de la lógica paraconsistente. Pero más allá de las precisiones cronológicas que se puedan hacer al respecto, lo importante es que esta «coincidencia» permite enfatizar el origen latinoamericano de estas inquietudes, las que, habiendo surgido en el ámbito de la lógica, tocan profundas estructuras del pensamiento en general.

Capítulo XI
SISTEMAS LÓGICOS PARACONSISTENTES

1. Referencia a otros textos en los que se puede seguir la historia reciente

Hasta aquí hemos seguido de cerca las aproximaciones que en este siglo resultan más relevantes con relación al problema de si las contradicciones invalidan todo razonamiento al trivializarlo. Con esto se ha querido llenar un vacío, pues hasta ahora no se había publicado una historia detallada del desarrollo de esta problemática, con la orientación que aquí se le ha dado. En efecto, por una parte se ha buscado estudiar a profundidad los textos más importantes que han enfrentado este problema —importancia determinada bien sea por su influencia, o bien por las innovaciones que han planteado—; y por otra, se ha buscado realzar las motivaciones filosóficas que ellos revelan, por encima de los planteamientos más propiamente «técnicos». Este trabajo hermenéutico se hacía necesario en tanto aporta las bases suficientes para analizar ciertos aspectos filosóficos relacionados con esta problemática, tarea que se emprenderá en el capítulo siguiente, y que es de esperarse que se aborde en ulteriores profundizaciones.

He decidido llegar en esta reconstrucción histórica hasta el año de 1968 por varios motivos. Primero, con lo logrado hasta ese año ya están perfilados los aspectos fundamentales de la controversia que durante este siglo ha existido alrededor de si un sistema formal puede soportar, e incluso originar, contradicciones, sin que por ello se invalide todo el razonamiento; los plan-

teamientos posteriores de una u otra manera hacen resonancia a lo hecho hasta finales de la década de los sesenta.

Segundo, la historia de ahí en adelante sí ha sido escrita y por los propios protagonistas. En efecto, si bien las presentaciones históricas panorámicas, que mencionaré en breve, se refieren a los desarrollos previos a los años setenta, lo hacen fundamentalmente para hacer una ubicación histórica general, y así poder pasar a estudiar los desarrollos más contemporáneos. En el presente trabajo se ha querido hacer lo contrario, mirar en detalle el surgimiento de la problemática, para luego examinar globalmente los desarrollos posteriores y establecer así las bases para analizar ciertos aspectos.

Ahora bien, el lector que no esté al tanto de la evolución posterior de la lógica paraconsistente, y quiera seguir su hilo histórico puede consultar varios textos muy bien logrados y que abarcan casi todo lo que se ha hecho hasta 1990. Como panorámica general, sin duda el más importante es el texto ya «clásico» de Arruda (1980) "A Survey of Paraconsistent Logic", que está traducido al español con el título "Panorama de la lógica paraconsistente" (Arruda 1989). Este texto fue complementado por la misma autora en "Aspects of the Historical Development of Paraconsistent Logic" (Arruda 1989), donde se va reseñando por países lo que se ha hecho sobre lógica paraconsistente hasta 1980. A su vez, la continuación de esta presentación se puede encontrar en el artículo de da Costa y Marconi (1989) "An Overview of Paraconsistent Logic in the 80s", en el que se presentan por temas los desarrollos posteriores al período cubierto por los artículos de Arruda.

Paralelamente, quizás la exposición más completa de la lógica paraconsistente, desde la perspectiva de la «escuela brasileña», pero que engloba por temas todos los desarrollos hasta la década pasada, es el texto de Itala D'Ottaviano (1990) "*On the Development of Paraconsistent Logic and da Costa's Work*", y su bibliografía es especialmente completa. Existe también un li-

bro introductorio, que trata de mostrar el hilo conductor de los desarrollos hasta 1982, escrito por Nicola Grana (1983): *Lógica paraconsistente, una introduzione.* En él, su autor se preocupa por mostrar cómo se pueden vincular las distintas lógicas «alternativas», especialmente la intuicionista, con la lógica paraconsistente.

Recientemente, se ha publicado una presentación muy bien lograda, escrita por Newton da Costa y Renato Lewin (1995); se trata del capítulo "Lógica paraconsistente", en el volumen de *Lógica* de la *Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía* (Alchourrón / Méndez / Orayen 1995). Es el texto introductorio más actualizado y en él se compendian, en unas cuantas páginas, los aspectos más importantes de la lógica paraconsistente; es de esperarse que cumpla un especial papel como medio de divulgación.

Por otra parte, hasta ahora se han publicado dos libros de recopilación de la lógica paraconsistente. El primero fue editado por Diego Marconi: *La formalizzazione della dialettica,* (Marconi [ed.] 1979); en él se reunieron los principales textos de la lógica paraconsistente publicados hasta entonces, y se los vincula con diversas propuestas tendientes a formalizar la dialéctica, que ya tenían su historia, y con otros desarrollos, como los de Nicholas Rescher sobre mundos posibles no estándar, que eran entonces muy recientes. De hecho, su introducción (Marconi 1979) es el texto que aborda de manera más amplia la relación entre la lógica paraconsistente y la formalización de la «lógica dialéctica», recogiendo los aportes habían hecho las investigaciones dialécticas en este siglo.

La segunda recopilación fue hecha por Priest, Routley y Norman (1989): *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent.* Sin duda, es la edición más importante que se ha hecho sobre el tema, y que puede servir de forma privilegiada para la divulgación y propagación de la lógica paraconsistente. Su orientación básica no fue reunir textos anteriores, sino presentar

textos inéditos, tratando así de abarcar gran parte del trabajo reciente en lógica paraconsistente; además, tiene una excelente bibliografía (Giambrone 1989). Este libro está dividido en cuatro partes: "Historia de la lógica paraconsistente", "Sistemas de la lógica paraconsistente", "Aplicaciones de la lógica paraconsistente" y "El significado filosófico de la paraconsistencia". Cada una de ellas se inicia con un estudio introductorio de Priest y Routley (1989; 1989a; 1989b; 1989c; 1989d), que en conjunto podrían constituir un libro y que sería el mejor texto global sobre la lógica paraconsistente, eso sí, desde la perspectiva de la «escuela australiana»[1], que tiene sus peculiaridades, como veremos más adelante.

Existen otros artículos históricos, pero de acceso más restringido. Entre ellos merecen especial mención el texto de Lorenzo Peña (1991a) "Algunos aspectos del desarrollo de la lógica en el Brasil", y la presentación que hizo Décio Krause (1993) a la segunda edición de *Sistemas Formais Inconsistentes.*

En suma, todos estos textos tratan la historia reciente de la lógica paraconsistente, y no tendría mayor sentido repetirla aquí, en la medida en que se puede recurrir a estas fuentes más directas. Es más, no creo que un intento en este sentido pudiera reemplazar todo lo que puede aportar la lectura de alguno de estos textos, para quien no lo haya hecho y, por otra parte, tampoco le aportaría nada nuevo a quien ya los conoce, o conoce los textos originales de las investigaciones en lógica paraconsistente.

Así pues, los capítulos anteriores han aportado la base histórico-hermenéutica que ahora nos permite pasar a estudiar en conjunto los desarrollos más importantes de la lógica paraconsistente —al menos desde la perspectiva de este trabajo—, buscando así completar una visión de conjunto y, una vez logrado esto,

---

[1] En el *Handbook of Philosophical Logic* (Gabbay / Guenthner 1986) no se incluyó a la lógica paraconsistente, situación que se va a corregir en la segunda edición, la cual va a incluir un capítulo escrito por Priest (1996+), que seguramente se convertirá en un referente principal sobre el tema.

pasaremos a analizar, en el último capítulo, ciertos problemas que son desde el punto de vista filosófico especialmente interesantes.

2. LÓGICA PARACONSISTENTE: TENDENCIAS Y DESARROLLOS

2.1. Simposios latinoamericanos de lógica y el término «paraconsistencia»

Parece que lo más apropiado es comenzar señalando cómo surgió el nombre de «lógica paraconsistente». Ya varias veces hemos aludido a él, pero ahora es importante ver en qué contexto se originó esta denominación. Para esto hay que tener presente que desde 1970 se comenzaron a celebrar los simposios latinoamericanos de lógica matemática, a partir de una sugerencia hecha por el presidente de la Association for Symbolic Logic a Rolando Chuaqui, cuando éste estaba de profesor visitante en la Universidad de California en 1967 (*cf.* Arruda /da Costa / Chuaqui 1977: p. ix). El primero se realizó en la Universidad Católica de Chile, al que asistieron lógicos de Chile, Argentina y Brasil, y entre ellos el profesor Newton da Costa y varios de sus discípulos brasileños —Arruda, Sette, de Moraes, De Alcântara—. En este encuentro, da Costa presentó una conferencia llamada "Inconsistent Formal Systems", siguiendo el nombre que desde 1963 le había dado a sus sistemas[2]. Ésta sería la base de la primera publicación internacional completa de los sistemas desarrollados desde *Sistemas Formais Inconsistentes*, y de ahí en adelante se convertiría en el principal referente bibliográfico[3].

El segundo simposio se realizó en la Universidad de Brasilia, en 1972; en él Guillaume y Arruda presentaron ponencias, pero de da Costa sólo se presentó por título un trabajo, pues él estaba

---

[2] *Cf.* "Meeting of the Association for Symbolic Logic. Santiago, Chile 1970", *The Journal for Symbolic Logic* vol. 36, no. 3 (Sep. 1971) p. 576ss.

[3] El texto al que me refiero fue impreso primero en 1972, en la serie "Notas e Comunicações de Matemática" (N° 41), Universidad Federal de Pernambuco, Instituto de Matemática (Recife, 1972); y luego como da Costa 1974b.

de profesor visitante en la Universidad de Berkeley (*cf.* Arruda / da Costa / Chuaqui 1977: p. xiv).

El tercero estaba programado para celebrarse en Bahía Blanca, Argentina, en 1974, pero no se pudo realizar. Sin embargo, el interés revivió cuando Alfred Tarski estuvo una temporada en Chile en 1975, en la Universidad Católica, y luego dos semanas en Brasil, en la Unicamp, donde Ayda Arruda organizó una reunión con los lógicos brasileños. De ahí se decidió realizar el tercer simposio latinoamericano de lógica matemática en Campinas, para lo cual la Association for Symbolic Logic nombró un nuevo comité para Latinoamérica, conformado por Rolando Chuaqui, Newton da Costa y Francisco Miró Quesada; este comité organizó el simposio junto con Ayda Arruda (*cf. ibid.* p. xv). Se celebró en la Unicamp en 1976 y en él participaron lógicos de distintas partes, principalmente Brasil, Chile y Argentina, aunque también hubo ponencias de lógicos de Perú, de Colombia (Xavier Caicedo), de Francia, de Estados Unidos (entre ellos F. G. Asenjo), de Polonia (J. Kotas) y de Australia (R. Routley). Varias conferencias tuvieron que ver con los trabajos de da Costa, Arruda y su grupo; el profesor Newton da Costa habló acerca de Jaśkowski y presentó las investigaciones que había hecho sobre lógica discursiva con Kotas, y la profesora Arruda habló sobre Vasiliev (en los capítulos II y III se hizo referencia a los textos resultantes de estas intervenciones).

Ésta fue una reunión determinante, pues ahí se vio especialmente que la propuesta del grupo de da Costa en Brasil tenía repercusiones en el trabajo de lógicos de otras partes. Además, fue un espacio de divulgación notable, especialmente al ser publicadas las actas (Arruda / da Costa / Chuaqui (eds.) 1977) por la North-Holland Publishing Company, una de la editoriales más importantes en el área; así mismo, los resúmenes aparecieron en *The Journal of Symbolic Logic* (vol. 43, no. 2, Jun. 1978, p. 352-364).

Este simposio fue el primero en el que se usó el nombre de «lógica paraconsistente», para lo que hasta entonces da Costa había llamado «sistemas formales inconsistentes». Con anterioridad a este simposio, Newton da Costa le había pedido a Francisco Miró Quesada que le sugiriera un nombre más adecuado para sus sistemas lógicos, y éste le envió, por carta, tres sugerencias: «lógica metaconsistente», «lógica ultraconsistente» y «lógica paraconsistente», y el lógico brasileño escogió el tercero de los nombres porque, a su parecer, capturaba mejor el sentido de su propuesta[4]; esta nueva denominación fue rápidamente aceptada por los investigadores del área[5].

En el simposio, Miró Quesada presentó una ponencia que versaba sobre "lógicas heterodoxas y el problema de la unidad de la razón"[6], y en ella se desarrollaron inquietudes ya presentes en Miró Quesada 1975, sobre en qué medida la pluralidad de lógicas lleva a cuestionar la existencia de una única «razón» con principios universales y necesarios. En el escrito de 1975, el autor todavía hablaba de «lógica de los sistemas inconsistentes»,

---

[4] La historia precisa del surgimiento de este término no parece estar en ninguno de los textos hasta ahora publicados, pues en ellos sólo se dice que fue acuñado por Miró Quesada. Recientemente, Newton da Costa, en un artículo no publicado aún, y escrito con Otavio Bueno, comentando un artículo de Priest (1996+), ha dado la mejor y la más directa explicación sobre el punto, en los siguientes terminos:

"«Paraconsistent» does not exactly mean «beyond the consistent» [...], but means more properly something as «by side of», or «alongside of», the consistent (there are, after all, several meanings of the Greek prefix «para»). When da Costa asked Miró Quesada for a name to his inconsistent formal systems, Quesada presented in a letter to him three distinct suggestions: metaconsistent logic, ultraconsistent logic and paraconsistent logic. The third one was chosen exactly for indicating a notion that does not necessarily goes beyond, and challenges, the classical setting, but that somehow could go hand to hand with it." (da Costa / Bueno 1996a+: p. 5).

[5] De hecho, al publicarse los resúmenes, Alves y Luzargo ya incluyeron la palabra «paraconsistente» en el título de sus ponencias.

[6] Este texto no fue incluido en las actas y sólo apareció en forma de resumen (Miró Quesada 1978).

pero en la ponencia de 1976 propone hacer una clasificación para las lógicas no clásicas, que denomina heterodoxas, y entre ellas incluye las lógicas polivalentes y las «*paraconsistent logics*»[7].

Si se miran en conjunto estos dos escritos del autor peruano, se ve que la precisión terminológica resulta importante, pues la respuesta de Miró Quesada a la cuestión planteada era negativa, ya que él creía que sí hay un núcleo fuerte de la razón, común a todas las argumentaciones, que si bien no incluye todos los principios que pretendían los pensadores clásicos, tampoco puede excluir todos los principios «clásicos». En esta línea, consideraba que los sistemas propuestos por da Costa eran de suma importancia, por su interés lógico, formal y filosófico; pero, asimismo, afirmaba que en ellos "la superación del principio de no contradicción no es sino aparente" (Miró Quesada 1975: p. 189), en la medida en que en estos sistemas no se pueden deducir todas las proposiciones contradictorias, y lo que hacen es evitar que se trivialice el sistema ante la eventualidad de que se derive una; de ahí la importancia de las fórmulas que «se comportan bien», frente a las que no. Entonces, para el autor peruano, la peculiaridad de la propuesta de da Costa consiste no en aceptar todas las contradicciones, sino en no rechazar las que de por sí no causan mayor daño, contradicciones a las que la lógica clásica les da un poder enorme. De ahí que dichos sistemas lógicos no sean propiamente inconsistentes, sino sólo «paraconsistentes».

Con esta nueva denominación se logró una precisión importante, pues corrigió algo que estaba dando lugar a equívocos, ya que los sistemas de da Costa no producían inconsistencias, sino que simplemente las «soportaban», en caso de ser derivadas a partir de los axiomas extralógicos de una teoría. De hecho, entre los teoremas propiamente lógicos de los «sistemas inconsistentes» desarrollados hasta entonces no había ninguno de la forma

[7] Para una exposición de esta clasificación puede verse el Anexo A, núm. 9.

'$p \wedge \neg p$', ni nada semejante[8]. Las inconsistencias se presentaban sólo si se utilizaba uno de estos sistemas paraconsistentes como lógica subyacente para formalizar sistemas deductivos que incluían axiomas extralógicos, propios de la teoría formalizada, que originaban contradicciones, caso en el cual los sistemas paraconsistentes se limitaban a evitar que cada contradicción produjera una «explosión» en la que todas la fórmulas bien formadas en el sistema se volvieran teoremas de él. Un sistema de este tipo era la teoría de conjuntos sin las restricciones usuales.

Muy recientemente, da Costa se ha referido sobre el significado del término «paraconsistente» y ha dicho que "no significa exactamente «más alla de lo consistente» [...], pues significa más propiamente algo como «en el lado de» [*by the side of*], o «al lado de» [*alongside of*], de lo consistente (después de todo, hay varios significados para el prefijo griego «para»)." (da Costa / Bueno 1996a+: p. 5 [trad.])[9]. Y que más bien indica "una noción que no necesariamente va más allá y desafía lo establecido clásicamente, sino que puede de algún modo ir mano a mano [*hand to hand*] con ello." (*Ibid.* [trad.]).

Para cerrar lo relacionado con estas reuniones de lógicos, no sobra señalar que, posteriormente, los simposios latinoamericanos de lógica se han venido celebrando con cierta regularidad, y sus actas han sido un espacio destacado para la presentación de resultados relacionados con la lógica paraconsistente, como se puede ver en la sección 4 de la bibliografía. El último de estos simposios, el décimo, se celebró en Bogotá, en la Universidad de los Andes, junto con la Universidad Nacional de Colombia, en julio de 1995.

---

[8] Esto vale para el sistema de Jaśkowski y para los que hasta entonces habían desarrollado da Costa y sus colaboradores. No así para los primeros sistemas que por esa época estaban desarrollando los investigadores australianos Routley y Meyer, y tampoco valdría para otro sistema que el mismo da Costa presentaría después, como veremos al referirnos a los sistemas de «lógica dialéctica» (sec. 2.4.2 de este capítulo).

[9] Ver texto original en la nota 4.

2.2. Otros sistemas paraconsistentes

2.2.1. Primeros sistemas de otros autores

A partir de 1968, otros autores comenzaron a proponer sistemas que no aceptaban el principio del Pseudo-Escoto y que tenían como referente básico la propuesta original de da Costa, pero modificándola, buscando hacerle mejorías, lo que en algunos casos los llevó a apartarse bastante de la propuesta original, al profundizar en otros aspectos.

El primero fue el sistema planteado por el argentino Andrés Raggio (1968), construido a partir de C_n, $1 \leq n \leq \omega$, pero buscando afrontar el problema de la decidibilidad. Así surge la jerarquía CG_n, complementada con la WG_n, que permite enfrentar este problema sin las restricciones «intuicionistas» que, según considera Raggio, tenían los sistemas originales de da Costa, por haber partido de la presentación intuicionista de los postulados positivos.

El segundo sistema importante fue propuesto por Itala D'Ottaviano y da Costa (1970), el cual proponía resolver el problema de Jaśkowski sobre los sistemas inconsistentes pero no triviales por un método algo diferente, esto es, utilizando tablas de verdad trivalentes, de manera semejante al cálculo trivalente de Łukasiewicz L_3, razón por la que el nuevo sistema se denomina J_3. En este sistema se tienen dos operadores de negación, y a partir de ellos se define un tercer operador monádico; así mismo, se definen dos nuevos tipos de implicación. Entre las peculiaridades del sistema se destaca el hecho de que el principio de no contradicción es una fórmula válida en el sistema; de ahí que se haya presentando este sistema como una opción que cumple los parámetros de Jaśkowski, que, a diferencia de da Costa, nunca habló de rechazar dicho principio. En este sistema también valen las leyes de De Morgan que no valían en C_1, aunque siguen sin ser válidos el «axioma de Kolmogorov» y las formas normales de transposición o contraposición.

Buscando una interpretación intuitiva del sistema, los autores proponen considerar cómo en el proceso de elaboración de teorías científicas pueden aparecer contradicciones que después en la formulación definitiva de la teoría son eliminadas, de manera tal que a ellas se les puede dar provisionalmente un valor intermedio, como ½, hasta cuando finalmente se les pueda asignar los valores definitivos, 1 o 0 (D'Ottaviano / da Costa 1970: p. 1351). Este cálculo también toma en cuenta la propuesta de Asenjo, pero advierte que en el sistema del lógico argentino la regla del *modus ponens* no vale para la implicación, situación que es corregida en J_3 (*cf. ibid.*). Después, D'Ottaviano ha seguido profundizando en este sistema (ver D'Ottaviano 1985; 1985a; D'Ottaviano / Epstein 1990), constituyendo una alternativa tanto sintáctica como semántica en el ámbito de la lógica paraconsistente.

Un tercer sistema fue planteado por Antonio M. Sette [1973], buscando construir un sistema paraconsistente maximal, es decir, un sistema que no se trivialice a partir de una contradicción, aunque de modo que entre él y el cálculo proposicional clásico no se puede construir ningún sistema intermedio. Sette propone entonces cinco postulados que no parten de los postulados positivos del cálculo intuicionista, sino que han sido articulados para el efecto[10]. El resultado es un sistema que denomina P^1, al que si se le agrega, como otro esquema axiomático, cualquier tautología del cálculo proposicional clásico, entonces se vuelve equivalente a este último.

---

[10] Los esquemas axiomáticos de este sistema P^1 son los siguientes:

1. $X \supset (Y \supset X)$
2. $(X \supset (Y \supset Z)) \supset ((X \supset Y) \supset (X \supset Z))$
3. $(\sim X \supset \sim Y) \supset ((\sim X \supset \sim\sim Y) \supset X)$
4. $\sim (X \supset \sim\sim X) \supset X$
5. $(X \supset Y) \supset \sim\sim (X \supset Y)$

Y la única regla de deducción es el *modus ponens*.
(*Cf.* Sette [1973] 1988: p. 234).

Posteriormente, da Costa y Alves (1981, 1982) desarrollaron el sistema F, que es equivalente a P^1, que —como se puede ver en el Anexo D— se construye en una forma semejante a los otros cálculos paraconsistentes. En efecto, se parte de los postulados positivos, se le agregan los dos postulados que también están en C_ω, y el «axioma de Kolmogorov», de manera semejante a como se hizo en C_1. A éstos se le agrega un último postulado que es bastante particular: el principio de no contradicción, pero aplicable sólo a fórmulas no atómicas; esto se debe a que la semántica del sistema es trivalente y tiene un tercer valor de verdad para fórmulas atómicas contradictorias, que no es aplicable para las fórmulas moleculares. Esto lo explican los autores afirmando que en este sistema las contradicciones sólo se dan al nivel más básico, y nunca en virtud de las combinaciones propias del ámbito lógico (*cf.* da Costa / Alves 1981: p. 7).

2.2.2. Conexiones con lógicos australianos y la lógica relevante

En Australia, en la región de Nueva Inglaterra, especialmente en la ciudad de Armidale, desde la década de los sesenta se formó un grupo de investigadores en el área de lógica que comenzó a ocuparse de diversas problemáticas, surgiendo un especial interés por los casos en los que parecía no aplicarse el principio de no contradicción, así como por las paradojas lógicas (*cf.* Priest / Routley 1989: p. 55s). El primero de ellos fue L. Goddard, y luego vinieron varios investigadores entre los que se destacaría Richard Routley[11], que ahondó en estos temas utilizando como método la búsqueda de contraejemplos para las leyes lógicas (*cf.* Priest / Routley 1989: p. 55s).

Por otra parte, Robert Meyer estudió en la Universidad de Pittsburgh con Nuel D. Belnap, quien sería coautor del libro más

[11] Richard Routley, en la década del 80, cambió su apellido a Sylvan. Hecha la aclaración, utilizaré el primer apellido por ser el que está en caso todos sus escritos.

importante que se ha escrito sobre lógica relevante (Anderson / Belnap 1975). Ésta es una corriente lógica que encuentra sus raíces en la propuesta de la implicación estricta de Lewis, pero que busca superar las paradojas a que daba lugar el sistema de ese lógico norteamericano —que se mencionaron en el capítulo V—, a través de establecer una relación más estrecha que vincule el contenido del antecedente y el consecuente en los esquemas inferenciales, para así aproximarse más al uso de los condicionales en el lenguaje «natural».

Esta propuesta relevante comenzó a desarrollarse a partir de un trabajo de Ackermann[12], pero fue con el libro de Anderson y Belnap que adquirió preeminencia como otra opción en lógica[13]. En la elaboración de ese libro participó activamente Meyer, que incluso escribió algunos apartados, por lo cual se lo menciona como uno de los dos principales colaboradores. Aquí interesa resaltar que la propuesta de este libro lleva a rechazar por un lado lo que se conoce como ley paradójica '$p \rightarrow (q \rightarrow p)$', y por otro, el silogismo disyuntivo '$p, \neg p \vee q \vdash q$', en tanto se reformula el teorema de la deducción, exigiendo que se admitan como antecedentes sólo aquellas premisas sin las cuales no se podría deducir el consecuente (*cf.* Méndez 1989: p. 87; Méndez 1995: p. 239ss).

Pues bien, Meyer se fue, en 1974, a trabajar a Australia gracias a Routley —que también tuvo alguna participación en aquel libro— y se dedicaron a construir lógicas relevantes que permitieran formalizar problemas relacionados con las contradicciones; de ahí surgió la primera publicación de un sistema parconsistente de la «escuela australiana» (Routley / Meyer 1976), que examinaremos un poco más adelante al referirnos a la dialéctica y la lógica paraconsistente. Luego, estos autores establecieron

---

[12] Ackermann, Wilhelm: "Begründung einer strengen Implikation" *The Journal of Symbolic Logic* vol. 21, no. 2 (Jun. 1956) p. 113-128.

[13] El primer volumen es el citado de 1975, y el segundo volumen sólo vino a publicarse en 1993.

contacto[14] con el trabajo de da Costa en Brasil, y entonces Routley fue a Campinas en 1976 —donde participó en el III SLALM— y da Costa a Canberra en 1977 (*cf.* Arruda 1989: p. 108).

Por otra parte, Graham Priest hizo su doctorado en Londres, abordando el tema de las paradojas lógicas y los teoremas de incompletud de Gödel; en 1976 fue a Australia, donde presentó parte de sus resultados (que serían publicados después en Priest 1979). Se trataba básicamente de desarrollar un sistema polivalente, con un tercer valor para las paradojas; en este sistema se mantenían intactos los postulados clásicos, pero se modificaban las reglas de inferencia (*cf.* Miró Quesada 1988: p. 595). Priest fue escuchado por Routley y, ante la coincidencia de preocupaciones, comenzaron a trabajar juntos; esto dio origen a una relación que ha resultado ser muy fructífera pues ellos han realizado publicaciones muy importantes acerca de la lógica paraconsistente[15] y han interesado a muchas otras personas por el tema en Australia (ver Anexo F).

2.2.3. Otros sistemas de da Costa y Arruda para formalizar teorías de conjuntos

Ante los problemas que se presentaron con relación a la teoría de conjuntos y las restricciones que había que hacerle al principio de abstracción (o separación), da Costa y Arruda deciden emprender otro camino. Esto los llevó a crear una jerarquía de cinco cálculos J_1-J_5 en los que no valiera el *modus ponens*, pero que sí mantuviera el teorema de la deducción, para, a partir de ahí, construir un jerarquía de cálculos de predicados que pudiera servir de base para formalizar una teoría de conjuntos semejante a la de Zermelo-Fraenkel, pero sin las restricciones que ésta im-

[14] Según Priest / Routley 1989: p. 57, fue Makinson quien sirvió de puente.

[15] A comienzo de los ochenta decidieron publicar una antología sobre el tema; de esta idea surgió Priest / Routley (eds.) 1984 y el libro Priest / Routley / Norman (eds.) 1989, mencionado en la sec. 1 de este capítulo.

pone al principio de abstracción (o separación). Esta nueva teoría de conjuntos la llamaron ZN_n, $1 \leq n \leq 5$ y fue la propuesta del artículo Arruda / da Costa 1970; pero luego se dieron cuenta de que estos sistemas tampoco daban los resultados esperados, pues si bien no eran sistemas finitamente trivializables, en todos menos en el primero se podía demostrar que los conjuntos tomados por pares resultaban todos idénticos, lo que también invalidaba totalmente dichos sistemas. Estos resultados los publicaron en Arruda / da Costa 1974, cuya conclusión es que no parece viable un debilitamiento de la lógica clásica en el sentido que permita una formulación sin restricciones del principio de separación[16]. Después de esto, sus autores no volverían a ocuparse especialmente de estos sistemas, pero ellos sí despertarán cierto interés en algunos lógicos australianos, como se verá en breve (ver Bunder 1983; Urbas 1988; 1988a; 1990).

Paralelamente, los sistemas P y P* planteados por da Costa y Arruda en 1965, y que Arruda siguió estudiando, llamaron la atención de Richard Routley, ya que estos sistemas cumplían los requisitos de la lógica relevante, especialmente porque —como ya se dijo— en ellos no vale el teorema del reemplazo. De ahí surgió un estudio sobre la semántica de dichos sistemas por parte de Routley y Loparic (1978), adelantado en el Centro de Lógica, Epistemología e Historia de la Ciencia de la Unicamp.

Esto revivió el interés de Arruda y da Costa por estudiar estos sistemas y los sistemas próximos, que buscaban evitar la trivialización por la paradoja de Curry. Entonces, vuelven a tratarlos en un escrito sobre la parte sintáctica de tales sistemas, texto que será publicado después de la muerte de la profesora Arruda y que sería su última publicación conjunta (Arruda/ da Costa

[16] "Évidemment, on peut modifier les postulats spécifiques de ZN_n, $2 \leq n \leq 5$, pour surmonter ces difficultés; cependant, les systèmes ainsi obtenus sont artificiels. En résumé, si l'on veut conserver une partie raisonnable des principes de la logique classique, le schéma de la séparation, sans restrictions convenables, ne peut pas être employé avec une logique sousjacente affaiblie par la suppression de la règle de modus ponens." (Arruda / da Costa 1974: p. 186).

1984). En él se muestra que efectivamente estos sistemas no son finitamente trivializables y que, si a partir de ellos se construyen sistemas de cálculo de predicados y se les agrega el principio de abstracción (o separación) sin restricciones, entonces los sistemas así obtenidos no son triviales, con lo que se obtenía en cierta medida la meta que se había propuesto. Sin embargo, también se vio que dichos sistemas resultaban muy débiles y no parecían tener mayor utilidad matemática (*cf.* Arruda / Batens 1982: p. 131), lo cual iba fuertemente en contra de lo que se aspiraba con ellos.

Luego, tanto Arruda como da Costa publicaron por separado los resultados de lo que hasta entonces se había logrado a partir de la idea de utilizar sistemas lógicos paraconsistentes para formalizar teorías de conjuntos. En primer lugar, Arruda presentaría una ponencia, que se publicaría como Arruda 1985a, en el que vuelve a estudiar los sistemas originales de da Costa con todas las modificaciones que él y ella misma les habían hecho para superar los problemas que se habían detectado. Al final, llega a dos conclusiones: primera, en los sistemas de la familia NF_n y ZN_n parece necesario formular el principio de abstracción de igual manera como se formula en la teoría original de Quine-Rosser (*cf. ibid.* p. 9); y segunda, no es posible construir un sistema de este tipo que permita formalizar el conjunto de Russell y que no incluya el conjunto universal (*cf. ibid.* p. 22). Esto último se debe a que la formulación del conjunto de Russell no resultaba compatible con una formulación general del principio de abstracción, y además si se articula este conjunto con el principio del tercero excluido, da lugar al conjunto universal (*cf.* Arruda y Batens 1982: p. 131). A este respecto debe recordarse que en la línea de Zermelo-Fraenkel, así como en la de Quine-Rosser, se trata de evitar el conjunto universal, pues como aclara Arruda "teorías de conjuntos sin un conjunto universal pueden ser consideradas más ricas y más interesantes que las que tienen conjunto universal" (Arruda 1985a: p. 22 [trad.]).

Como se ve, son resultados que van en contra de lo que se había propuesto; pero luego, Arruda escribió otro artículo, ahora con Batens donde se aclara que esto no quiere decir que la aproximación paraconsistente a la teoría de conjuntos haya sido un fracaso total, pues sigue siendo una herramienta útil para estudiar ciertos casos, como cuando en una teoría que se suponía consistente de pronto emerge una inconsistencia, situación en la cual una aproximación paraconsistente será útil mientras no se haya podido crear una teoría consistente que reemplace esta teoría (*cf.* Arruda / Batens 1982: p. 132). Los autores señalan, además, que en el contexto de «programa paraconsistente» no se esperaba que la lógica paraconsistente fuera una solución en la que no se tuvieran que enfrentar problemas difíciles y resultados indeseados. De hecho, no se trata de un «remedio asombroso» [*wonderful remedy*], sino de algo sobre lo que hay que trabajar para ir profundizando en las soluciones que puede aportar (*cf. ibid.*); y, en la medida en que se aprenda de esos fracasos, se irán abriendo las puertas para desarrollar teorías que logren subsanar esos problemas, siempre bajo el criterio de tratar de no pagar un costo deductivo demasiado grande.

Da Costa, por su parte, vuelve sobre el tema (1986a) para reformular sus sistemas NF_i, $0 \leq i \leq \omega$ y para mostrar que, a pesar de todo lo anterior, hay algunos logros importantes. En efecto, antes se había visto que si estos sistemas no eran triviales, entonces el sistema clásico correspondiente era consistente; ahora logra mostrar lo contrario, que es mucho más importante: si los sistemas de teoría de conjuntos en los que se basan estos sistemas de da Costa son consistentes, entonces los respectivos sistemas paraconsistentes no son triviales. Además, estos sistemas son más fuertes que los clásicos, en el sentido de que todo lo que se puede hacer con las teorías clásicas también se puede hacer con las paraconsistentes (*cf. ibid.* p. 361).

La conclusión de este artículo es un apartado llamado "El programa paraconsistente", donde da Costa resalta que la princi-

pal preocupación de la teoría de conjuntos paraconsistentes no era poder hacer posible la existencia de los conjuntos que causaban problemas en la teoría «ingenua» de conjuntos, como el conjunto de Russell, sino que la característica más importante estaría en la posibilidad de "manejar las extensiones de predicados 'inconsistentes' que pueden existir en el mundo real o que son inherentes en ciertos universos del discurso en los campos de la ciencia y la filosofía." (*Ibid.* p. 369 [trad.])[17].

En este sentido, trae a colación la aserción dialéctica acerca de la existencia de contradicciones en la realidad, así como la necesidad de manejar contradicciones en algunas teorías psicoanalíticas, y la teoría de lo objetos de Meinong; pero, en seguida, hace la siguiente aclaración:

> La lógica paraconsistente no puede por sí misma probar que estos constructos teóricos son legítimos, y que ciertos dominios del conocimiento están de hecho involucrados con contradicciones insuperables. La contribución de la lógica paraconsistente es más modesta, aunque de gran importancia: muestra que las inconsistencias pueden no siempre ser consideradas como dificultades aparentes, eliminables en principio como falacias o errores, apelando solamente a la lógica. En otras palabras, si es el caso que las contradicciones siempre se pueden superar sin residuos indeseables, este hecho no se puede establecer basándose sólo en fundamentos lógicos. (*Ibid.* p. 369 [trad.])[18].

---

[17] "In this part of the paper I make some remarks on the paraconsistent programme. The main concern to paraconsistent set theory is not to make possible the existence, and thereby the investigation, of some sets which cause trouble in naive set theory, such as Russell's set, Russell's relations and the set of all non-k-circular set (k=1,2,...). On the contrary, the most important characteristic of paraconsistent set theory is that they allow us to handle the extensions of 'inconsistent' predicates which may exist in the real world or are inherent in some universes of discourse in the fields of science and philosophy." (da Costa 1986a: p. 369).

[18] "Of course, paraconsistent logic by itself can not prove that such theoretical constructions are legitimate and the some domains of knowledge are in fact involved in unsurmountable contradictions. The contribution of paraconsistent logic is more modest, though of great importance: it shows that inconsistencies

En suma, la lógica paraconsistente tenía dos móviles principales: uno matemático-formal y otro más relacionado con la actividad científica y filosófica. Entre ellos, el segundo —asevera da Costa— era el más importante, y es donde ha resultado ser más fructífera, por lo que éste tiene que ser el parámetro fundamental a la hora de juzgar el «programa paraconsistente» (*cf. ibid.* p. 370).

Estos artículos, en cierta medida, cerraron toda una época de trabajo de Arruda y da Costa sobre el tema, pues ella murió en 1983 después de escribirlos, y da Costa desde antes de 1985 se dedicó principalmente a trabajar en otros temas[19], modificando así la orientación que hasta entonces había guiado su trabajo; en virtud de esto, sus investigaciones ya no se radicarían propiamente en el campo de la lógica paraconsistente, aunque han revertido sobre ella, como veremos al final de este capítulo.

Ahora bien, por el lado de los autores del ámbito australiano se ha continuado profundizando en distintas teorías de conjuntos paraconsistentes; como resultado de esto, ellos han visto que es

---

can not always be considered as apparent difficulties, eliminable in principle as fallacies or errors, by an appeal to logic alone. In other words, if contradictions can always be overcome without residues, then it is impossible to establish this fact relying solely on logical grounds.

What I am trying to say is that the paraconsistent programme should not be judged solely by mathematico-formal features of the paraconsistent set theories (for example, if they allow to demonstrate the existence of infinitely many 'pathological' sets, if Russell's set does exist and, supposed its existence, if it is identical or not to the universal set), but above all by their aptness to cope with *concrete* problems. That is, problems originated from the vicissitudes of inquiry, in the domains of science and of philosophy, such as those mentioned above." (da Costa 1986a: 369).

[19] Estos temas han sido principalmente los siguientes: lógica inductiva y probabilidad (ver da Costa 1981; 1986b; 1987a; 1989b y da Costa / French 1989), fundamentos de la ciencia, especialmente alrededor de la noción de «verdad pragmática» (ver da Costa 1982b; 1986b; 1989b; Mikenberg / da Costa / Chuaqui 1986; da Costa / Chuaqui 1991), estructuras axiomático-deductivas articuladas para formalizar teorías científicas, particularmente las teorías físicas, en trabajo conjunto con Francisco A. Doria, y los resultados metateoréticos que por ellas se pueden obtener (ver da Costa / Doria 1991; 1992; 1992a; 1994).

posible crear una jerarquía entre las lógicas que rechazan lo que presentan como el principio «*ex falso sequitur quodlibet*» (que sabemos que es una de las formas del Pseudo-Escoto), donde primero estarían las lógicas que aceptan el silogismo disyuntivo y luego las que lo excluyen; estas últimas, a su vez, se pueden dividir entre las que aceptan el principio de absorción '$[p\rightarrow(p\rightarrow q)]\rightarrow(p\rightarrow q)$', como la de Anderson y Belnap, y las que lo rechazan, como las denominadas «lógicas profundamente relevantes» [*depth relevant logics*]. Este principio de absorción —como vimos antes— es el que permite deducir la paradoja de Curry; entonces, estos últimos sistemas lógicos pueden servir de base para una teoría de conjuntos que no sea finitamente trivializable; entre éstas se destaca la «teoría dialéctica de conjuntos» que ha desarrollado especialmente Brady[20]. Respecto a estos sistemas relevantes se debe aclarar que si bien en ellos la negación tiene la mayoría de las características de la negación normal (*cf.* Priest / Routley 1989b: p. 180), se los ha criticado por tener un ámbito de aplicabilidad matemática muy limitado[21].

En un plano general, se puede decir que el desarrollo de la lógica paraconsistente había mostrado que, entre los sistemas de teoría de conjuntos, existe una jerarquía que comienza por las teorías clásicas que son trivializables por un conjunto inconsistente —y también a partir de la paradoja de Curry-Moh Shaw Kwei—, pero que son suficientemente fuertes para fundamentar la matemática; luego se pasa por las distintas teorías paraconsistentes con sus distintos tipos de trivialización, que pueden llegar incluso a evitar la trivialización a partir de un conjunto inconsistente, pero que siempre se trivializan en virtud de la citada paradoja; y se llega, finalmente, a las teorías de conjuntos basadas en las lógicas que no aceptan el principio de absorción y que, por lo

[20] Ver Brady, R.T. / Routley, R.: "The Non-triviality of Extensional Dialectical Set Theory", en Priest / Routley / Norman (eds.) 1989: p. 415-436. Brady, R. T.: "The Non-Triviality of Dialectical Set Theory", en Priest / Routley / Norman (eds.) 1989: 437-471.

[21] Ver por ejemplo la entrevista al profesor Newton da Costa, en el Anexo E.

tanto, no son ni siquiera trivializables en virtud de esa paradoja, pero que no pueden darle una fundamentación adecuada a la matemática. En suma, mientras más útil es una teoría para fundamentar la matemática, resulta más fácilmente trivializable, y en la medida en que sea más difícil trivializarla, menos sirve para fundamentar la matemática.

Posteriormente, da Costa ha vuelto sobre el tema, en trabajos conjuntos con algunos de sus alumnos que se han interesado especialmente en la teoría de conjuntos. A principios de los noventa, publicó un artículo con Luis Paulo De Alcântara, que comienza así: "En esta nota presentamos lo que esperamos que sea la versión definitiva de los sistemas NF_n, $1 \leq n \leq \omega$" (da Costa / De Alcântara 1991/2: p. 78). El sistema se construye de forma semejante a los anteriores, pero con dos peculiaridades importantes: primera, el principio de separación (o abstracción) queda tal cual está formulado en *New Foundations* de Quine; y segunda, es posible introducir todos los conjuntos particulares que se quiera, agregando nuevos postulados, y en estos sistemas se introduce la versión generalizada del conjunto de Russell[22]. Así, por un lado la existencia del conjunto de Russell no depende del postulado de separación, el cual, tal como está formulado, evita el surgimiento de paradojas como la de Curry; y, por otro, al ser la lógica subyacente un sistema paraconsistente, esta introducción de conjuntos inconsistentes aparentemente no lleva a la trivialización de esta teoría de conjuntos (*cf.* da Costa / De Alcântara 1991/2: p. 78s).

Últimamente, da Costa ha estado trabajando sobre teoría de conjuntos, esta vez con sus actuales colaboradores más inmedia-

---

[22] A los postulados del cálculo paraconsistente de predicados con identidad se le agregan los tres postulados particulares de NF_i : los dos primeros son el principio de extensionalidad y el de separación, que siguen la formulación clásica, y el tercero se presenta así:
"Existence of Russell's classes: $\exists y \forall x_1,...,\forall x_n\ (<x_1,...,x_n> \in y \equiv <x_1,...,x_n> \notin x_i)$, for i = 1,...,n, where $< x_1,...,x_n >$, for n > 1, is the ordered *n*-tuple of $x_1,...,x_n$ and, for n = 1, we put $< x_1 > = x$." (da Costa / De Alcântara 1991/2: p. 79).

tos actualmente: Jean-Yves Béziau y Otávio Bueno. Como resultado, se publicará próximamente un artículo (da Costa / Béziau 1995+) y un libro (da Costa / Bueno / Béziau 1996+) en los que, a juzgar por sus títulos, se revisa toda la problemática.

2.2.4. Sistemas no adjuntivos

2.2.4.1. Sistemas discursivos

Cuando estudiamos el sistema propuesto por Jaśkowski, vimos que era no adjuntivo en el sentido de que no aceptaba que de la afirmación de dos proposiciones se pasara a la afirmación de su conjunción. Esta opción no adjuntiva, con la utilización de operadores modales, fue estudiada y profundizada por da Costa con los lógicos polacos Dubikajtis y Kotas, como se mencionó al final del capítulo VIII. En efecto, desde la primera axiomatización, en da Costa / Dubikajtis 1968, han obtenido una serie de resultados interesantes (ver D'Ottaviano 1990: p. 107ss). Entre ellos merece especial atención la axiomatización hecha en da Costa 1975 de un cálculo proposicional discursivo J, y su extensión al cálculo de predicados J*. Estos sistemas mostraron una forma muy sencilla de establecer relaciones entre los sistemas discursivos y los sistemas modales habituales, comenzando por la relación ya planteada por Jaśkowski con el sistema S5 de Lewis, para seguir luego con los demás sistemas modales, hasta el punto que se pueden estructurar sistemas discursivos a partir de los diversos sistemas modales, por medio de anteponer a los enunciados de los «sistemas modales normales»[23] el operador modal de posibilidad (*cf.* Kotas / da Costa 1977: p. 57). Así surge un mapa de los sistemas discursivos duales de los sistemas modales generalmente conocidos (ver Kotas / da Costa 1989: p. 229).

[23] "By a normal modal system we mean a set of modal propositional formulas which is closed under substitution, detachement (sic) for material implication and the rule of Gödel, i.e., the rule: *If A, then LA.*" (Kotas / da Costa 1977: p. 58).

Recientemente, Newton da Costa y Francisco Doria publicaron un artículo llamado "On Jaśkowski's Discussive Logics" (1995), en el que se abordan comprehensivamente los sistemas discursivos[24]. Se presentan nuevamente el cálculo proposicional J (*cf.* da Costa / Doria 1995: p. 44ss) y el cálculo de predicados de primer orden J* (*cf. ibid.* p. 49s), ambos basados en el lenguaje del sistema modal S5. Este nuevo estudio está encaminado a aplicar dichos sistemas a dos de los problemas que más han preocupado a da Costa en los últimos años: la noción de «verdad pragmática» y los fundamentos de la física, como veremos al final de este capítulo.

2.2.4.2. Mundos posibles no estándar de Rescher

Nicholas Rescher ha sido uno de los mayores impulsores de las lógicas no clásicas[25], y paralelamente ha reivindicado los planteamientos idealistas en la línea de Hegel, tratando, en cierta medida, de revivir una tradición indudablemente minoritaria en Gran Bretaña y los Estados Unidos[26]. Entonces, era de esperarse que él desarrollara una posición próxima a la de la lógica paraconsistente, y efectivamente la posibilidad de incluir contradicciones en la sistematización del conocimiento es un tema que le ha preocupado especialmente. No obstante, la posición de este autor al respecto se ha ido modificando paulatinamente, desde sus primeras inquietudes[27], pasando por sus libro *La primacía de*

---

[24] Recuérdese lo que se dijo en el capítulo VII con respecto a la traducción al español de este término. En este artículo los autores proponen en inglés tres denominaciones paralelas, aunque prefieren la primera: «*discussive*», «*discursive*» y «*discoursive*».

[25] Aparte de Rescher 1968, puede verse Rescher, N.: *Many-Valued Logic* (New York: McGraw-Hill, 1969); Rescher, N. / Urquhart, A.: *Temporal Logic* (New York, Wien: Springer Verlag, 1971).

[26] Ver Rescher, Nicholas: *Conceptual Idealism* (Oxford: Basil Blackwell, 1973). Rescher, N.: *Dialectics: A Controversy-Oriented Approach to the Theory of Knowledge* (Albany: State of New York University Press, 1977).

[27] Primero, Rescher, N.: *Hypothetical Reasoning* (Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1964); y, luego, Rescher / Manor 1970.

la práctica ([1973] 1980) y *Sistematización cognoscitiva* ([1979] 1981), hasta llegar a los planteamientos más recientes (Rescher / Brandom 1980; Rescher 1988).

En su libro de 1973, Rescher planteaba como una conjetura la posibilidad de estructurar una lógica en la que no valiera el principio de no contradicción[28] —de donde se ve que no sabía que esa conjetura ya se había realizado en la lógica paraconsistente—, aunque en ese entonces descarta tal posibilidad[29]. Unos pocos años después cambia en parte su posición, aceptando que puede haber alguna forma de manejar contradicciones dentro de los sistemas lógicos, y que el enfrentamiento no es necesariamente con el principio de (no) contradicción, sino con el fenómeno de la trivialización. Además, afirma que:

> No hay ningún impedimento *lógico* (esto es, puramente teórico) decisivo en una visión de los sistemas que implique caracterizar una naturaleza inherentemente inconsistente. Un sector cada vez mayor de teorizadores lógicos recientes ha llegado a indicar que la difusión automática de la contradicción no es verdadera en general, sino sólo al establecer un marco particular de la maqui-

---

[28] "Con respecto a esta cuestión [la de si se podría abandonar la ley de (no)contradicción] quizás le resulte tentador a la mente contemporánea razonar como sigue:

Varios sistemas de lógica deductiva alternativos a la lógica de dos valores tradicional se han propuesto en este siglo. Según esto, es posible que hubiera alguna «alternativa lógica» perfectamente viable en la que la Ley de Contradicción no pudiera obtenerse. ¿No podría ser de tal modo el curso de los acontecimientos que nos indujera a adoptar como «correcta» esa lógica no estandarizada, llevándonos por eso a abandonar la Ley de Contradicción?" (Rescher [1973] 1980: p. 104).

[29] "El sendero que prefiero seguir porque me parece una alternativa intelectual más cómoda, es obtener la Ley de Contradicción a partir de los criterios intencionales para los sistemas lógicos. De acuerdo con esto, se mantendrá que un sistema propuesto de lógica deductiva simplemente no podrá servir a las intenciones de caracterización de tales sistemas si no satisfaciera (sic) la Ley de Contradicción. Esto es, ningún sistema de lógica que tolerara la verdad concurrente de una proposición y de su negación podrá responder a las intenciones para las que están instituidos tales sistemas dentro de la armazón de la investigación racional." (Rescher [1973] 1980: p. 105s).

> naria lógica generalmente caracterizada ahora como «clásica». (Rescher [1979][30] 1981: p. 197s).

Y, para apoyar esto, cita un pasaje del primer artículo de Routley y Meyer[31] (1976), al cual antes se aludió y que estudiaremos en la sec. 2.4.2.1.

Por ese entonces, Rescher le estaba dirigiendo la tesis de doctorado a Diego Marconi, un estudiante italiano que investigaba sobre la contradicción y el lenguaje de la dialéctica hegeliana, y que también estaba editando un libro sobre la formalización de la dialéctica. Esa tesis[32] fue defendida el año de 1979, y F. G. Asenjo actuó como jurado; en ella se menciona a da Costa y la lógica paraconsistente, y se le agradece a Belnap y Rescher por la ayuda que prestaron al autor para entenderla[33]. Por su parte, el libro (Marconi [ed.] 1979) fue publicado un poco antes de la defensa de la tesis y era una recopilación de textos de distintos autores que incluía —como se mencionó al comenzar este capítulo— un artículo de Rescher[34] en el que se sugerían los lineamientos de su nueva posición.

En ese artículo están las bases de lo que luego Rescher desarrollaría en un libro, en coautoría, dedicado al tema: *The Logic of Inconsistency* (Rescher / Brandom 1980). En la primera parte, escrita por Rescher, se estudian diversos problemas relacionados con el manejo de contradicciones. Es, sin duda, un libro interesante, que requeriría un estudio por separado; pero aquí se debe señalar que, en este texto, Rescher afirma haber llegado, independientemente de otras corrientes, a cuestionar el principio de

---

[30] Si bien el libro fue publicado en 1979, el prefacio es de noviembre de 1977.

[31] Rescher era profesor en la Universidad de Pittsburgh, universidad donde estudió Meyer.

[32] Marconi, Diego: *Contradiction and the Language of Hegel's Dialectic: A study of the «Science of Logic»* (Ph.D. Thesis, University of Pittsburgh, 1979).

[33] *Op. cit.* p. iii.

[34] "Mundi possibili non standard", en Marconi (ed.) 1979: p. 354-416.

adjunción [*adjunction principle*], pero distinguiendo entre tres formulaciones:

1) Principio deductivo: $P, Q \vdash P \wedge Q$

2) Principio semántico: $t(P), t(Q) \Rightarrow t(P \wedge Q)$

3) Principio metateoremático: $\vdash P, \vdash Q \Rightarrow \vdash P \wedge Q$

De ellas sólo rechaza la segunda, donde $t(P)$ simboliza lo que sería el «operador de verdad»[35]; es decir, él sólo rechaza el que a partir de la verdad independiente de dos premisas, se pueda inferir la verdad de su conjunción. Para esto se vale de la construcción de una semántica basada en la teoría de los mundos posibles, en la que las premisas no se tomen «colectivamente» sino «distributivamente».

Resulta, entonces, un sistema semejante al de Jaśkowski, en la medida en que ambos rechazan alguna formulación del principio de adjunción, aunque de forma diferente, pues Jaśkowski lo rechaza a nivel sintáctico, mientras Rescher lo hace a nivel semántico. Ambos sistemas tienen otra semejanza: aceptan la forma tradicional del principio del Pseudo-Escoto, siempre y cuando en el sistema ya se haya dado una fórmula que sea la conjunción de dos proposiciones contradictorias, caso en el cual se puede deducir cualquier otra proposición (*cf.* Rescher / Brandom 1980: p. 15ss); pero ambos rechazan que de la afirmación por separado de dos enunciados contradictorios —para el lógico polaco—, o de la verdad de dos enunciados contradictorios —para el norteamericano—, se pueda deducir cualquier otro enunciado, o la verdad de cualquier otro enunciado, respectivamente.

A pesar de esta coincidencias, poco se refiere Rescher a los sistemas de lógica paraconsistente, ubicándolos en el ámbito de

---

[35] El texto lo define así:

$t_{\omega}(P)$ si y sólo si $[P]_{\omega} = +$

es decir que el operador de verdad *t* se le puede aplicar a *P* en relación con el mundo ω si y sólo si el estado de cosas designado por *P* se da en ese mundo ω (*cf.* Rescher / Brandom 1980: p. 7 y 15).

las «lógicas simbólicas dialécticas»[36]. Trae a cuento estos sistemas para mostrar cómo se ha ido desarrollando una nueva actitud más tolerante hacia las inconsistencias. Pero rápidamente distingue su aproximación de la propuesta por la lógica paraconsistente, enfatizando que en su sistema no es necesario cambiar en nada la sintáctica clásica y los principios que históricamente se han tenido por ciertos[37].

Así pues, se puede decir que la propuesta de Rescher surge en virtud de criterios diferentes a los de la lógica paraconsistente, pero se aproxima a ella en la medida en que evita —de alguna manera— la trivialización a partir de proposiciones contradictorias independientes. De hecho, rechaza la demostración de Lewis de que a partir de una contradicción se sigue cualquier cosa, pues en ella, al usarse el silogismo disyuntivo, se hace una lectura «colectiva» de las premisas; es decir, se toma la verdad de *no-p* en conjunto con la verdad de '$p \vee q$'; además, el principio del Pseudo-Escoto se suele aplicar partiendo de dos premisas contradictorias independientes, de las que se hace un lectura colectiva, y sólo así se lo puede formular en su forma habitual: '$(p \wedge \neg p) \rightarrow q$' (*cf. ibid.* p. 21s). La propuesta de Rescher es mantener ambas aseveraciones de forma independiente, en un posible mundo inconsistente, de manera tal que puedan existir de

---

[36] Conforme con lo que hemos visto, esta denominación es bastante deficiente, porque sólo abarca una de las orientaciones de lo que hasta entonces se había hecho, y que sólo sería más desarrollado de ahí en adelante, como veremos en breve. Parece claro que esta clasificación está estrechamente relacionada con las preocupaciones de Marconi.

[37] "A striking conclusion emerges when our present theory of inconsistent possible worlds is viewed against the background of these dialectical logics. Despite their shared concern for making the acceptance of inconsistency a rationally viable option, these two lines of approach are entirely disjoint from one another. *For the present approach* —as we have seen— *dispenses entirely with any need to modify the principles of classical logic.* Despite its provisions of a non-standard ontology and a non-standard semantics, nevertheless, at the crucial level of logical machinery, it requires no innovations or renovations whatsoever." (Rescher / Brandom 1980: p. 58).

forma paralela realidades que se contradigan entre sí, pero no sería aceptable que se junten en una afirmación autocontradictoria, o sea en una proposición que sea en sí contradictoria[38].

La vinculación directa que tiene esta propuesta lógica de Rescher con sus reflexiones sobre la racionalidad, será analizada en la sección 6.4 del próximo capítulo.

2.3. Desarrollo semántico de la lógica paraconsistente

2.3.1. Semánticas polivalentes

Como hemos visto, las primeras propuestas de da Costa se construyeron sintácticamente, sin una semántica particular; sólo después se fueron desarrollando distintas opciones semánticas para esos sistemas. Esta situación es habitual con los sistemas lógicos: así sucedió con el método de las tablas de verdad para la lógica clásica y con el desarrollo de la semántica de mundos posibles para la lógica modal. En sentido contrario, quizás el caso más notorio es el de la lógica polivalente, que surgió como una innovación semántica[39].

No obstante, se debe tener en cuenta que, desde los primeros intentos en *Sistemas Formais Inconsistentes*, los sistemas paraconsistentes se vincularon con tablas de verdad polivalentes, para probar que ciertas fórmulas eran deducibles en ellos y también para probar propiedades a nivel metalingüístico (*cf.* da Costa 1963, 1993: p. 12 y 18). Pero el primer sistema que tuvo una

---

[38] "Our ontological posture is that an inconsistent world might include two distinct but *mutually* inconsistent states of affairs, but that a single *self-consistent* (sic) [posiblemente es un error de imprenta, pues sólo tiene sentido si se dice *self-inconsistent*] circumstance simply cannot qualify as a «state of affairs» capable of inclusion in a possible world." (Rescher / Brandom 1980: p. 19).

[39] Algo semejante habría pasado con la lógica intuicionista, si se toma en cuenta que lo primero fue el *sentido* matemático de la propuesta de Brouwer, que sería lo que se buscó formalizar con los sistemas axiomáticos intuicionistas; aunque después vendrían las semánticas propiamente tales de Heyting y Kripke. Actualmente, la teoría de modelos abstractos es otro caso en que la motivación originaria es de carácter semántico. Estas precisiones me fueron sugeridas por el profesor Fernando Zalamea.

motivación semántica importante fue el sistema J_3, que tenía como referente el sistema trivalente de Łukasiewicz. Como se recordará, este sistema fue planteado en D'Ottaviano / da Costa 1970 y luego desarrollado por la profesora Itala D'Ottaviano. La relación con la semántica polivalente también estaba ya presente en la propuesta original de Asenjo, que después profundizaría en una nueva presentación de su «lógica de las antinomias» en Asenjo / Tamburino 1975. También el sistema P^1 de Sette [1973] estaba caracterizado por tablas de verdad trivalentes, semejantes a las que da Costa había presentado para C_1.

2.3.2. Semántica de las valuaciones

Si bien la vinculación de los sistemas inconsistentes con una semántica de varios valores de verdad era viable, se comenzó a ver que no era el único camino posible y que quizás resultaba mejor desvincular la propuesta paraconsistente de la polivalente. Las primeras inquietudes claras en este sentido estaban encaminadas a buscar un método de decidibilidad para los distintos sistemas de da Costa, siendo la primera publicación en este sentido un artículo de Raggio (1968). Otra propuesta semejante fue presentada por Fidel (1977).

No obstante, la propuesta que tomó mayor relieve como una semántica propia de la lógica paraconsistente, que permitiera establecer un método de decidibilidad de los distintos cálculos, fue la desarrollada por da Costa, junto con su entonces estudiante de postgrado, Elias H. Alves, proyecto en el que también participaron Arruda y Loparic. En efecto, lograron desarrollar, en una serie de textos[40], una semántica particular para los distintos cálculos de la jerarquía C_n, $1 \leq n \leq \omega$ y los cálculos relacionados, . Esta propuesta siguió la línea de las semánticas de Henkin, utilizando el método de las «valuaciones» o de las «validacio-

[40] Ver da Costa / Alves 1976, da Costa / Alves 1977, Arruda / da Costa 1977, Loparic 1977, Loparic 1978, Loparic / Alves 1980.

nes»[41]; la idea básica consiste en establecer —como es habitual— una función que va del conjunto de fórmulas de un cálculo al conjunto {0,1}, de manera tal que se define en qué casos la valuación tendrá el valor 1 (designado) y en qué otros tendrá el valor 0; a partir de eso se establece un mapeo acorde con las motivaciones que subyacen a los postulados de los cálculos paraconsistentes[42]. Este sistema resultó muy útil, pues si bien no permite establecer procedimientos de decidibilidad por matrices finitas, sí dio lugar a un procedimiento por «cuasi-matrices»[43].

Para nuestros efectos, interesa señalar que esta propuesta, de cierto modo, generaliza la semántica tradicional, en la medida en que se toma en cuenta que pueden existir fórmulas que son «clásicas» y otras que no lo son. Además, casi todos los operadores son definidos de forma clásica y la única discrepancia es con respecto al operador de negación (ver Priest / Routley 1989b: p. 162). En efecto, si bien cuando un enunciado tiene el valor antidesignado, entonces su negación, al igual que en el caso clásico, tendría el valor designado —así al menos una de los dos resulta «verdadera»—, la diferencia está en el caso en el que un

---

[41] *Valuation*, en francés; *valuation*, en inglés; *validação*, en portugués.

[42] "Definición: sea $\mathbf{F}$ el conjunto de fórmulas de C_n, $1 \leq n \leq \omega$; una valuación para C_n es una función v: $\mathbf{F} \rightarrow \{0,1\}$ tal que:

1) Si $v(A) = 0$, luego $v(\neg A) = 1$,
2) Si $v(\neg \neg A) = 1$, luego $v(A) = 1$,
3) Si $v(B^{(n)}) = v(A \supset B) = v(A \supset \neg B) = 1$, luego $v(A)=0$,
4) $v(A \supset B) = 1$ si y sólo si $v(A) = 0$ ó si $v(B) = 1$,
5) $v(A \,\&\, B) = 1$ si y sólo si $v(A) = v(B) = 1$,
6) $v(A \vee B) = 1$ si y sólo si $v(A) = 1$ ó si $v(B) = 1$,
7) Si $v(A^{(n)}) = v(B^{(n)}) = 1$, luego
$v((A \supset B)^{(n)}) = v((A \,\&\, B)^{(n)}) = v((A \vee B)^{(n)}) = 1$.

Definición: Una valuación v es un *modelo* de un conjunto de fórmulas Γ si, y sólo si, $v(A) = 1$ para cada A en Γ. $\Gamma \models A$ significa que $v(A) = 1$ en cada valuación v, que es un modelo de Γ." (Arruda 1980: p. 15; trad. 1988: p. 173).

[43] Las peculiaridades de este procedimiento se pueden consultar en los textos antes citados y, además, en el apéndice II de da Costa 1980a: p. 251-255, donde se hace una exposición clara y sucinta al respecto; algo aún resumido está en D'Ottaviano 1990: p 117ss.

enunciado tenga el valor designado, pues entonces su negación no tiene que tener el valor contrario, es decir, si se parte de una afirmación «verdadera», también puede ser «verdadera» su negación, lo cual es muy diferente a la versión clásica[44]. Algo semejante ocurre con la doble negación, pues en esta propuesta vale que si se parte de que es «verdadera» la negación de la negación de una proposición, entonces la proposición originaria es también «verdadera», pero no ocurre lo mismo en sentido contrario[45]; esto corresponde al hecho de que en la jerarquía C_n es un postulado la eliminación de la doble negación '$\neg\neg p \rightarrow p$', pero no la introducción de la doble negación '$p \rightarrow \neg\neg p$', que no es deducible en ninguno de sus cálculos.

El sistema tiene entonces un espacio de indeterminación, en la medida en que si un enunciado tiene el valor designado —lo que se entiende normalmente por verdadero—, no se puede saber si su negación tendrá el valor designado o no —no se sabría si es verdadera o falsa—, ni tampoco con respecto a su doble negación[46]. Pero, a pesar de este espacio de indeterminación, se puede decidir si un enunciado cualquiera hace parte del sistema en la medida en que se puede ver, haciendo las sustituciones posibles, si en todos los casos tendrá como valor resultante el valor designado, pues ante cada asignación de verdadero como valor se ve

---

[44] La diferencia con la versión clásica en las reglas antes citadas —donde 1 es el valor «designado»— se presenta básicamente en la primera, pues ella se formuló así:

Si $v(A) = 0$, entonces $v(\neg A) = 1$,

y en la versión clásica en vez de poner ese condicional metalingüístico, se pondría un bicondicional:

$v(A) = 0$ si y sólo si $v(\neg A) = 1$.

[45] Sucede, con respecto a la segunda regla, lo mismo que se planteó en la nota anterior.

[46] Por esto se ha dicho que esta semántica no es recursiva, en la medida en que, para ciertos enunciados compuestos —por ejemplo '$\neg p$'—, no se puede definir su valor de verdad exclusivamente en términos de sus componentes —*p* en este caso—; y que, además, su negación (débil) no es una negación extensional, sino una negación intensional, de algún tipo (ver Priest / Routley 1989b: p. 163s).

qué pasa si se toman ambos valores posibles de su negación o de su doble negación, según el caso (ver da Costa / Alves 1977). Resulta un procedimiento más dispendioso que el de las tablas de verdad tradicionales, pero que también se constituye en un procedimiento de decisión para los distintos cálculos proposicionales.

El método de las valuaciones se articuló originalmente para la jerarquía de cálculos proposicionales, pero luego fue extendido para distintos sistemas de cálculo de predicados: en da Costa / Alves 1982, Alves 1984 y Arruda / da Costa 1994 se lo extendió a cálculos paraconsistentes de predicados de primer orden, vinculándolo estrechamente con la teoría clásica de modelos, y en da Costa / Loparic (1984) se dio una versión generalizada que también resulta aplicable, con las adaptaciones correspondientes, a los cálculos de predicados de orden superior (*cf.* D'Ottaviano 1990: p. 121). Ahora bien, esta extensión no llega hasta el punto de poder dar un procedimiento efectivo de decisión, igual que tampoco se puede dar clásicamente para elcálculo de predicados (en general) de primer orden, como se demostró con el teorema de Church (ver Marciszewski [ed.] 1981: p. 279).

Nicola Grana escribió un pequeño libro (Grana 1990) con la idea de hacer una presentación global de la teoría de las valuaciones, para lo cual recogió lo presentado en un seminario dado por el profesor da Costa en la Universidad de Nápoles en 1989 y, además, incluyó una traducción de da Costa / Alves 1977. Por su parte, da Costa ha escrito recientemente con Jean-Yves Béziau un artículo (da Costa / Béziau 1994) en el que se hace un amplio desarrollo de la teoría de las valuaciones, partiendo de las nociones básicas de los sistemas lógicos, hasta llegar a problemas actuales fundamentales; sin duda, éste está llamado a convertirse en el texto de referencia con respecto a esta propuesta semántica.

2.3.3. Método de las «tablas» y semántica de la verdad por «default»

Posteriormente, se ha desarrollado otro procedimiento de decisión basado en el método analítico o de *Tableaux*[47], primero por Diego Marconi (1980) y luego por Walter Carnielli, junto con otros investigadores —radicados en Francia—, que han hecho una propuesta particular que denominan «semántica de traducciones»[48]. Ésta es una propuesta interesante que busca simplificar la semántica para los sistemas paraconsistentes, por la utilización tanto del sistema analítico de pruebas por tablas, como del concepto de verdad por *default*. Esto último quiere decir que, en principio, todas las proposiciones son verdaderas, salvo que exista una prueba de su falsedad, o sea que se asume que tanto *p* como *no-p* son verdaderas hasta que exista alguna prueba de la falsedad de alguna de las dos; pero cuando se obtiene esta prueba, entonces, esa falsedad pasa a ser inamovible, y, por lo tanto, también la verdad de su contradictoria[49]. La simplificación frente

---

[47] Una buena presentación se encuentra en Carnielli 1987.

[48] Ver Carnielli / Lima Marques 1991, 1992; Carnielli / Fariñas del Cerro / Lima Marques 1991.

[49] "As a consequence of the definition of paraconsistent valuations [...] we can understand intuitively the semantics of a paraconsistent logic as:

1) A sentence and its negation are not simultaneously false, but can be simultaneously true;

2) If a sentence is false, its negation is true, but if the sentence is true, its negation has non-determined truth value: we can accept it to be provisionally true if there is some indication that this will be the case in the future.

These conditions can be very naturally identified with the following interpretation:

1) A sentence is false (or rejected) only if there exists a test which justifies this rejection;

2) Otherwise (i.e., if no test can be applied or all tests have confirmed it) the sentence is true.

In this way we can have an interesting account of *truth by default*: no sentence can be rejected, until there is a proof of the contrary. Though such a default reasoning is doomed to contradictions, it does not cause our system to

al método de las valuaciones radica en, que al asumir la verdad de un enunciado, ya no se debe considerar la posibilidad de los dos valores para su negación, sino sólo el valor de verdadero, hasta que algo demuestre lo contrario. Otra cosa que simplifica el sistema es que no incluye la anormalidad para el caso de la doble negación, pues se asume que tanto p como $\neg\neg p$, tienen el mismo valor de verdad.

A partir de esto, surgen tres casos: cuando un enunciado es incontrovertiblemente falso (si hay prueba de su falsedad), cuando es incontrovertiblemente verdadero (si hay prueba de la falsedad de su negación), y cuando tiene carácter controvertible (si no hay ninguna prueba de falsedad), caso éste en el que se asume por omisión [*default*] que, tanto el enunciado como su negación, son verdaderos. Con esto se pueden desarrollar cálculos lógicos trivalentes, que parecen ser fácilmente aplicables a los sistemas de bases de datos, pues permiten detectar contradicciones y evitar que el sistema se estropee, sin exigir que se elimine alguna de las dos proposiciones en conflicto, con la ventaja adicional de que aportan información sobre cómo emergió la contradicción (ver Carnielli / Lima Marques 1992).

2.3.4. Otros resultados en semántica

Antes de terminar esta sección sobre semántica, es importante resaltar que los desarrollos logrados en este campo por las investigaciones en torno de la lógica paraconsistente no sólo tienen efecto sobre ésta, sino que también repercuten en los otros sistemas lógicos y en las diversas propuestas semánticas. En este sentido, es especialmente clara la distinción lograda entre lo que es una inconsistencia a nivel semántico y lo que es una fórmula contradictoria a nivel sintáctico; y si bien esto está relacionado medularmente con la lógica paraconsistente, la investigación hecha al respecto ha servido para esclarecer otros aspectos.

---

collapse; quite on the contrary, incorrect default information can be identified and revised (as we show below)." (Carnielli / Lima Marques 1992: p. 63).

Entre esas otras repercusiones, hay tres que aquí merecen especial mención. En primer lugar, el desarrollo de la lógica paraconsistente ha servido para explorar a profundidad el método de las valuaciones (ver Grana 1990; da Costa / Béziau 1994), así como para revelar ciertos aspectos de las semánticas polivalentes (ver da Costa / Alves 1981). En este último sentido, no se puede dejar de mencionar aquí lo que se ha logrado en relación con la reducción de la polivalencia a la bivalencia; en efecto, da Costa descubrió un forma de hacer esta reducción (ver Kotas / da Costa 1980), independientemente de la propuesta por Suszko en 1977; luego, Jean-Yves Béziau ha propuesto otro método intermedio entre la propuesta de estos dos autores (*cf.* da Costa / Béziau / Bueno 1996+: sec. 32)[50].

Otro aspecto muy importante es el que recientemente se ha presentado así:

> Existen teorías paraconsistentes de la verdad que extienden la teoría tarskiana. Esto significa que hay semánticas alternativas de la semántica clásica, así como hay geometrías distintas de la geometría euclidiana, mereciendo todas ser consideradas como geometrías. El deseo de saber si había semánticas paraconsistentes fue otro de los motivos de la creación de la lógica paraconsistente. (da Costa / Lewin 1995: p. 187).

Esto es, sin duda, un resultado muy importante, que se evidenció al establecer una semántica adecuada para las lógicas paraconsistentes (ver da Costa / Alves 1976; da Costa / Arruda 1977: (p. 281). Este punto sería luego desarrollado en el libro *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica* (da Costa 1980a), particularmente en el apéndice II, donde se presenta formalmente esta propuesta semántica y se muestra cómo se puede ampliar la teoría de Tarski para utilizarlas incluso en las teorías paraconsisten-

[50] Este artículo es una reseña muy amplia del libro: Malinowski, Grzegorz: *Many-Valued Logics* (Oxford: Clarendon Press, 1993).

tes[51]. Entonces se verificó que la verdad de Tarski "puede ser ampliada al caso en que hay contradicciones «verdaderas»." (da Costa / Lewin 1995: p. 191). Para el efecto, debe recordarse que las semánticas paraconsistentes establecen que en ciertos casos dados tanto *p* como *no-p* son verdaderas, por lo cual, para cada una de estas expresiones, es posible dar una definición de verdad que cumpla los requisitos de adecuación material y corrección formal planteadas por Tarski[52].

El tercer resultado que vamos a ver, se trata de la posibilidad de desarrollar semánticas con modelos de Kripke para algunos sistemas paraconsistentes. La base de esto es la posibilidad de establecer una función de traducción de los teoremas de un sistema del cálculo proposicional no modal en expresiones válidas de un sistema modal. Esto fue mostrado en 1948 por McKinsey y Tarski en relación con el cálculo intuicionista y el sistema modal S4, con lo que se reveló una clara semejanza estructural (*cf.* Hughes / Cresswell 1973: p. 251). Originalmente, esta vinculación se estableció sintácticamente, pero, al proponer Kripke y

---

[51] "Convém frisar que a semântica precedente é tal que o critério (T) de Tarski mantém-se válido. Com efeito, se *s* for uma formula e ⌜s⌝ o seu nome, tem-se, evidentemente:

⌜s⌝ é verdadeira (numa validação) se, e somente se, *s*.

Em certo sentido a semântica proposta para C_1 constitui uma generalização da semântica tradicional." (da Costa 1980a: p. 254, en el cuerpo del libro esto se explica en la p. 176).

[52] "[...] we must insist also on the fact that the statements «$\neg(p \wedge \neg p)$» and «among two contradictory propositions, *p* and $\neg p$, one of them is false» are not necessarily equivalent.

Bearing all this in mind, it is interesting to consider Tarski's truth condition. Intuitively, the introduction of a third value implies the transgression of Tarski's formal condition, since if a proposition *p* is neither false nor true, then it is false that it is true, and thus *p* is not equivalent to the proposition stating that *p* is true.

But a paraconsistent logic, or a paracomplete logic (provided with a bivalent semantics) is not necessarily in conflict with Tarski's condition. If *p* is true and $\neg p$ is also true, we can consider that it is true that *p* is true.

In fact, the systematic reduction to two-valuedness permits one to preserve in all cases Tarski's principle." (da Costa / Bueno / Béziau 1996+: sec. 42).

otros autores —a finales de los cincuenta— semánticas adecuadas para diversos sistemas modales, con base en la teoría de los mundos posibles, entonces la vinculación se pudo articular semánticamente. Esto llevó a indagar por la viabilidad de establecer una vinculación semejante para los sistemas paraconsistentes. El resultado fue que esto no es posible para C_1 y los cálculos de la jerarquía C_n, por sus peculiaridades en relación con la equivalencia, pero que sí es viable para el sistema P^1 de Sette (*cf.* Araujo / Alves / Guerzoni 1987: p. 33s). De modo que se estructuraron modelos kripkeanos para P^1 y luego una función de traducción de P^1 en el sistema modal T (*cf. ibid.* p. 40ss), con lo que se abrió otra opción semántica para los sistemas paraconsistentes, y que los vincula estrechamente con las denominadas lógicas extendidas (ver Anexo A).

2.4. Sistemas paraconsistentes con motivaciones particulares

2.4.1. Sistemas paraconsistentes y paracompletos

En 1979, Ayda Arruda y Elias H. Alves publicaron dos artículos (1979; 1979a) en los cuales presentaron lo que denominaron «*Logic of Vagueness*». La idea era tratar los casos de vaguedad o indeterminación con respecto a la negación, tomando como referentes el principio de no contradicción y el del tercero excluido, asumidos como *no* equivalentes entre sí. A partir de esto, estructuraron sistemas inferenciales en los que no se cumple alguno de estos principios, o bien ninguno de los dos. Surgen así cuatro sistemas: V_0 en el que no vale ninguno de los dos principios; V_1 en el que para cada fórmula o vale la no contradicción o vale el tercero excluido, pero no los dos; V_2 en el que no vale el tercero excluido, pero sí vale la no contradicción; y el ultimo caso, que es cuando no vale el principio de no contradicción pero sí vale el principio del tercero excluido, corresponde precisamente a lo que sucedía con el sistema C_1 de da Costa.

Estos sistemas están incluidos entre los sistemas presentados en los anexos sobre los distintos sistemas de cálculo proposicio-

nal (anexos B, C y D), y se puede consultar ahí su construcción axiomática y algunas de sus peculiaridades deductivas. Ahora importa resaltar que en estos sistemas se necesita definir un nuevo tipo de «buen comportamiento», ahora en relación con el principio del tercero excluido: «A se comporta bien con relación al tercero excluido», que se abrevia '°A' (distinto de 'A°' que es para las fórmulas que se comportan bien con relación al principio de no contradicción), que equivale a que se sabe con respecto a *A* que 'A $\vee \neg$ A'.

Ahora bien, esta relación con el principio del tercero excluido lleva a pensar en la lógica intuicionista, si se tiene en cuenta que el sistema V_2 no cumple este principio al igual que la lógica de Heyting, y ambos cumplen el principio de no contradicción. La situación realmente es que ambos sistemas son muy próximos, pero no son equivalentes, pues en el sistema V_2 se rechaza la forma intuicionista de reducción al absurdo, de una forma «dual» a como se hace en C_1 y en los sistemas de la jerarquía C_n, como puede verse en los Anexos C y D.

Estos sistemas, en general, merecen ser destacados porque son los primeros que permiten que una teoría tenga «espacios de indeterminación» en los que ni un enunciado ni su negación son ciertos, o sea donde no vale el tercero excluido, y también «espacios de sobredeterminación» en los que tanto un enunciado como su negación pueden ser ciertos, o sea donde no vale la no contradicción. En esta línea, se llegó a diagnosticar la relación de dualidad que existe entre estas dos situaciones paralelas (ver Arruda 1980: p. 24, trad. 1988: p. 182s), por lo que se pueden llamar respectivamente «paracompletos» a los sistemas deductivos donde no se cumple siempre el tercero excluido y «paraconsistentes» a aquellos sistemas en donde no se cumple siempre el principio de no contradicción. Este nombre de sistemas «paracompletos» también fue propuesto por Francisco Miró Quesada (*cf.* da Costa / Lewin 1995: p. 192).

En esta sentido, da Costa y Loparic presentaron el sistema π que es paraconsistente y paracompleto. Este sistema está construido, como se puede ver en el Anexo B, a partir de definir un tipo de buen comportamiento que hace explícito que la fórmula respectiva es clásica con relación a la no contradicción y al tercero excluido; sus postulados toman la base de la lógica positiva —los mismos que estaban en los sistemas de la jerarquía C_n— y se les agregan otros cinco esquemas axiomáticos que aseguran lo siguiente: primero, que una fórmula tiene que ser o clásica, o tiene que no cumplir bien sea el principio de no contradicción o el principio del tercero excluido; segundo, que los compuestos de fórmulas clásicas también son clásicos; tercero, se excluye las posibilidad de que haya inconsistencias de «segundo nivel», tanto en relación con la afirmación de que una fórmula cumple el principio de no contradicción como de que cumple el tercero excluido, pues si las hubiera se trivializaría el sistema; finalmente, que si una fórmula no cumple el tercero excluido, entonces, no puede ser además contradictoria. Estructurado así el sistema, se ve que en él no se pueden derivar otras importantes formulas clásicas, tales como la doble negación (introducción y eliminación), y las leyes de De Morgan (*cf.* da Costa / Loparic 1984: p. 124). Los autores plantean que este sistema π sería un tipo de lógica de la vaguedad y que también podría servir como un sistema de lógica dialéctica, en el sentido que estudiaremos en la próxima sección (*cf. ibid.* p. 120). La semántica que proponen está basada en el método de las valuaciones y hace posible que se den casos en que tanto una fórmula como su negación sean verdaderas, y otros en que ambas sean falsas, lo que respectivamente caracteriza al sistema como paraconsistente y paracompleto (*cf. ibid.* p. 122)[53].

[53] Esta caracterización se convertirá en estándar. Grana la presenta en los siguientes términos (habiendo definido 1 como el valor designado y 0 como el antidesignado):

"Un calcolo (oppure una logica proposizionale) è paraconsistente se esiste una valutazione v ed una formula α, tale che:

Una opción paralela fue estructurar sistemas paracompletos que tuvieran «duales» paraconsistentes. Sistemas de este tipo se presentaron en da Costa / Marconi 1986, donde también se presentó un sistema que era paraconsistente y paracompleto. Algo semejante se hizo en da Costa / Loparic 1986, con la intención de mostrar posibles relaciones con la lógica inductiva, en el sentido que von Wright le había dado, abriendo así la posibilidad de estructurar una «lógica inductiva no clásica».

Posteriormente, para esos sistemas que son paracompletos y también paraconsistentes, surgió la denominación de lógicas «no-aléticas» [*non-alethic*], nuevamente propuesta por Miró Quesada (*cf.* da Costa / Lewin 1995: p. 192), y con este nombre fueron presentados en da Costa 1990.

Por su parte, Nicola Grana ha desarrollado una lógica «minimal no-alética», tanto a nivel proposicional (Grana 1990b) como a nivel de predicados (Grana 1990c). El cálculo proposicional, llamado sistema *A*, se articula partiendo por los mismos nueve axiomas de la «lógica positiva» usados en los sistemas de la jerarquía C_n a los cuales se agregan otros postulados: en primer lugar, la ley de Peirce '$[(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow A$', lo que resulta bastante peculiar, ya que ésta no es deducible en la lógica implicativa intuicionista, como vimos en el capítulo VII, ni tampoco en el cálculo C_ω de da Costa (*cf.* da Costa / Guillaume 1964: p. 382), pero sí lo es en C_1, por lo cual, en cierta medida, constituye un cálculo intermedio entre estos sistemas; a continuación incluye otros postulados que o bien son muy semejantes a los de los otros sistemas de «lógica de la vaguedad»[54] o tienen un senti-

---

$v(\alpha) = v(\neg\alpha) = 1$

dove $\neg$ è la negazione del calcolo preso in considerazione.

Un calcolo è detto paracompleto se esiste una valutazione e una formula α tal che:

$v(\alpha) = v(\neg\alpha) = 0$"

(Grana 1990: p. 23).

[54] Como en estos otros sistemas, se define A° como abreviación para '$\neg(A \& \neg A)$' para las fórmulas que se comportan bien con respecto al prin-

do claro al interior del sistema[55]. A partir de esta lógica «minimal no-alética» se conforma un sistema de lógica deóntica, encaminada a manejar los problemas que surgen en virtud, por un lado, de los llamados «dilemas» éticos o morales y, por otro, de los espacios de infradeterminación deóntica.

Recientemente, Sette y Carnielli, tomando en consideración el sistema paraconsistente P^1 de Sette [1973], han propuesto un sistema I^1 dual de éste y que presentan como un «sistema maximal intuicionista débil»[56]; *maximal* en tanto que cualquier fórmula clásica que se le adicione como postulado lo convertiría en un sistema clásico, e «intuicionista débil» en tanto que sólo para las fórmulas atómicas no vale el principio del tercero excluido, algo semejante a lo que sucedía en P^1 con respecto al principio de no contradicción, el cual, a su vez, sería un sistema «paraconsistente débil». Una de las peculiaridades del sistema I^1 es que en él

---

cipio de no contradicción; y se define A* como una abreviación para 'A∨¬A', que en los otros sistemas estudiados se formulaba con °A, es decir, el operador para las fórmulas que se comportan bien con respecto al tercero excluido. De modo que estos postulados son (*cf.* Grana 1990b: p. 26):

$(A^*\&B^\circ)\supset((A\supset B)\supset(A\supset\neg B)\supset\neg A]$

$(A^\circ\&B^\circ)\supset((A\supset B)^\circ\&(A\&B)^\circ\&(A\vee B)^\circ\&(\neg A)^\circ)$

$(A^*\&B^*)\supset((A\supset B)^*\&(A\&B)^*\&(A\vee B)^*\&(\neg A)^*)$

[55] Los dos últimos postulados, usando las mismas definiciones, señalan: primero, si una fórmula es clásica con respecto al tercero excluido, entonces cumple con la eliminación de la doble negación:

$A^*\supset(\neg\neg A\supset A)$

Y segundo, si una fórmula es clásica con respecto al principio de no contradicción, entonces cumple con la introducción de la doble negación y con la forma implicativa del Pseudo-Escoto:

$A^\circ\supset(A\supset\neg\neg A)\&(A\supset(\neg A\supset B))$

Con lo que se completa este sistema *A*, que tiene 15 esquemas axiomáticos (*cf.* Grana 1990b: p. 26).

[56] Los esquemas axiomáticos de este sistema I^1 son los siguientes:

$A\rightarrow(B\rightarrow A)$

$(A\rightarrow(B\rightarrow C))\rightarrow((A\rightarrow B)\rightarrow(A\rightarrow C))$

$(\neg\neg A\rightarrow\neg B)\rightarrow((\neg\neg A\rightarrow B)\rightarrow\neg A)$

$\neg\neg(A\rightarrow B)\rightarrow(A\rightarrow B)$

Y la única regla de deducción es el *modus ponens* (*cf.* Sette / Carnielli 1995: p. 182s).

es derivable la ley de Peirce (*cf.* Sette / Carnielli 1995: p. 188), como lo era en el de Grana, lo cual —como sabemos— establece una clara diferencia con la lógica intuicionista usual. En general, los autores plantean que estos dos sistemas dan las bases para estudiar muy a fondo la relación entre los sistemas paraconsistentes y los sistemas paracompletos, como la lógica intuicionista, comparándolos en cuanto sistemas deductivos y en relación con sus desarrollos semánticos, pues tanto P^1 como I^1 son sistemas con tres valores de verdad, y a partir de ellos se pueden generar cadenas de cálculos lógicos con finitos valores de verdad (*cf. ibid.* p. 201).

Otra propuesta interesante en este sentido es la planteada recientemente por Jean-Yves Béziau, cuyas primeras publicaciones sobre lógica parconsistente fueron en relación con los sistemas no-aléticos (Béziau 1989; Béziau 1990). La idea principal es aportar un método para construir distintos sistemas lógicos siguiendo los lineamientos de los sistemas de la jerarquía C_n de da Costa, especialmente C_1. Como se recordará, uno de los postulados fundamentales de dichos sistemas es que cuando dos fórmulas diferentes son de buen comportamiento con respecto al principio de no contradicción, entonces los compuestos que con ellas se pueden hacer también se comportarán bien con relación a dicho principio. Pues bien, en esa formulación *ambas* fórmulas tienen que comportarse bien para que se produzca ese efecto; en cambio, lo que propone Béziau es que éste se produzca cuando *al menos una* de las dos se comporte bien. En este sentido, el postulado original de da Costa, generalizado, lo llama «ley multiplicativa de contradicción» [*loi multiplicative de contradiction*] y a la nueva opción propone llamarla «ley aditiva de contradicción» [*loi additive de contradiction*]. Lo mismo se puede postular en relación con las fórmulas que se comportan bien con respecto al tercero excluido, de manera tal que surgen cuatro «leyes» diferentes, y a partir de ahí nuevas opciones para los sistemas lógicos, en la medida en que cumplan, o no, cada una

de éstas (*cf.* Béziau 1990: p. 261; da Costa / Béziau / Bueno 1995+). En efecto, antes se habían visto cinco categorías aplicables a los sistemas deductivos según qué tipo de enunciados no clásicos pueden contener: a) ningún enunciado no clásico, b) enunciados que no cumplen el principio de no contradicción, c) enunciados que no cumplen el principio del tercero excluido, d) enunciados que no cumplen alguno de estos dos principios, e) enunciados que no cumplen ninguno de los dos; ahora se agrega la posibilidad de que los compuestos de fórmulas de buen comportamiento con respecto a estos principios sean «clásicos» bien sea si sus *dos* constituyentes son clásicos, o bien si sólo lo es *uno* de los dos. Con esto se abre otra gama de posibilidades para la construcción de sistemas paraconsistentes y/o paracompletos.

Siguiendo estos parámetros, se ha construido un nuevo sistema llamado C_1^+, que es muy semejante al C_1 usual, pero un poco más fuerte, por lo que ha despertado especial interés en da Costa, que ha intervenido en su desarrollo junto con Béziau. En él, en vez de exigir que ambos componentes se comporten bien con respecto al principio de no contradicción para que sus compuestos sean de buen comportamiento, sólo exige que uno de sus componentes sea clásico. A consecuencia de esto, se le puede dar un tratamiento completamente clásico a las fórmulas de buen comportamiento (*cf.* da Costa / Béziau / Bueno 1995+) y, además, valen algunas importantes fórmulas que no valían en C_1 [57].

---

[57] Los autores hacen un estudio muy detallado al respecto, y entre la fórmulas más dicientes que valen en C_1^+ y que no valían en C_1 conviene aquí mencionar los siguientes: la 2a. ley de De Morgan en uno de los dos sentidos: '$\neg(A \vee B) \rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$', también '$\neg(A \vee \neg B) \rightarrow (\neg A \wedge B)$'; la falsedad de la implicación en términos de conjunción: '$\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (A \vee \neg B)$' (que no vale en sentido contrario); y, finalmente, la contraposición o transposición: '$(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$' (la cual no se debe confundir con la regla metalógica: '$A \vdash B \Rightarrow \neg B \vdash \neg A$', que no vale en C_1^+ y que no puede valer en ningún sistema paraconsistente). (*Cf.* da Costa / Béziau / Bueno 1995: p. 603 y 607; da Costa / Béziau / Bueno 1995+: p. 6ss).

Por otra parte, tanto en C_1 como en C_1^+, no vale el teorema del reemplazo, pero en el primero, además, no hay una relación de equivalencia que sea distinta a la identidad, mientras en el segundo sistema sí se puede establecer adecuadamente una relación de congruencia (*cf.* da Costa / Béziau / Bueno 1995+). Todas estas características llevan a que C_1^+ parece ser el sistema paraconsistente que permite usar más herramientas de las habituales de la lógica clásica. Los autores concluyen que, si bien este sistema no logra lo que sería un sistema «ideal», si se considera el criterio fregeano de intercambiabilidad de equivalentes, sí parece ser una de las mejores opciones —aunque quizás también mejorable— en el conjunto de los sistemas que cumplen el nuevo paradigma que ha conformado la lógica paraconsistente sobre qué es lo que se ha de exigir de un sistema lógico (*cf.* da Costa / Béziau / Bueno 1995+).

En suma, la investigación en lógica paraconsistente ha llevado a profundizar no sólo la problemática de la inconsistencias y de la trivialización, sino que ha aportado herramientas de análisis para entender más cabalmente la construcción de otros sistemas lógicos no clásicos, especialmente la lógica intuicionista, que resulta ahora incorporada al marco más amplio de los sistemas paracompletos. Esto ha producido varios resultados, entre los que se puede destacar el surgimiento de sistemas similares al intucionista, pero con la peculiaridad de ser deducible en ellos la ley de Peirce. En general, se ha hecho patente que las situaciones donde se «deduce demasiado» se pueden relacionar estructuralmente con aquellas en que se «deduce poco». Este punto será tratado en el próximo capítulo.

2.4.2. Sistema de «lógica dialéctica»

Es claro que una de las preocupaciones originarias de da Costa giraba alrededor de los planteamientos dialécticos de tipo hegeliano y de la posibilidad de relacionarla con la lógica simbólica[58].

[58] Ver la entrevista al profesor Newton da Costa en el Anexo E.

Sin embargo, esto no se había hecho explícito en los primeros trabajos, pues —como vimos— estaban orientados básicamente hacia problemas matemáticos. Quizás la primera manifestación destacada al respecto fue cuando, en 1974, da Costa publicó en inglés un artículo en el que se presentaban globalmente los distintos cálculos de la jerarquía C_n , $1 \leq n \leq \omega$ y sus extensiones. Este escrito se constituyó, sin duda, en la presentación más estructurada de lo que había venido trabajando desde principios de la década anterior, y permitió que se difundiera mucho más, convirtiéndose en texto de referencia básico con respecto a los sistemas de da Costa[59], como antes se mencionó.

Al final de este artículo se presentan seis razones por las cuales las teorías desarrolladas son importantes: casi todas están relacionadas con la teoría de conjuntos o con aspectos lógicos, pero la última se refiere a la lógica dialéctica y a la posibilidad de formalizarla. Comienza afirmando que, si bien muchos especialistas sostienen que la dialéctica ni es formal, ni es formalizable:

> No obstante, empleando técnicas usadas en la teoría de los sistemas inconsistentes, es aparentemente posible formalizar algunas de las lógicas dialécticas que se han propuesto. [...] no pretendemos fundar la lógica dialéctica en los formalismos dados, sino sólo tratar de hacer explícitas ciertas «regularidades» del «movimiento dialéctico». Y así podemos proyectar una nueva luz sobre la lógica dialéctica. (da Costa 1974b: p. 508s [trad.])[60].

---

[59] Incluso da Costa, en su libro *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica*, que es el libro de mayor envergadura que hasta ahora ha publicado, incluye un anexo en que se presenta una versión en portugués algo simplificada de este artículo (ver da Costa 1980a: p. 237-250).

[60] "6) Dialectic logic is intimately connected with the theory of inconsistent systems. There are several conflicting conceptions of dialectic logic, and for most specialists it is neither formal, nor even in principle formalizable. Nonetheless, employing techniques used in the theory of inconsistent systems, it is apparently possible to formalize some of the proposed dialectic logics. It is convenient to note that the formalizations we are talking about are analogous in nature to the formalizations presented for various parts of intuitionistic mathe-

Frente a esta sugerencia de da Costa, hay un hecho que es fundamental resaltar, y al que ya se aludió al hablar del término «paraconsistente»: todos los sistemas paraconsistentes que hemos visto hasta aquí, y especialmente los contenidos en este artículo, son en sí consistentes. Esto se debe a que, si bien sirven como lógica subyacente para formalizar teorías con axiomas extralógicos que puedan dar lugar a contradicciones, estos sistemas paraconsistentes no tienen ningún postulado lógico que dé lugar a alguna contradicción. Ahora bien, son sistemas más «débiles» que los clásicos, en el sentido en que todos sus postulados también son postulados clásicos, y no al contrario; aunque en otro sentido son más «fuertes», en la medida en que una contradicción de origen extralógico no los lleva a la trivialización. Entonces, los sistemas paraconsistentes vistos hasta ahora son tan consistentes como los clásicos; esto quiere decir que sus postulados no incluyen ninguna contradicción, ni hay lugar para que a partir de ellos se postule una contradicción.

Por otra parte, tradicionalmente se ha planteado que la dialéctica —en sentido hegeliano— asume que las contradicciones son inherentes a los procesos conceptuales y reales, por lo que cualquier «lógica» que quiera dar cuenta de ella tiene que mostrar cómo éstas tienen que darse necesariamente en el devenir dialéctico; es decir, de una u otra manera tiene que haber un espacio propio para las contradicciones dentro de los postulados del sistema. Ésta es una situación de la cual los sistemas paraconsistentes tenían que dar cuenta, en alguna medida, si con ellos se intentaba hacer alguna formalización de ciertos aspectos del proceso dialéctico. Y, en efecto, esto no se hizo esperar.

---

matics: we do not intend to found dialectic logic on given formalismus, but only try to make explicit certain «regularities» of the «dialectical movement». Thus, we may throw a new light on dialectical logic." (da Costa 1974b: p. 508s).

2.4.2.1. Sistemas de Routley y Meyer

No sería da Costa el primero en desarrollar esta posibilidad, sino los lógicos en Australia. En efecto, el primer artículo que se escribió en este sentido fue también el primer artículo publicado en conjunto por Routley y Meyer (1976), como antes se mencionó; su título traducido al español sería "Lógica dialéctica, lógica clásica y la consistencia del mundo". Los autores comienzan por hacer referencia al enfrentamiento que con tintes ideológicos se había dado entre la «lógica clásica occidental» y la «lógica dialéctica de cuño soviético», esto para anticipar que lo que pretenden es aportar herramientas lógicas adecuadas para defender la postura dialéctica, y así, en cierta medida, tratar de equilibrar la controversia. Una vez hecho esto, buscan mostrar que la discusión tiene que reubicarse en un espacio apropiado, para así poder enfrentar el problema filosófico acerca de la consistencia del mundo, problema que, aunque es muy complicado y origina mucha controversia, inevitablemente tiene que asumirse si se quiere tratar a cabalidad el tema; de hecho, los autores, aunque no pretenden en este artículo tematizarlo a profundidad, sí aspiran a aportar herramientas analíticas que posibiliten enfrentarlo mejor (*cf.* Routley / Meyer 1976: p. 1).

En el cuerpo del artículo pasan a ver cómo tendría que ser una lógica dialéctica. De entrada, se hace evidente que tendría que plantear la existencia de ciertas contradicciones dentro del sistema lógico y, paralelamente, bajo ninguna hipótesis podría aceptar que de ellas se pueda deducir cualquier otro enunciado. Es decir, tiene que aceptar contradicciones y evitar trivializarse a partir de ellas. Frente a estas exigencias, una opción sería construir una lógica estática, en el sentido de tomar las cosas en un momento determinado sin considerar otros tiempos, o también se podría construir una lógica dinámica, que incluyera conectivas y variables temporales; por ahora, optan por la opción estática, porque, si bien esto lleva a sacrificar muchos de los aspectos dialécticos, consideran los autores que ya en este nivel se en-

cuentran gran parte de los problemas del desarrollo de una lógica dialéctica (*cf.* Routley / Meyer 1976: p. 3s).

Otro problema importante es el relacionado con el principio de no contradicción[61], pues se puede construir una lógica dialéctica «débil» en la que no sea deducible dicho principio, o se puede intentar hacer un sistema más «fuerte», en la medida que acepte este principio como tesis (*cf. ibid.* p. 5). Esto puede parecer extraño, pero se debe recordar lo que se dijo en el capítulo IX con respecto a la posibilidad de distintos «niveles» de contradicciones, pues se puede dar el caso de que un sistema en relación con ciertos aspectos no sea autoconsistente, de manera tal que asevere tanto la conjunción de dos aseveraciones contradictorias, como en general la exclusión de las contradicciones; es decir, para un *p* particular, valdrían tanto '$p \wedge \neg p$' como '$\neg(p \wedge \neg p)$', por lo que el sistema sería contradictorio con respecto a lo que dice sobre la conjunción de ese *p* con *no-p*. Pues bien, Routley y Meyer toman esta opción apoyándose básicamente en la aceptación del principio de no contradicción por parte de los entonces recientes desarrollos de los planteamientos dialécticos (*cf. ibid.*). Esta es una de las razones principales que los llevan a descartar los cálculos de la jerarquía C_n de da Costa —que como se recordará tenía como criterio general que dicho principio no fuera deducible —, si bien tenían ciertas críticas referentes a la parte semántica y al rango de aplicaciones posibles, además de otras relacionadas con la estructuración sintáctica y las características de los operadores de negación e implicación (operador criticado por no preservar la relevancia entre antecedente y consecuente)[62].

---

[61] Es importante resaltar que estos autores, perteneciendo al mundo anglosajón, hablan de «*the law of Non-contradiction*», y así lo seguirán haciendo (por ejemplo, en Priest / Routley / Norman (eds.) 1989).

[62] Las críticas están en una nota a pie de página (*cf.* Routley / Meyer 1976: p. 22). Miró Quesada se ocupará de ellas, para lo cual presenta un muy buen resumen que puede ser útil:

Deciden, entonces, presentar dos sistemas de lógica dialéctica: uno fuerte (DL) y uno débil (DM). Estos sistemas están estructurados a partir de un núcleo común de postulados y reglas de inferencia que son aceptables desde un punto de vista clásico; a ellos se agregan unos postulados particulares para cada uno, que también son aceptables clásicamente. No obstante, ninguno de estos sistemas llega a incluir todas las tesis clásicas, en la medida en que se construyen siguiendo la orientación de la lógica relevante, por lo cual —entre otras— no vale la llamada «ley paradójica» '$p \rightarrow (q \rightarrow p)$', que sí valía en los sistemas C_n. Ahora bien, en ambos vale el principio de no contradicción, pero la peculiaridad del sistema débil está en que no acepta la doble negación (ni su introducción, ni su eliminación)[63]. El sistema fuerte DL[64] resulta más interesante, porque, por un lado, se acerca más

---

"Las objeciones son las siguientes: 1) el principio de no contradicción no es derivable en C_n, lo que es inconveniente para una versión adecuada de la lógica dialéctica; 2) C_n constituye un conjunto muy limitado de sistemas en los que se pueden derivar las paradojas de la implicación y eso los hace ineficaces para una serie de importantes aplicaciones filosóficas; 3) la excesiva fuerza de la parte positiva del sistema hace imposible una adecuada teoría de la negación; 4) C_n es demasiado débil para formular en él un sistema que incluya universos meinongianos y dialécticos." (Miró Quesada 1988: p. 605).

[63] Recuérdese que en la lógica intuicionista se acepta la introducción de la doble negación '$p \rightarrow \neg\neg p$' pero no su eliminación '$\neg\neg p \rightarrow p$', y lo contrario ocurre en los sistemas paraconsistentes de la jerarquía C_n; en la lógica clásica se aceptan ambas.

[64] Los postulados y reglas de DL son los siguientes (*cf.* Routley / Meyer 1976: p. 7; D'Ottaviano 1990: p. 132 [donde dice DM se debe entender DL]):

D1. $A \rightarrow A$
D2. $[(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$
D3. $A \& B \rightarrow A$
D4. $A \& B \rightarrow B$
D5. $[(A \rightarrow B) \& (A \rightarrow C)] \rightarrow [A \rightarrow (B \& C)]$
D6. $[A \& (B \vee C)] \rightarrow [(A \& B) \vee (A \& C)]$
D7. $\neg\neg A \rightarrow A$
D8. $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$
D9. $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(A \& \neg B)$
AD1. $p_0 \& \neg p_0$
RD1. $A, A \rightarrow B / B$

al clásico, pues acepta la doble negación, pero, por otro, tiene un axioma que definitivamente no es para nada admisible desde un punto de vista clásico, el cual es formulado así: '$p_0 \& \neg p_0$' (donde p_0 representa una constante proposicional); es decir, que el sistema sí incluye la posibilidad de formalizar «contradicciones reales» (*cf. ibid.* p. 6)[65]. En virtud de éstos, este sistema se presenta como el sistema lógico que más se aproxima a las intuiciones que se tienen con respecto a lo que podría ser una lógica dialéctica.

Dada la estructuración de DL y en particular el criterio de la lógica relevante de evitar las «paradojas de la implicación material», entre las cuales está la formulación implicativa del principio del Pseudo-Escoto, este sistema mantiene en general el criterio de no ser trivializable, en el sentido de que no de cualquier contradicción se pueden inferir todas las fórmulas bien formadas del sistema; sin embargo, tiene la innovación de poder establecer un procedimiento sencillo para, a partir de una de las contradicciones particulares, deducir un número infinito de fórmulas igualmente contradictorias. Con esto se hace posible establecer otra distinción importante: un sistema puede llegar a tener inclu-

---

RD2. A, B / A & B
RD3. $A \rightarrow B, C \rightarrow D / (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow D)$

[65] "Thus it can be ensured that DL contains real contradictions by taking $p_0 \& \neg p_0$ as an axiom. $p_0 \& \neg p_0$ will be some representative contradiction, e.g. the conclusion of a Kantian antinomy or logical paradox with both p_0 and $\neg p_0$ proved by pure reason from admittedly true premisses, or the conclusion of one of Zeno's paradoxes with $\neg p_0$ (say 'Achilles does not overtake the Tortoise') proved by pure reason and p_0 established by observation." (Routley / Meyer 1976: p. 6).

Un poco más adelante dicen:

"There are contradictory statements which are simultaneously true, indeed valid. For both p_0 and $\neg p_0$ are valid: yet p_0 and $\neg p_0$ are contradictory, and demonstrably inconsistent." (*Ibid.* p. 11).

so infinitas contradicciones, pero esto no implica que el sistema sea absolutamente trivial[66].

Este artículo finaliza estructurando una semántica particular basada en la teoría de modelos. Posteriormente, Routley (1979) presentará una extensión al cálculo de predicados de primer orden. Además, mostrará que pueden verse estos sistemas como una extensión del sistema P de da Costa y Arruda —que como se recordará fue desarrollado para enfrentar la paradoja de Curry—, pero ahora con una caracterización mejorada de la negación, además de la «tesis contradictoria» para el caso de la «lógica dialéctica fuerte». Con esto se habrían logrado reunir en un solo sistema tres motivaciones diferentes: la paraconsistente, la dialéctica y la relevante.

2.4.2.2. Sistemas de da Costa y Wolf

Por su parte, da Costa, unos pocos años después, asumió la tarea de estructurar un sistema que sirviera para formalizar ciertos aspectos de las teorías dialécticas. Esto lo hizo en colaboración con Robert G. Wolf, un norteamericano que también participó en el proyecto del libro *Entailment*, de Anderson y Belnap (1975), y que ya había escrito un artículo junto con Routley[67].

Da Costa y Wolf comienzan su presentación hablando de los aspectos, antes mencionados, acerca de la relación que se puede establecer entre la lógica paraconsistente y la lógica dialéctica, y afirman que esta interacción sólo se había comenzado a desarrollar recientemente, por lo que en este artículo buscarán una mayor profundización al respecto. Pero antes de entrar en materia,

---

[66] "Thus a single contradiction generates infinitely many {[nota al final] Though $p_n \& \neg p_n \rightarrow . p_{n-1} \& \neg p_{n-1}$ is a theorem, the converse does not hold. The contradiction thus form an infinite chain.}, but by no means everything, i.e., contradiction does not spread into absolute inconsistency. The system DL also shows that the inclusion of (even infinitely many) contradictions does not result in total system disorganization." (Routley / Meyer 1976: p. 9).

[67] Routley, R. / Wolf, R. G.: "No rational sentential logic has a finite characteristic matrix", *Logique et Analyse* vol. 17 (1974) p. 79-83.

aclaran que no se pretende dar una versión formalizada definitiva de la dialéctica, especialmente si se tiene en cuenta que, por un lado, las nociones de negación y contradicción parecen tener en la dialéctica una acepción que no concuerda con la que se tiene en la lógica simbólica y, por otro, los procesos dialécticos se podrían formalizar por medio de una lógica que incluyera elementos temporales, de manera tal que no hubiera contradicciones simultáneas, lo que se podría hacer sin utilizar la lógica paraconsistente (*cf.* da Costa / Wolf 1980: p. 190). En seguida, citan el pasaje que antes se mencionó de da Costa 1974b, para aclarar que ahora sólo pretenden formalizar ciertos aspectos inspirados en la perspectiva dialéctica y que para ello tomarán como referente la presentación que hacen McGill y Parry del «principio dialéctico de la unidad de los opuestos».

Estos planteamientos se encuentran en un artículo (McGill / Parry 1948) muy interesante, pues fue escrito por dos profesores que perteneciendo a la tradición analítica abordan muy en serio la cuestión de en qué medida se podría relacionar la lógica simbólica con los planteamientos dialécticos. En el artículo muestran cómo ciertas preocupaciones que han surgido en el ámbito de las formalizaciones lógico-matemáticas resultan muy próximas a algunos planteamientos dialécticos, como es el caso de las inquietudes relacionadas con la lógica de la vaguedad trabajadas por Bertrand Russell, Max Black y Carl G. Hempel (*cf. ibid.* p. 432ss). Pero lo más importante del artículo es que hace una presentación bastante sólida sobre qué se puede entender cuando «dialécticamente» se habla de opuestos, así como de la «unidad de los opuestos»[68]. En efecto, según los autores, dicho principio se puede entender en seis formas diferentes, cuatro de las cuales parece viable articularlas dentro de la lógica clásica, de manera

---

[68] Al comenzar dicen:

"The purpose of this paper is to separate various forms of the unity of opposites principle, to show that they are of unequal importance and that their consequences are very different." (McGill / Parry 1948: p. 418).

que sólo las dos últimas implicarían una revisión de los parámetros lógico-formales normalmente aceptados[69].

Pues bien, da Costa y Wolf deciden toman en consideración las tres últimas interpretaciones, pero apartándose de la tendencia de estos autores norteamericanos a tratar de fundamentar estas interpretaciones apelando a ciertos referentes empíricos o a determinadas generalizaciones sobre la práctica científica. Esto debido a que ellos consideran que no se puede olvidar que "la dialéctica hegeliana (y su variante marxista) busca revelar las estructuras y dinámicas necesarias del pensamiento humano o de la realidad (o de ambos)" (da Costa / Wolf 1980: p. 192 [trad.]). En efecto, consideran que la problemática no se debe centrar tanto en la generalización de la experiencia, pues, a la luz de discusiones entonces recientes, no resultaba nada claro en qué medida las teorías empíricas pueden dar lugar a cambios fundamentales en la lógica que se utiliza; y, por eso, consideran que el centro se ubicaría más en el ámbito de las ideas regulativas (de

---

[69] "The principle of the unity of opposites has been interpreted in the following ways:

1. (a) The conception (or perception) of anything involves the conception (or perception) of its opposite.[...]

1. (b) The existence of a thing involves the existence of an opposite. [...]

2. Polar opposites are identical.

3. A concrete thing or process is a unity of opposite determinations.

4. A concrete system or process is simultaneously determined by oppositely directed forces, movements, tendencies i.e., directed toward A and –A.

5. In any concrete continuum, whether temporal or non-temporal, there is a middle ground between two contiguous opposite properties A and –A, i.e, a stretch of the continuum where it is not true that everything is either A or –A.

6. In any concrete continuum, there is a stretch where something is both A and –A.

Of these six senses of the unity of opposites, the first four do not run counter to traditional formal logic. Forms 5 and 6, on the other hand, clearly involve a revision of formal logic. Sense 4 does not assert something is both A and –A , but only it contains oppositely directed forces. Forms 2 and 3 appear to involve logical contradiction, but they really do not, as we shall see below." (McGill / Parry 1948: p. 421s).

tipo kantiano) que gobiernan la construcción teórica (*cf. ibid.* p. 192s).

Una vez establecidos estos parámetros, da Costa y Wolf plantean que la cuarta versión del principio de la unidad de los opuestos, que McGill y Parry habían planteado en el sentido de que todo sistema o proceso está determinado simultáneamente por fuerzas o tendencias opuestas[70], se ha de entender como un criterio que preceptúa que la construcción teórica de un sistema o proceso concreto se debe hacer de manera tal que "el sistema sea definido parcialmente en términos de la determinación simultánea de fuerzas, movimientos o tendencias en oposición." (*Ibid.* p. 193 [trad.])[71].

Ahora bien, para articular una lógica que se aproxime a la dialéctica, los autores optan por no enfrentar directamente aspectos de este tipo, propios de la reflexión metateorética, sino que más bien se concentran en las dos últimas interpretaciones de la unidad de los opuestos, que permiten mostrar mejor el sentido que tendría una lógica que manejara inconsistencias. Proponen, entonces, interpretaciones que versan sobre los intervalos [*stretches*] en los continuos; es decir, tomando en cuenta que en cualquier proceso o determinación que sea continuo existe en cierta medida un «margen» en el paso de un estado a otro, o de una determinación a otra, de manera tal que se puede afirmar que en ese intervalo algo no es ni lo uno, ni lo otro —ésta es la quinta interpretación—, o que es ambos a la vez —ésta es la sexta— (*cf. ibid.* p. 193). Esta situación es especialmente importante, porque si se toma el segundo fenómeno y se mira a la luz de la

---

[70] Ver texto original en la nota anterior.

[71] "On this view, the principle of the unity of opposites (interpretation #4) gives the following directive: Construct a theory of a concrete system or process in such a way that the system is partially defined in terms of a simultaneous determination by oppositely directed forces, movements or tendencies! Such a formulation seems to agree with the Hegelian-Marxist approach to reality more than does a formulation of the principle as an inductive generalization." (da Costa / Wolf 1980: p. 193).

lógica clásica, entonces "cualquier teoría que describa un continuo que posea objetos con propiedades contradictorias es equivalente a la teoría trivial en la que todo es verdadero." (*Ibid.* p. 194 [trad.]). Estos casos se podrían tratar dentro del desarrollo de una lógica de la vaguedad, pero a los autores este tratamiento les parece muy limitante, pues se debe tener en cuenta la posibilidad de otras interpretaciones para la lógica que se quiera estructurar. Por consiguiente, es necesario un sistema lógico que trate de dar cuenta de estas «vaguedades», pero que tenga como perspectiva distintas interpretaciones del principio de unidad de los opuestos (*cf. ibid.* p. 195). Aparte de esto, hay otro criterio que, a su parecer, debe tenerse en cuenta: la lógica clásica debe seguir valiendo cuando no se está tratando con uno de esos casos particulares.

Presentan entonces el sistema de cálculo proposicional DL, de «*dialectical logic*», que se estructura a partir de la lógica positiva, al igual que los sistemas de la jerarquía C_n, pero que a partir de ahí es muy diferente a todos los sistemas anteriores[72]. La primera gran diferencia está en que, en un sentido, este sistema se estructura de modo bastante radical, en tanto en él no vale ninguno de los tres principios clásicos: no contradicción, tercero excluido y doble negación; pero, en sentido contrario, para que el sistema no sea demasiado inusual, se parte de la lógica positiva pero reforzada con el postulado '$A \vee (A \rightarrow B)$' (que en los anteriores sistemas era derivable), y se incluyen entre los postulados las leyes de De Morgan[73], que no valían en los anteriores sistemas paraconsistentes —excepto en un caso particular (ver Anexo C)—, para así darle a la negación características más próximas a la clásica. Ahora bien, en él, al igual que en los otros sistemas paraconsistentes, se pueden definir ciertas fórmulas que se «comportan bien», lo que aquí se entiende como aquellas que

---

[72] Ver en el Anexo B la construcción axiomática de DL, y en los Anexos C y D su correlación con los otros sistemas de cálculo proposicional.

[73] $\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$
$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$

cumplen tanto el principio de no contradicción, como el del tercero excluido, lo que las lleva también a cumplir el de la doble negación. Y para reforzar el carácter «clásico» de estas fórmulas, se incluyen algunos postulados que garantizan que si dos fórmulas son «clásicas», entonces también lo son sus componentes veritativo-funcionales, y así mismo cumplirían la reducción al absurdo y la eliminación de la doble negación[74].

Aparte de esto, da Costa y Wolf deciden agregar otros postulados bastante particulares. Por un lado, en este sistema no hay lugar para contradicciones a distintos «niveles», debido al postulado '$A^{\circ\circ} \leftrightarrow A^{\circ}$', que determina que si una proposición es clásica en un nivel, también lo es en el siguiente. Otro postulado: '$A^{\circ} \supset \{(A \vee \neg A) \wedge [(A \supset B) \vee (A \supset \neg B)]\}$', garantiza que si una proposición es de «buen comportamiento», entonces ella y su negación no pueden ser ni ambas verdaderas, ni ambas falsas. Y, en sentido contrario, para las proposiciones que no son de buen comportamiento agregan el siguiente postulado:

'$\neg A^{\circ} \supset \{[(A \vee \neg A) \supset B)] \vee (A \wedge \neg A)\}$',

a fin de establecer que la proposición no clásica y su negación tienen que o ser ambas verdaderas o ambas falsas (*cf. ibid.* p. 199). El sentido de estos dos últimos postulados está estrechamente vinculado con la semántica particular del sistema, pero por ahora lo que aquí más nos importa es que éstos son los postulados que tienen que ver con las franjas de los continuos, por lo que responden directamente a la motivación del sistema.

Tomando en cuenta estas características, da Costa y Wolf sostienen que el sistema resultante es adecuado para formalizar uno de los principios dialécticos: la unidad de los opuestos; pero aclaran que no abarca otros principios dialécticos tales como el paso de la cantidad a la cualidad y la negación de la negación, si bien este último principio fue uno de los motivos que los llevó a

---

[74] $(A^{\circ} \wedge B^{\circ}) \supset [(A \supset B)^{\circ} \wedge (A \wedge B)^{\circ} \wedge (A \vee B)^{\circ} \wedge (\neg A)^{\circ}]$
$(A^{\circ} \wedge B^{\circ}) \supset \{(A \supset B) \supset [(A \supset \neg B) \supset \neg A]\}$
$A^{\circ} \supset (\neg \neg A \supset A)$

rechazar la introducción y la eliminación de la doble negación (*cf. ibid.* p. 200).

Luego, los autores presentan una forma de definir una negación fuerte, algo diferente a como se había hecho para C_1, y que busca darle un sentido más intuitivo; proponen que en este sistema la negación débil '¬A' se lea «A no es cierta», al paso que la fuerte '~A' sería «A es falsa». En la segunda iría implícita la aseveración de que *A* es de «buen comportamiento», por lo cual también se la puede ver como una negación «ideal»; es decir, para los casos en los que no se presentarían los «intervalos» conflictivos, mientras la débil sería un negación más «concreta», aplicable a todas las situaciones (*cf. ibid.* p. 204).

A continuación, da Costa y Wolf desarrollan una semántica para este sistema lógico, basada también en el método de las valuaciones. Esta semántica busca recoger las dos opciones que en este sistema se pueden presentar, a saber: que un enunciado y su negación tengan ambas el mismo valor de verdad, caso en el cual la afirmación de que este enunciado es de «buen comportamiento» sería *falsa*, o —por el contrario— que un enunciado tenga valor de verdad diferente al de su negación, por lo que sería *falsa* la negación de que es de buen comportamiento (*cf. ibid.* p: 207s). En el primer caso se trataría de una valuación «singular», mientras en el segundo sería «normal». Pero el artículo resalta que no se está diciendo que a un enunciado puedan asignársele dos valores de verdad, sino que tanto un enunciado como su negación pueden ser ambos verdaderos o ambos falsos (*cf. ibid.* p. 210).

A partir de esta semántica, los autores pasan a estudiar ciertas propiedades metateoréticas de DL, y prueban que es completo y consistente con respecto a estas valuaciones. Y luego muestran que este cálculo tiene un procedimiento de decisión semejante al que se había desarrollado en da Costa / Alves 1977.

Ya para terminar el artículo, presentan un nuevo sistema, llamado DL*, que busca secundar la sugerencia de Routley y

Meyer con respecto a la posibilidad de introducir contradicciones aisladas en los sistemas de inferencia. En esta línea, le agregan a DL tres nuevos postulados, utilizando constantes proposicionales: uno que afirma que de hecho hay situaciones incompletas, otro que afirma que hay situaciones inconsistentes y un tercero que afirma que hay situaciones que cumplen el principio de no contradicción[75]. Éste es, pues, un sistema lógico que no sólo permite formalizar situaciones dialécticas, sino que asevera que estas situaciones tienen que darse de una u otra manera en casos concretos, pero sin que esto llegue a ser siempre el caso, en la medida en que también tiene que haber situaciones en las que se cumplan los principios clásicos. Es, pues, una teoría claramente dialéctica pero no trivial: puede albergar contradicciones, pero a partir de ellas no se puede deducir cualquier proposición, ni tampoco puede afirmarse que todo sea contradictorio; dado el caso, lo que se conforma es un sistema «inconsistente», pero que no es «absolutamente inconsistente» (*cf. ibid.* p. 214).

Después de este artículo, esta propuesta de sistemas dialécticos ha tenido algunos desarrollos, pero no en la cuantía en que se podría esperar. Primero Elias Alves —antes de que se publicara el artículo de da Costa y Wolf— presentó (Alves [1978] 1988) un análisis sobre la semántica de DL, aportando un procedimiento paralelo de decidibilidad. Luego, da Costa y Wolf (1985) estructuraron las extensiones de los cálculos anteriores a sistemas de cálculo de predicados (DL^Q y DL^{Q*}), de manera tal que si una

---

[75] En su orden los formulan así:
$\sim (k_{2i} \vee \neg k_{2i})$
$l_j \wedge \neg l_j$
k°_{2i+1}
donde la serie *k* de constantes, es diferente de la serie *l*, y los subíndices garantizan que la constante en el caso clásico [2i+1] es diferente de la del incompleto [2i]. La primera pretende albergar la quinta interpretación de McGill y Parry del principio de unidad de los opuestos; y, a su vez, la segunda pretende albergar la sexta interpretación (*cf.* da Costa / Wolf 1980: p. 214).

fórmula vale en los sistemas proposicionales, también vale en los de predicados (*cf.* da Costa / Wolf 1985: p. 62). Al final de ese texto, dejan abierta la posibilidad de hacer una extensión con lógica temporal de estos sistemas. De esta ultima insinuación, hasta donde he podido investigar, no se ha presentado ningún desarrollo, lo cual es lamentable, pues parece evidente que para aproximarse más a los planteamientos dialécticos se hace necesario superar el estatismo de la lógica simbólica habitual.

2.4.3. Lógica transitiva

Existe otra opción entre los sistemas paraconsistentes, desarrollada por el investigador español Lorenzo Peña. La idea básica de esta propuesta surgió en forma independiente a todas las anteriores, cuando su autor estudiaba filosofía en Madrid a principio de los sesenta, pero sólo comenzó a tomar cuerpo cuando él, después de haber estado enseñando en Ecuador, se fue, en 1975, a Bélgica para hacer su doctorado. Su tesis (Peña 1979) constituye, por lo tanto, la primera presentación de sus sistemas de lógica. Está dividida en tres «libros»: el primero expone los «sistemas *A*» (lógica sentencial *As*, lógica cuantificacional de primer orden *Aq* y teoría de conjuntos *Am*), el segundo examina sintácticа y semánticamente estos sistemas, y el tercero defiende, como dice su título, "El interés de una teoría contradictoria de la verdad". Es, sin duda, la exposición más extensa y completa entre todas las presentaciones de sistemas lógicos que aquí hemos visto: enuncia más de 2.500 teoremas y demuestra muchos de ellos; además, analiza ampliamente su relación con el lenguaje natural, junto con los aspectos sintácticos y semánticos más importantes. Y, una vez hecho todo esto, presenta en el libro tercero una fundamentación filosófica de más de 500 páginas.

Es un trabajo muy particular en el contexto de las lógicas paraconsistentes, no sólo por su constitución, sino también porque es el sistema que más hace explícita su motivación filosófica, la cual es así mismo bastante peculiar. En efecto, si bien en general se mantiene en la línea de aportar mecanismos lógicos para en-

frentar las paradojas, esto lo ubica en una visión de mundo mucho más amplia que Peña define como la perspectiva «ontofántica», caracterizada en esta su primera presentación con tres rasgos fundamentales: realismo absoluto, racionalismo absoluto y formalismo absoluto, y luego se propone mostrar que estos tres principios sólo se pueden articular asumiendo la «contradictoriedad de lo real» (*cf.* Peña 1979: L. I, p. 7)[76]. Recientemente, ha vuelto a definir la ontofántica como "una denominación que quiere significar una filosofía que se ve a sí misma como un mostrarse del ser en el lenguaje, diciéndose "[77].

Hablando en términos muy generales, la obra de Lorenzo Peña recoge el aforismo medieval «*verum et ens convertuntur*» (es decir, la identidad o avenencia entre la verdad y la existencia), pero siguiendo los lineamientos de la «tradición analítica», con especial influencia de los planteamientos de Quine. Paralelamente, busca desarrollar una lógica que no sea sólo paraconsistente, en el sentido de no trivializable a partir de una contradicción, si-

---

[76] "L'élaboration de ce système obéit à une puissante motivation philosophique. Ce qui nous a guidé dans cette entreprise c'est le dessein d'entériner un système philosophique particulier, dans la construction duquel s'inscrivent les analyses présentées dans cette étude. Ce système, qu'on pourrait appeler 'ontophantique', est caractérisé par les trois traits suivants:

1) *Réalisme absolu*: tout ce qui peut être pensé est, en quelque sorte du moins, vrai; i.e. il y a un corrélat réellement existant et en soi —dont l'existence ne se réduit point à être pensé ou dit— de chaque acte mental.

2) *Rationalisme absolu*: tout le réel est intelligible, transparent à la raison; ses structures et articulations sont conformes aux réquisits de la raison, aux lois de la logique et à ce principe régulâtif fondamental de la penseé rationnelle qu'est le principe de raison suffisante. Dès lors, toute vérité peut être linguistiquement exprimée.

3) *Formalisme absolu*: non seulement tout discours est formalisable, mais, qui plus est, il y a un système formel —même s'il est béant, donc pas intégralement explicitable— auquel tout discours est traduisible.

Nous croyons montrer suffisamment qu'une défense de ces trois principes ne peut être faite sans l'admission de la thèse de la contradictorialité du réel." (Peña 1979: L.I, p. 7).

[77] Peña, Lorenzo: *Hallazgos filosóficos* (Salamanca: Publicaciones Universidad Pontificia de Salamanca, 1992) p. 13.

no que afirme la existencia de contradicciones reales, o sea «dialéctica», como el mismo Peña la califica. A todo esto se agrega un referente semántico muy claro, que si bien en sus primeros esbozos se aproximó a una semántica polivalente, luego fue particularizando hacia los planteamientos en la línea de los «conjuntos difusos» [*fuzzy sets*] que, a partir de la propuesta original de Lofti Zadeh, se han venido desarrollando exponencialmente (especialmente a partir de los años ochenta).

Posteriormente, este autor denominaría «lógica transitiva» a sus sistemas lógicos, estableciendo unos rasgos muy característicos[78], entre los cuales ahora conviene señalar que es una lógica gradualista, pues asume que existen tanto grados de verdad como grados de existencia, y que es ahí donde está el origen de las contradicciones, y lo que las vuelve inevitables. Esto quiere decir que, en la medida en que todo se dé por grados, entonces, cada cosa tiene cierta determinación en un grado tal y no la tiene en el grado contrario. Se hace entonces fundamental la distinción entre dos tipos de negaciones: la negación simple o débil, que es la negación natural que afirma simplemente «no» o «es falso que», y la negación fuerte, o supernegación, que afirma «no es verdad en absoluto» o «es de todo punto falso que» (*cf.* Peña

[78] "Este sistema de lógica [la lógica transitiva] es: paraconsistente, infinivalente (propone una infinidad de grados de verdad); minimalista alético (acepta el «principio de apencamiento», a saber: que lo no totalmente falso es verdadero —o sea: cuando sea verdadero-en-uno-u-otro-grado es verdadero a secas, lo que no quiere decir, ni muchísimo menos, que haya de ser totalmente verdadero); no arquimédeo (propone un umbral mínimo de verdad, o sea: un grado ínfimo de verdad, que es infinitamente menos verdadero que cualquier otro grado de verdad, siendo, no obstante, verdadero, e.d. diferente de lo absolutamente falso).

Más en general: esta lógica se denomina 'transitiva', no sólo porque es una lógica de los estados transicionales, de la gradualidad, de las penumbras entre el *sí* y el *no* que son zonas de confluencia y copresencia graduada del *sí* y el *no*, sino también porque, además, postula, para cada grado de realidad, un umbral inferior y un umbral superior —en ciertos casos el grado en cuestión puede coincidir con uno o con otro—, siendo ese umbral el punto de *arranque en el tránsito*, o sea: la transición inmediata." (Peña 1983: p. 61)

1991: p. 17). Con esto se estructura una lógica de la gradualidad en la que la verdad y la falsedad se excluyen, pero no absolutamente, y son compatibles hasta un grado máximo del 50%. Así, pues, hay infinidad de contradicciones verdaderas en algún grado, pero nunca una situación contradictoria puede ser absolutamente verdadera o real; asociándose, por esta vía, lo contradictorio con lo difuso (*cf. ibid.* p. 16). En la lógica transitiva existen inevitablemente contradicciones, pues es una lógica «contradictorial» —como dice su autor—, pero también el principio de no contradicción suele ser un teorema de sus sistemas de inferencia[79].

Entre las otras peculiaridades de esta propuesta, se debe señalar que el sistema tiene que valerse de la creación de una serie de nuevos operadores que permitan tanto determinar los grados de verdad de una aseveración, como comparar o relacionar los grados de verdad-realidad de dos aseveraciones (ver, p. ej., Peña 1991: p. 23ss). Por otra parte, la semántica que Peña ha propuesto para sus sistemas ha sido de tipo algebraico, para lo cual se establecen modelos algebraicos que Peña denomina «álgebras transitivas» (ver Peña 1983: p. 76ss; 1993: cap. XII).

Desde el primer texto, de 1979, hasta el presente, Lorenzo Peña ha ido perfeccionando su distintos sistemas lógicos y de teoría de conjuntos[80], y es, sin duda, uno de los investigadores

---

[79] Lorenzo Peña hace unas precisiones muy finas respecto a qué se puede entender por el principio de no contradicción, y lo distingue del principio de exclusión de situaciones contradictorias, que rechaza del todo (*cf.* Peña 1991: p. 259). De modo que un sistema puede aceptar situaciones contradictorias y aceptar el principio de no contradicción, entendido tanto sintácticamente como semánticamente; a su vez, dentro de eso, Peña demuestra que se pueden hacer determinaciones más finas, para luego cotejarlas con cada sistema (ver Peña 1993: cap. VII).

[80] Por ejemplo, la primera propuesta de cálculo sentencial *As* tenía 30 esquemas axiomáticos, 102 definiciones y 7 reglas de inferencia (*cf.* Peña 1979: L. I, p. 16-28); mientras que el sistema más reciente *Aj* puede construirse con 6 esquemas axiomáticos, 36 definiciones y dos reglas de inferencia (*cf.* Peña 1991:

más prolíficos en el ámbito de la lógica paraconsistente. No obstante, su propuesta —hasta donde he podido tener noticias— no ha sido especialmente secundada, y parece que, desafortunadamente, poco ha sido estudiada por los otros autores de la lógica paraconsistente[81], con excepción de da Costa, que considera que es un aporte muy importante, en la medida en que constituiría la búsqueda más profunda de relacionar la gradualidad con la paraconsistencia[82] (ver da Costa 1989).

Es posible que esta lógica transitiva no se haya destacado más, debido a la forma muy propia con la que este investigador español estructura y presenta sus sistemas, así como por la estrecha vinculación que Peña establece entre sus sistemas y su motivación filosófica, la cual, sin duda, es muy elaborada pero igualmente peculiar. No obstante, es posible que esto último no sea determinante en el futuro, pues, como dice da Costa "la lógica transitiva tiene sentido aun independientemente de las tesis filosóficas abrazadas por Peña." (da Costa 1989: p. 28). Esto sin

---

p. 23-27), o con menos definiciones y más postulados (*cf.* Peña 1993: p. 149-152).

[81] Las investigaciones de Peña sí han sido mencionadas en las recopilaciones que sobre la lógica paraconsistente se han hecho, por ejemplo en Arruda 1989: p. 125 y D'Ottaviano 1990: p. 133, por su parte Priest y Routley, si bien incluyen un artículo suyo (Peña 1989) en Priest / Routley / Norman (eds.) 1989, en su presentación de los sistemas paraconsistentes (Priest / Routley 1989b) no tratan de las propuestas de Peña; sin embargo, a este respecto se debe tomar en cuenta que este texto aparentemente fue escrito en la primera mitad de la década pasada, y es muy probable que después estos autores en Australia se hayan interesado más por el trabajo de Lorenzo Peña, pues él estuvo un semestre como profesor invitado en la Universidad Nacional de Australia, entre 1992 y 1993.

[82] Da Costa escribió (da Costa1989) un ensayo sobre la obra de Lorenzo Peña, que es crítico pero también muy elogioso. Más allá de la controversia que pueden originar ciertas peculiaridades de los sistemas lógicos de Peña, para da Costa el principal problema que ha tenido la obra del autor español gira alrededor de su aislamiento (como lo reitera en la entrevista en el Anexo D). Otro artículo que también realza la obra de Peña fue escrito por Hegenberg (1988).

demeritar que la «filosofía ontofántica»[83] en sí merecería ser estudiada desde distintos puntos de vista, pues aporta una nueva perspectiva frente a problemas fundamentales de la tradición filosófica.

3. APLICACIONES DE LA LÓGICA PARACONSISTENTE

La lógica paraconsistente, en principio, se puede aplicar a toda estructura deductiva que tenga que enfrentarse con inconsistencias y en la que no sea viable evitarlas. Estas inconsistencias pueden tener distintos orígenes, y las razones por las que no se puede, no se quiere, o no es conveniente evitarlas, serían igualmente diversas. En estas situaciones, en principio resulta útil el instrumental lógico que se ha estudiado, aunque en qué medida, depende de cada caso concreto.

Las inconsistencias pueden darse porque los axiomas extralógicos lleven a contradicciones, o porque se incorporen datos que resulten contradictorios, entre sí o con otros ya contenidos en el sistema conceptual. Ante ellas, la reacción normal es tratar de evitarlas, pero a veces esto no se puede hacer, bien sea porque emergen de los fundamentos de la teoría, y no se quiere hacer una modificación substancial, o porque no se dispone de los medios para discernir y optar entre una de las dos aseveraciones contradictorias, o porque aplicarlos resulte muy difícil, costoso, dispendioso o ineficiente. Aparte de todas estas situaciones que pueden llevar a «tolerar» inconsistencias, también hay que considerar la posibilidad de asumir que ciertas contradicciones son inherentes a ciertas realidades particulares que se quieren formalizar, por lo que sería «erróneo» suprimirlas.

---

[83] La propuesta filosófica de Lorenzo Peña se encuentra compendiada en su libro *Hallazgos filosóficos* antes citado. Las bases de este trabajo se encuentran en otros dos libros: *Fundamentos de ontología dialéctica* (Madrid: Siglo XXI, 1987) y *El ente y su ser: un estudio lógico-metafísico* (León: Universidad de León, 1985). De estos dos últimos existe una reseña de Teresa A. Álvarez, en *Ideas y Valores* no. 78 (dic. 1988) p. 91-94, que puede ser útil.

Como se ve, se está aludiendo a situaciones muy diversas y que dependen mucho de cada contexto, pero, repito, como criterio general se puede suponer que la lógica paraconsistente puede aportar un instrumental lógico para manejar las inconsistencias —independientemente de cuál sea la razón que las originó— y evitar que de cada contradicción se puedan deducir todas las otras fórmulas bien formadas del respectivo sistema deductivo. No obstante, se debe tener en cuenta que esta función que puede cumplir la lógica paraconsistente no es en ninguna medida una «panacea», pues se limita a enfrentar el problema concreto de evitar la trivialización, lo cual sólo se aplica a nivel de sistemas de inferencia deductiva.

Queda, en todo caso, abierta toda la problemática con respecto a las contradicciones y su relación con los sistemas de inferencia en general. La lógica paraconsistente no determina si se deben mantener las contradicciones o si se debe seguir buscando evitarlas. Y tampoco decide, de por sí, qué se puede sacar de una contradicción, pues su aporte puede ir desde simplemente aislar contradicciones, hasta permitir formalizar teorías en las que la articulación de contradicciones juegue un papel determinante, pasando por el caso sencillo de que de una contradicción se puedan deducir sencillamente cada una de las dos aseveraciones contradictorias.

Pasando ahora más en concreto al tema de las «aplicaciones», la primera que se desarrolló fue el análisis hecho por Jaśkowski acerca de las paradojas (visto en el capítulo VIII), que se centró en las paradojas de tipo semántico. Luego vino la aplicación de da Costa y Arruda a la teoría de conjuntos (tratando de formalizar los conjuntos paradójicos), la cual —como vimos— ha enfrentado problemas muy importantes, como la trivialización sin negación y la obtención de resultados muy semejantes a la trivialización. Después surgió la posibilidad de formalizar teorías dialécticas para darle una estructuración lógico-simbólica a determinadas regularidades dialécticas, hasta incluso tratar de darle

cierto sustento formal a la alternativa de postular la existencia de contradicciones en casos concretos.

Otra área de investigación importante ha sido conformada por los intentos de algebraizar los distintos sistemas paraconsistentes, ya desde los trabajos iniciales de da Costa —como se mencionó en el capítulo X—, donde se tuvo que enfrentar serias dificultades, en virtud de las peculiaridades de los sistemas paraconsistentes en relación a la equivalencia. El problema principal estaba en que a los sistemas paraconsistentes no se les puede aplicar un álgebra en el sentido usual, definido por Lindenbaum (*cf.* da Costa / Lewin 1995: p. 197), como se mostró en Mortensen 1980 respecto a C_1 y los otros cálculos de la jerarquía C_n (ver Lewin / Mikenberg / Schwarze 1991). Surgió así la necesidad de desarrollar modelos algebraicos aplicables a los sistemas paraconsistentes, que se denominaron álgebras de da Costa, y así se hizo en Carnielli / De Alcântara 1984; pero la situación cambió al plantear Blok y Pigozzi lo que se puede presentar como "una teoría general de la algebrizabilidad de sistemas deductivos" (da Costa / Lewin 1995: p. 197), pues cumpliendo esos parámetros se logró algebraizar el sistema P^1 de Sette y el sistema trivalente J_3 de D'Ottaviano y otros sistemas (ver Lewin / Mikenberg / Schwarze 1990; 1994). Esto aparte de los modelos algebraicos propuestos por Lorenzo Peña para su lógica transitiva, que fueron antes mencionados (ver Peña 1983: p. 76ss; 1993: cap. XII).

Todas éstas han sido «aplicaciones» bastante teóricas, pero desde la última década se han venido desarrollando aplicaciones más prácticas, en el sentido de permitir formalizar sistemas deductivos con un interés menos abstracto. Hay varios textos en los que se anuncian y se presentan panorámicamente estas aplicaciones más recientes; entre ellos vale la pena resaltar el escrito por Priest y Routley (1989c), donde se plantea cómo se podría aplicar la lógica paraconsistente en una serie de campos —ciencias naturales, ciencias sociales, lógica y matemáticas, e

incluso teología— y se aportan algunas ideas básicas de cómo sería esto en ciertas áreas especificas: semántica «ingenua», teoría «ingenua» de los tipos, cálculo infinitesimal, mecánica cuántica, teoría del razonamiento, lógica deóntica y dilemas morales, sistemas de creencias y lógica doxástica, probabilidad y razonamiento inductivo, casos de vaguedad y procesamiento de datos en sistemas informáticos. También debe destacarse el artículo de da Costa y Marconi (1989), que se mencionó al principio de este capítulo, en el que está recopilado lo hecho durante la década de los ochenta —especialmente en su primera mitad— y donde se comienzan a estudiar ciertas aplicaciones, especialmente con relación a la computación. Lo cual es profundizado en D'Ottaviano 1990, que hace una relación de los artículos más importantes hasta su publicación, donde también se le da especial realce al campo de la informática.

En general, se puede decir que, desde 1985, en lo que ha progresado substancialmente la investigación en lógica paraconsistente ha sido en relación con las aplicaciones, pues en este campo se han producido mayores innovaciones que en la parte más teórica, por lo menos hasta donde se ha hecho patente. De hecho, el profesor Newton da Costa se muestra especialmente asombrado por la serie de resultados que se han ido obteniendo en campos que él nunca imaginó, tales como el control de aviones en los aeropuertos o el manejo de información de propiedad raíz. Debe aclararse que estas aplicaciones son básicamente prototipos, pero es de esperarse que en breve comiencen a ser utilizadas en la práctica.

Entre este cúmulo de aplicaciones, hay algunas sobre las que quiero llamar la atención. Primero, el desarrollo de una lógica deóntica paraconsistente se ha mostrado especialmente apropiado, porque al tratarse de deberes, y más aun en el caso de normas jurídicas, es claro que frecuentemente se han de enfrentar contradicciones, bien sea como dilemas morales, o bien como inconsistencias al interior de un sistema jurídico. De hecho, la po-

sibilidad de formalizar los dilemas morales fue una de las motivaciones que a nivel personal llevaron a da Costa a desarrollar sus sistemas lógicos[84]. En esta línea se ha venido desarrollando una serie de sistemas modales con operadores deónticos que permiten manejar inconsistencias y, además, se ha abierto un espacio de reflexión sobre los alcances que puede tener la presencia de obligaciones inconsistentes en los sistemas deónticos (ver da Costa / Carnielli 1986; da Costa / Puga 1987; 1987a; Puga / da Costa / Carnielli 1988; da Costa 1990a; Puga / da Costa / Vernengo 1990; 1992).

Se puede decir que con la lógica normativa o jurídica es especialmente notable lo que antes se esbozó en general. Si aparece una contradicción en un sistema normativo —bien sea de carácter jurídico, moral o ético— la opción habitual es asumir que esto indica que hay algún problema en el sistema y que hay que tratar de arreglarlo de alguna manera. Para el efecto, se recurre a todos los criterios sobre interpretación de las normas, especialmente el procedimiento de establecer un orden jerárquico entre las distintas normas, prefiriendo la norma superior sobre la inferior que la contradice; este orden se puede estructurar tomando en cuenta la importancia de lo que cada norma busca defender, o de la autoridad que la produjo, o del estatuto normativo según la articulación sistémica de las distintas normas, además de los criterios temporales, en virtud de los cuales, en principio, una norma posterior se debe preferir a una anterior.

La aplicación paraconsistente surge cuando el intérprete no puede resolver la inconsistencia, bien sea por no ser la autoridad competente, y no puede esperar a que ésta lo haga, o bien porque los criterios resulten insuficientes para preferir una de las dos normas o deberes enfrentados, o incluso cuando por razones de carácter pragmático no es viable hacer lo que se necesitaría para resolver el conflicto normativo, por carecerse del tiempo o de los

[84] Así lo manifestó en el curso que sobre lógicas no clásicas dio en la Universidad Nacional de Colombia, en julio de 1994.

medios necesarios. Uno de los casos más pertinentes es cuando lo que hay detrás del conflicto son dos valores y se dispone de criterios suficientemente buenos como para defender y preferir cada uno de esos valores.

En todas estas situaciones, un sistema lógico de carácter paraconsistente permite, sobre todo, ubicar las inconsistencias y aislarlas para que no lleven a la inmediata trivialización del sistema. De ahí en adelante es factible perfeccionar otros mecanismos que pueden limitarse a mantener aislada cada contradicción hasta que se la logre «resolver», o se puede optar por buscar aportes positivos de ciertas contradicciones, en la medida en que tengan un buen fundamento o que se asuman como hechos dados que simplemente hay que tratar de manejar de alguna manera.

En este punto se hace necesario enfatizar que la lógica paraconsistente no tiene que asumir una posición determinada sobre qué actitud se debe tomar frente a las inconsistencias, pues se limita a aportar un instrumental para manejar las inconsistencias mientras ellas se manifiesten, y sirve hasta cuando se logre «solucionarlas», si es eso lo que se quiere. Pero lo que sí hace es desvirtuar el argumento según el cual las contradicciones tienen que solucionarse por una necesidad «lógica», al no haber un instrumental lógico para manejar inconsistencias. Ahora bien, si, a pesar de que existe la posibilidad de manejarlas lógicamente, se decide en determinados espacios conceptuales seguir tratando de resolverlas totalmente, esto ya se tendría que basar en consideraciones de otro tipo.

Otro campo de aplicación muy importante lo constituyen las aplicaciones de carácter tecnológico, especialmente en el campo de la informática; tal es el caso de los sistemas expertos y de los sistemas controladores de bases de datos. La situación, semejante a los sistemas normativos, es que suelen ser diversas las fuentes que aportan información, por lo cual es muy probable que se incorporen datos o criterios que resulten inconsistentes con otros ya contenidos en cada sistema informático. Si en vez

de aplicar el procedimiento ordinario de eliminar la anterior información, o impedir el ingreso de la nueva, se utiliza una estructura lógica adecuada para mantener ambas sin que se desarticule todo el sistema, esto puede resultar muy beneficioso, en la medida en que cada una de las informaciones contradictorias tiene su valor, y éste se perdería si se elimina alguna de las dos, en virtud de procedimientos predeterminados por criterios formales que no tienen en cuenta el contenido concreto de cada conflicto de información.

En esta línea, se ha desarrollado lo que se llama lógica «anotada» [*annotated logic*] por parte de un grupo de investigadores en inteligencia artificial en los Estados Unidos, liderados principalmente por V. Subrahmanian, de la Universidad de Syracuse, proyecto en el que también han participado el profesor Newton da Costa y algunos de sus discípulos (ver da Costa / Subrahmanian 1989; 1991; da Costa / Subrahmanian / Vago 1991; da Costa / Subrahmanian / Henschen 1991). Por otra parte, como vimos antes, Walter Carnielli y Mamede Lima Marques, junto con Luis Fariñas del Cerro, han estado trabajando en el Instituto de Investigación en Informática de Toulouse, en el desarrollo de sistemas paraconsistentes basados en el método de los *tableaux*, con una semántica basada en los criterios de lógica por *default*. Pues bien, estos sistemas se estructuraron precisamente para controladores de bases de datos y han obtenido resultados prometedores (ver Carnielli / Lima Marques 1992). Por otra parte, se han comenzado a desarrollar, por parte de un grupo de jóvenes investigadores en Brasil, aplicaciones en el área más específica de robótica y sistemas de producción (ver Abe / da Silva / Rillo 1994).

Así mismo, en São Paulo algunos investigadores del Instituto de Estudios Avanzados de la USP han logrado desarrollar un lenguaje de programación que han denominado «Paralog» (ver da Costa / Prado / Abe / Ávila / Rillo 1996+); este lenguaje debe su nombre al hecho que abarca el lenguaje Prolog estándar

—que, como afirman estos investigadores, es el lenguaje de programación lógica más usado en varias ciencias de la computación (*cf. ibid.* p. 2)— pero también está basado en la lógica anotada, por lo que se constituye en un «Prolog paraconsistente». Afirman sus creadores que este lenguaje, "además de englobar el Prolog patrón, extiende su alcance permitiendo manipular los conceptos de inconsistencia y/o paracompletud, intratables en el Prolog patrón." (*Ibid.* p. 1 [trad.]).

No se podría cerrar este capítulo sin por lo menos mencionar otra aplicación que, si bien no es «práctica», sí puede tener mucha utilidad en el ámbito de la teoría de la ciencia. Su preocupación fundamental es estudiar una situación que puede ocurrir, y que de hecho ha ocurrido muchas veces, en las distintas ciencias: se trata de la utilización paralela en una misma disciplina científica de distintos constructos teóricos que son en sí consistentes, pero que resultan mutuamente contradictorios. Los ejemplos más claros —y en los que más ha trabajado da Costa— son los relacionados con la física, en donde se suelen resaltar situaciones como la incompatibilidad de la mecánica clásica con la cuántica, y cómo cada una se sigue aplicando a un rango determinado de objetos. Hay muchos otros ejemplos históricos, si se tiene en cuenta que no se está diciendo que las teorías inconsistentes tengan que coexistir por períodos muy largos —lo que a veces también ha ocurrido—, pues basta que por un cierto tiempo, en algún campo determinado del conocimiento, se apliquen paralelamente teorías que lleguen a mostrarse entre sí inconsistentes.

Estas inconsistencias pueden haber pasado inadvertidas mientras se aplicaban las teorías y haber sido superadas al explicitarse, pero también puede haber sucedido que, al mostrarse las inconsistencias, de todas maneras se hayan seguido aplicando las teorías en conflicto, en virtud de no haber podido encontrar ningún modo de evitarlas sin que se perdiera una parte fundamental del alcance explicativo de esas teorías y por tampoco ha-

ber logrado estructurar una nueva construcción teórica que englobara ambas teorías, evitando esas contradicciones.

Pues bien, es claro que sea cual sea la situación en cada caso concreto, no es cierto que mientras existían esas inconsistencias las teorías en conjunto hayan sido triviales, pues en virtud de dichas teorías no se afirmaba cualquier cosa sobre el mundo, lo cual tendría que ser el resultado si se aplicara la lógica clásica para formalizar esta situación. Por lo tanto, si para el efecto se va a utilizar algún andamiaje lógico, éste tiene que ser en alguna medida paraconsistente.

En este sentido, da Costa y algunos discípulos, especialmente de la Universidad de São Paulo, han esbozado lo que llaman una lógica multideductiva [*multideductive logic*] (ver da Costa / de Souza / Bueno / Wertheyser 1994+). La idea básica es que se puede definir un sistema lógico que tenga dos tipos de deducción distintos[85] y que tenga dos conjuntos de postulados que se apliquen a cada uno de estos tipos de deducción, de manera tal que cada subsistema puede tener una lógica subyacente de tipo clásico, si tomamos el caso típico, pero es posible que a partir de cada subsistema se deduzcan teoremas que sean inconsistentes con los deducidos a partir del otro. Ahora bien, los postulados del sistema general serían la unión de los postulados de cada subsistema y esto puede llevar a que en el conjunto de teoremas de este sistema global haya fórmulas inconsistentes entre sí, pero esto no implicaría que en él se pueda deducir cualquier fórmula, pues algo es deducible en este sistema global si y sólo si es deducible en alguno de los subsistemas, y como éstos son consistentes, entonces no hay de donde deducir cualquier fórmula.

De este modo, se estructura una lógica multideductiva que puede ser inconsistente sin ser trivial; se trata, pues, de una nueva forma de construir una lógica paraconsistente (*cf. ibid.* p. 2).

---

[85] Esto se formaliza usando dos símbolos de deducción distintos, de modo que '$\Gamma \vdash_1 A$' es diferente de '$\Gamma \vdash_2 A$', siendo Γ un conjunto de premisas, y A una fórmula determinada.

Ahora bien, a partir de un sistema multideductivo se puede construir uno de rango superior, de manera tal que los teoremas del sistema base sean los postulados del sistema de rango superior, a los cuales se les puede agregar ciertos esquemas axiomáticos y reglas de deducción de carácter estrictamente lógico, que eviten que el sistema de segundo nivel se trivialice a partir de las contradicciones que contienen los postulados aportados por el sistema multideductivo. Entonces, para esa lógica de segundo rango, se puede usar alguno de los sistemas paraconsistentes aquí estudiados, por ejemplo C_1, como proponen da Costa y sus discípulos (*cf. ibid.* p. 2).

Tendríamos entonces tres niveles: primero, cada una de las teorías científicas en cuestión, estructuradas axiomáticamente de acuerdo con los parámetros de la lógica clásica; es decir, como se las suele tratar cuando se busca formalizarlas. Segundo, la unión de las anteriores, que representa algo así como la estructura axiomático-deductiva global de un área de conocimiento que contiene teorías incompatibles, pero que se aplican por separado. Y, por último, un tercer nivel constituido por un sistema deductivo que permitiría manejar todos los teoremas de la teoría anterior de forma conjunta, sin que por ello se produzca el fenómeno de la trivialización en virtud de alguna contradicción, en tanto que los teoremas del nivel anterior constituyen sus postulados extralógicos y los postulados paraconsistentes son los de carácter lógico.

Ésta es una propuesta que apenas se está estructurando, aunque ya en el texto citado se presenta cómo se la puede aplicar para analizar el modelo del átomo de Bohr articulando la mecánica clásica y la teoría electromagnética (ver *ibid.* p. 3s). Además, sus autores están tratando de implementar esta propuesta en ámbitos más globales como la «unificación» de la mecánica clásica y la cuántica —especialmente Wertheyser en Alemania—, así como de las teorías inconsistentes en general —de Souza— *(cf. ibid.* p. 1). Este último autor se ha doctorado con un trabajo (de Souza

1995) que constituye el estudio más completo que se ha escrito en este sentido; en él se expone la lógica discursiva y se la relaciona con la lógica multideductiva propuesta, para luego pasar a proponer un aparato formal adecuado para el tratamiento de las inconsistencias en las teorías físicas, que es aplicado al estudio de la teoría del átomo de Bohr.

También en el campo de la teoría de la ciencia se han logrado otros desarrollos muy importantes con la aplicación de la lógica discursiva a problemas que giran alrededor de la fundamentación teórica del quehacer científico. En primer lugar, estaría una propuesta que surgió del trabajo conjunto de Newton da Costa con el profesor chileno Rolando Chuaqui (da Costa / Chuaqui 1985; da Costa 1989b; da Costa / Chuaqui 1991; da Costa / Chuaqui / Bueno 1996+), propuesta que se articula alrededor de la noción de «verdad pragmática» (o también «cuasi-verdad»). Este concepto fue presentado en Mikenberg / da Costa / Chuaqui 1986 y desde entonces ha ido encontrando importantes desarrollos, en los que ha intervenido especialmente Steven French, profesor británico que ha estado varias temporadas en Brasil, investigando con Newton da Costa, con quien ha publicado una serie de trabajos conjuntos que en breve se mencionarán.

La idea central pasa por recoger, de algún modo, los planteamientos del filósofo neokantiano Hans Vaihinger[86] alrededor de lo que sería una teoría «que salva las apariencias», usualmente gracias a la utilización de «constructos parcialmente ficticios» (*cf.* da Costa / Bueno / French 1996+: p. 2). A partir de esto, se propone asumir que algo es «pragmáticamente verdadero» en la medida en que sus consecuencias se comporten *como si* ello fuera verdadero (*cf.* da Costa / French 1993: p. 188)[87].

---

[86] El referente principal es el libro *Die Philosophie des Als Ob*, publicado originalmente en 1911; y más específicamente la versión en inglés: Vaihinger, H.: *The Philosophy of "As If": A System of Theoretical, Practical and Religious Fictions of Mankind* (London: Routledge & Kegan Paul, 1952).

[87] "If α is pragmatically, or partially, true in A, then all logical consequences of α or of α plus the true primary statements P should not be incompatible with

El desarrollo de esta idea ha llegado a constituirse en toda una perspectiva de investigación, la cual ha logrado resultados interesantes en diversas áreas: en el análisis de ciertos problemas de la psicología, relacionados con creencias o actitudes inconsistentes (ver da Costa / French 1986; 1988; 1989a; 1990); en probabilidad y lógica inductiva[88] (ver da Costa 1986b; da Costa / French 1988a; 1989; da Costa / Chuhaqui 1991); y en la utilización de la teoría de modelos para tratar de explicar cómo se articulan diversas teorías científicas cuando pueden resultar inconsistentes entre sí, mostrando la utilidad de la noción de estructuras parciales al interior de la filosofía de la ciencia (ver da Costa / French 1990a; 1993; da Costa / Bueno / French 1996+). También se ha visto que todo este modelo interpretativo alrededor de la noción de verdad pragmática puede ser útil en el contexto de la reflexión sobre el «razonamiento natural» (ver da Costa / French 1993), así como para tratar el fenómeno de las inconsistencias que surgen en el cruce de culturas [*«cross-cultural» inconsistency*], esto es, cuando las creencias de otra cultura se muestran inconsistentes en términos de la propia (ver da Costa / French 1995).

Todo esto constituye una opción teórica surgida en torno a la investigación en lógica paraconsistente, pero que tiene características muy propias en la medida en que vincula las herramientas lógicas aquí estudiadas con puntos particulares de la reflexión metateorética. Por esto, no es éste el lugar apropiado para profundizar más en esta propuesta, pero sin duda era muy importante mencionarla y así dejar abierta la puerta a investigaciones futuras. Por ahora, basta señalar que en estos desarrollos se ha

---

any true primary statement. This definition of pragmatic, or partial, truth captures the gist of the idea of a proposition being such that everything occurs in a given domain *as if* it were true." (da Costa / French 1993: p. 188).

[88] Sobre estos temas, da Costa había escrito un libro (da Costa 1981), y Rolando Chuaqui publicaría una de las obras recientes más importantes: *Truth, possibility, and probability: New logical foundations of probability and statistical inference* (Amsterdam: North-Holland Pub. Co., 1991).

visto que los sistemas de lógica discursiva, planteados desde la década de los sesenta, serían los sistemas paraconsistentes más apropiados para estructurar el andamiaje lógico que necesitan estas teorías, lo cual ha sido una motivación especial para perfeccionar los sistemas de dicha lógica.

Paralelamente, se ha desarrollado otra aplicación muy importante para los sistemas de lógica discursiva, esto es, en la formalización axiomático-deductiva de las teorías físicas contemporáneas. En este sentido, ha sido especialmente fructífero el trabajo de Newton da Costa con Francisco Doria que antes se mencionó (sec. 2.2.3). Este trabajo se inició buscando enfrentar otro de los problemas de Hilbert: la axiomatización de la física; para esto, se fue desarrollando una articulación lógica basada en un lenguaje para predicados de primer orden en la línea de Suppes, con su respectiva teoría de conjuntos, buscando darle una fundamentación adecuada a la axiomatización de la física[89]. Esta propuesta originalmente se basaba en la lógica clásica y fue arrojando resultados muy interesantes[90] (ver da Costa / Doria 1991; 1994; da Costa / Doria / Furtado de Amaral 1993), pero poco a poco se fue evidenciando que había problemas que requerían de estructuras lógicas no clásicas (ver da Costa / Doria 1992), a partir de lo cual se vio que los sistemas de lógica discursiva resultaban ser los más apropiados. Por esta razón, da Costa y Doria se dedicaron a estudiar estos sistemas lógicos, y recientemente publicaron lo que a todas luces parece ser la formulación más acabada de la lógica discursiva (da Costa / Doria 1995).

Esta investigación también ha empalmado con la que Maria Luisa Dalla Chiara ha venido haciendo con respecto a la mecáni-

---

[89] La base teórica está en da Costa / Chuaqui 1988, seguida por una serie de artículos sobre el tema: da Costa / Doria / de Barros 1990, da Costa / Doria 1992a y da Costa / Doria 1992+.

[90] De hecho, así se reseñó en en una de las revistas más importantes del mundo científico: Stewart, I: "Deciding the undecidable", *Nature* 352 (1991) p. 664-665.

ca cuántica y a la necesidad de una lógica cuántica[91]. Pues, por este otro camino, esta autora italiana ha desarrollado lo que llama una «lógica cuántica paraconsistente» (ver Dalla Chiara / Giuntini 1989). Y luego da Costa y Doria han mostrado que la lógica discursiva puede ser tomada como la lógica subyacente apropiada para esta propuesta de Dalla Chiara (*cf.* da Costa / Doria 1995: p. 53).

Quisiera concluir este capítulo señalando que son muchos los campos en que la lógica paraconsistente ha ido encontrando aplicaciones, y aquí sólo he señalado que más aportan a la visión global que se buscaba presentar con este capítulo. En todo caso, en la bibliografía están las referencias de otros textos que presentan investigaciones en otros sentidos o en sentidos complementarios.

Ahora bien, estas aplicaciones suelen presentarse como el mejor argumento para mostrar que la lógica paraconsistente es mucho más que un simple formalismo lógico-matemático y que su alcance va cada vez más allá del ámbito de las ciencias deductivas puras[92]. Esto es sin duda muy importante, pero hay que resaltar que estas aplicaciones se han dado en la medida en que la lógica paraconsistente ha posibilitado nuevas perspectivas en muchos campos de investigación, lo que quizás es el mayor de sus méritos, pues, antes que respuestas definitivas, ha buscado crear nuevos horizontes de problemas.

---

[91] Al respecto se puede consultar el capítulo "Quantum logic" escrito por Dalla Chiara en Gabbay / Guenthner 1986.

[92] Esto es especialmente abordado en un texto muy reciente (da Costa / Bueno 1996+) que he podido conocer de primera mano, por gentileza de los autores.

Capítulo XII

PROBLEMAS FILOSÓFICOS RELACIONADOS CON LA LÓGICA PARACONSISTENTE

1. DELIMITACIÓN DE LOS ASPECTOS QUE VAN A TRATARSE

Habiendo llegado a este punto, se ha cumplido tanto el objetivo de hacer un estudio histórico-temático de las principales preocupaciones que dieron lugar a la lógica paraconsistente, como el de exponer los lineamientos básicos de los desarrollos lógico-formales más importantes. Estamos, pues, en posibilidad de pasar a analizar las implicaciones filosóficas que todo este devenir conceptual ha tenido y que puede llegar a tener.

Antes que nada, hay que distinguir tres asuntos que, si bien colindan, son diferenciables. Al hablar de los aspectos filosóficos relacionados con la lógica paraconsistente, con esto se puede estar haciendo referencia a aspectos propios de filosofía de la lógica, bien sea en general o al interior de las distintas posturas paraconsistentes; así mismo, se puede estar aludiendo a la postura filosófica de quienes han creado y desarrollado la lógica paraconsistente y que de una u otra manera han de estar presentes en sus elaboraciones formales; y, por último, se puede estar señalando la posibilidad de examinar en qué medida ciertos problemas filosóficos, que se habían detectado con mucha anterioridad al surgimiento de la lógica paraconsistente, e incluso antes de que surgiera la lógica simbólica contemporánea, se ven afectados directamente por los planteamientos que fundamentan los distintos sistemas paraconsistentes y por sus consecuencias. En este capítulo, después de una breve ubicación con respecto a los

dos primeros, se optará por profundizar en el tercer sentido, en virtud de los motivos que paso a exponer.

Es claro que cada uno de estos campos tiene peculiaridades que pueden ser estudiadas *in extenso*. En efecto, los aspectos referentes a la filosofía de la lógica comienzan en la ya decantada discusión sobre los sistemas lógicos alternativos; a saber: ¿Qué sentido tiene elaborar lógicas no clásicas? ¿Son ellas realmente «lógicas»? Esto aparte de la discusión sobre si tiene que existir una única lógica correcta —que puede ser la clásica u otra que se muestre más adecuada— o si, por el contrario, se tiene que aceptar la pluralidad de lógicas.

Luego, ya aceptando el sentido y utilidad de las «lógicas alternativas», surgen problemas como los siguientes: ¿Con qué parámetros se debe construir una lógica no clásica? ¿Cuáles son los requisitos mínimos para que sea una «lógica»? ¿Con qué criterios enfrentar los distintos sistemas lógicos? ¿Qué estatuto ontológico tiene que tener algo para que se pueda formalizar? ¿La divergencia frente a la lógica clásica se ha de dar en virtud de principios fundamentales o teniendo en cuenta la aplicabilidad a ciertas realidades?

Finalmente, incluso al interior de una lógica no clásica concreta, como la paraconsistente, existen muchos interrogantes: ¿Qué sistemas escoger entre todos los que se han desarrollado? ¿En consideración de qué criterios se puede decir que un sistema es mejor o más apropiado? ¿Se trata de un problema de utilidad o —por el contrario— se deben seguir ciertas pautas emanadas de la reflexión sobre lo que se trata de formalizar? Por otra parte, si bien los sistemas paraconsistentes generalmente se han articulado primero sintácticamente, es posible plantear que sería más conveniente partir de una estructura semántica; aún más, dentro de un mismo sistema sintáctico surge la cuestión sobre cuál es el tipo de semántica más apropiada, e incluso en cada uno de estos tipos hay que determinar cuál es la semántica que mejor se ajusta

a las motivaciones originarias del sistema, o a lo que se busca con él.

Tratar de articular en alguna medida todo este universo de opciones es el propósito fundamental del Anexo A, donde, a la vez de mostrar cómo se pueden clasificar las distintas opciones lógicas, también se intenta globalizar las diversas posiciones frente y al interior de las lógicas no clásicas. Por eso, en la introducción se dijo que ese anexo puede servir como contextualización previa al cuerpo del trabajo. Intencionalmente, en ese anexo poco se menciona la lógica paraconsistente, pero es de esperarse que, ya habiendo llegado hasta aquí, la conexión se haya hecho evidente.

Ahora bien, estos problemas de la filosofía de la lógica han sido tratados, de una u otra forma, por los autores que hemos estudiado, o al menos sus planteamientos tienen implicaciones con respecto a casi todos estos puntos. Algunos de ellos han sido mencionados en los capítulos anteriores, en la medida en que eran aspectos determinantes en la articulación conceptual de la propuesta paraconsistente.

Así pues, es claro que autores como Łukasiewicz, Vasiliev, Jaśkowski, da Costa, y todos los que han seguido en esta línea, aceptan la posibilidad de crear sistemas lógicos que conformen alternativas viables frente a la lógica clásica y que su desarrollo pueda tener un sentido importante; pero entre ellos hay muchos matices, tanto respecto a qué modificar en la lógica clásica, como en relación a cuál es el estatuto de las nuevas propuestas. Por ejemplo, es muy diferente la posición de Newton da Costa, que tiene en muy alta estima la lógica clásica y considera que sus aportes han sido fundamentales para el desarrollo conceptual de este siglo[1]; frente a la de otros autores que, como Routley (Syl-

[1] Esta posición la ha reiterado da Costa varias veces, por ejemplo en da Costa 1980a: p. 209. Hay un pasaje reciente, escrito en coautoría, que al respecto resulta muy significativo:

"At the outset, it should be clear that, despite being a non-classical logic, paraconsistent logic, from our viewpoint, does not constitute a tentative ap-

van), consideran que la lógica clásica está equivocada y que su espacio debería ser ocupado por un sistema lógico que fuera tanto relevante como paraconsistente[2].

Los planteamientos que con relación a estos temas se hacen, a partir del desarrollo de la lógica paraconsistente, se pueden encontrar en distintos textos, entre los cuales sin duda el más importante es el libro de da Costa (1980) *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica*, que trata muchos de los problemas antes enunciados, de una forma gradual y especialmente clara. De este libro existen algunos estudios críticos y reseñas, escritos por autores también importantes en la lógica paraconsistente, que posiblemente se pueden conseguir más fácilmente que el texto original[3]; de modo que, para una visión general se puede consultar: Miró Quesada 1982a, Peña 1982, de Moraes 1983. En todo caso, en lo restante de este trabajo se irán tratando ciertos puntos planteados en ese libro, de acuerdo con los problemas que estudiaremos. Por su parte, los autores del ámbito australiano han desarrollado sus planteamientos sobre filosofía de la lógica en varios textos, entre los que se puede destacar especialmente Priest 1989, Priest / Routley 1989d. Así mismo, Lorenzo Peña también ha tratado varios de estos problemas en su libro *Introducción a las lógicas no clásicas* (1993), y en la sección "Cuestiones de filosofía de la lógica" de *Rudimentos de lógica matemática* (1991: p. 257-295).

---

proach to challenge classical, standard logical conceptions —whose domain and main features are assured beyond any doubts. Rather, it was mainly devised in order to supply alternative tools, not found in the extant formalismus, so that some specific mathematical and logical problems, not possibly addressed to within a classical framework, could be reasonably considered." (da Costa / Béziau / Bueno 1995: p. 611).

[2] En la entrevista del Anexo E, da Costa presenta su posición al respecto y comenta la de Routley.

[3] Este libro fue publicado originalmente en 1980 en Brasil, y se le acaba de hacer una segunda edición; desafortunadamente, no ha sido traducido a otros idiomas, excepto al francés, cuya traducción, hecha por Jean-Yves Béziau, será publicada en 1996 (da Costa 1996).

Específicamente en relación con lo que se podría llamar la «filosofía» de la lógica paraconsistente, hay dos aspectos fundamentales. Primero, la serie de argumentos que se han presentado para defender la necesidad de articular lógicas que permitan manejar contradicciones, los cuales se encuentran principalmente en algunos apartados de los textos antes mencionados —especialmente Priest / Routley 1989d y Peña 1991: p. 259-266—, así como en Arruda 1980, Peña 1983: p. 85-97, Peña 1988. Y segundo, existe una amplia controversia sobre las ventajas y desventajas que tiene cada uno de los sistemas paraconsistentes, en torno a cuál puede ser más adecuado para manejar contradicciones al interior de los sistemas formales. De hecho, cada vez que se presenta un sistema, se señalan cuáles son sus ventajas y en qué se podría aplicar de forma privilegiada. Una discusión general al respecto se encuentra en Priest / Routley 1989b, Peña 1984a y 1984b (artículos reelaborados en Peña 1991: p. 267-293, bajo la denominación "Un estudio comparativo de tres enfoques en lógica paraconsistente").

Esta discusión puede ser importante, pero a mi parecer hay la tendencia a exagerar su alcance, en virtud de postular que hay que encontrar «la mejor lógica paraconsistente», asumiendo que esto se puede plantear en términos absolutos. Diferente es la posición de da Costa, quien es mucho más pluralista, en la medida en que no ha tratado de buscar una *única* lógica paraconsistente, y ha desarrollado distintos sistemas según lo que se pretenda formalizar con ellos, si bien tiende a privilegiar los sistema de la jerarquía C_n y sus extensiones, principalmente por ser los más desarrollados y estudiados[4].

---

[4] Parece que, recientemente, da Costa tiene cierta preferencia por el sistema C_1^+, que fue propuesto por Béziau y ha sido desarrollado en conjunto con da Costa, como se mencionó en el capítulo anterior (sec. 2.4.1). Pero en los textos en que se presenta este sistema se es muy claro con respecto a que no hay una «mejor» lógica paraconsistente, sino que todo depende de las aplicaciones que quiera dársele y los criterios que se utilicen para juzgar cada sistema (*cf.* da Costa / Béziau / Bueno 1995+).

Puede verse que detrás de esta discusión hay distintas posiciones con respecto a la filosofía de la lógica, y sobre todo existe una divergencia importante en relación con la concepción filosófica sobre lo contradictorio, que es uno de los problemas fundamentales que trataremos más adelante. Por ahora, es importante tener en cuenta que, en puntos tan cardinales como éstos, no existe para nada un acuerdo entre los distintos autores que trabajan en lógica paraconsistente; pero esto, antes que ser un obstáculo, ha contribuido a desplegar un persistente espacio de creatividad intelectual, y, precisamente, el hecho de que no se haya establecido una opción como la dominante ha sido —a mi parecer— uno de los más grandes caudales de la lógica paraconsistente.

Volviendo a las interpretaciones que al comienzo se plantearon respecto a qué se puede entender por los aspectos filosóficos relacionados con la lógica paraconsistente, conviene ahora considerar la segunda, que era la referente a la postura filosófica de los autores que han dado lugar a la lógica paraconsistente. De entrada, se debe decir que éstas son muy disímiles, y, en general, no se ha dado una mayor continuidad. Por ejemplo, todos los planteamientos de Łukasiewicz en contra del determinismo —que se mencionaron en su momento— no han tenido mayor eco en las diversas consideraciones publicadas por los otros autores. De manera semejante, muchos aspectos de perspectiva filosófica de Lorenzo Peña, que están reunidos en su libro *Hallazgos filosóficos*[5], no son aceptados por los otros autores, principalmente a raíz de los profundos compromisos ontológicos y epistemológicos que este autor propone. Por otro lado, hay autores, como la profesora Arruda, en cuyos textos publicados no han explicitado una posición particular de carácter filosófico.

En este sentido, es claro que la lógica paraconsistente no es una corriente filosófica, ni en general conlleva a que quienes tra-

[5] Peña, Lorenzo: *Hallazgos filosóficos* (Salamanca: Publicaciones de la Pontificia Universidad de Salamanca, 1992).

bajan en ella adopten una posición filosófica particular[6]. Es una propuesta de carácter lógico, que básicamente sólo implica estar de acuerdo con la posibilidad de desarrollar lógicas no clásicas, así como con la utilidad que tiene desarrollar una lógica simbólica que permita manejar contradicciones, evitando la trivialización a partir de ellas.

Por lo tanto, estudiar los planteamientos sobre distintos temas filosóficos de los autores relacionados con la lógica paraconsistente podría ser muy interesante, pero llevaría a estudiar la posición particular de cada uno de ellos y no afectaría directamente el núcleo de la propuesta paraconsistente. Y en este trabajo, antes que estudiar los planteamientos de determinados autores, lo que se ha querido es estudiar cómo una problemática ha ido vinculando la reflexión de distintas personas durante este siglo. Por eso, en lo que sigue no nos ocuparemos de este segundo sentido en que se pueden interpretar los «aspectos filosóficos».

Ahora bien, lo anterior no quiere decir que no exista una relación entre la lógica paraconsistente y lo que normalmente se entiende por filosofía. Existe, sin duda, una relación estrecha, que se ha ido descubriendo gradualmente a medida que se ha ido avanzando en los desarrollos lógicos. De hecho, sólo desde la década pasada se ha comenzado a escribir al respecto, en cierta medida separándose de cada sistema particular para tratar de mirar el conjunto. Los principales textos en este sentido, hasta principios de los noventa, han sido: da Costa 1982, Grana 1983 (p. 69-84), Raggio 1983, Peña 1988, Miró Quesada 1988/9,

---

[6] Este aspecto está siendo especialmente resaltado en los más recientes trabajos de da Costa y sus colaboradores, sosteniendo una posición muy tajante al respecto en tanto proponen como una de las conclusiones de sus trabajos que: "The tentative points suggested here shall indicate that paraconsistent logic is philosophically neutral, in the same sense that, for instance, mathematics is. Indeed, the later, just as the former, by themselves cannot guarantee any metaphysical or, in general, «speculative» position." (da Costa / Bueno 1996+: p. 18; algo muy similar se dice en da Costa / Bueno / French 1996+: p. 10).

Priest / Routley 1989d, da Costa / Marconi 1989 (p. 16-25), da Costa / French 1991.

Esta relación está, sin duda, marcada por el hecho de que la lógica paraconsistente surgió en el contexto de las investigaciones lógico-matemáticas, y que no pretende abandonar el espacio que le es propio, al interior de las ciencias deductivo-formales. Por ende, esta relación no puede ser una relación directa, ya que esto implicaría alguna forma de reduccionismo, pues, o bien la lógica paraconsistente dejaría de ser lógica simbólica, en el sentido contemporáneo (con las restricciones que se le han dado a este término), o —por el contrario— el quehacer filosófico se particularizaría, limitándose a apenas algunos de los diversos espacios conceptuales que hasta hoy ha tratado, sin que haya una buena justificación para ello.

Una buena caracterización primera de esta relación indirecta fue presentada por da Costa, en los siguientes términos: "la lógica se muestra importante para el campo de la filosofía si es complementada por principios filosóficos; es decir, cuando es considerada desde el punto de vista de la filosofía." (da Costa 1982a: p. 3 [trad.])[7]. En esta línea, considero que una de las mejores formas de aproximarse a esta relación indirecta es ver qué interacción hay entre el desarrollo de estructuras lógico-formales y las preocupaciones que suelen tratarse desde una perspectiva filosófica, especialmente si se busca analizar ciertos problemas que escapan a la delimitación temática propia de cada área del conocimiento. Esto, en cierta medida, alude a una definición de filosofía, lo cual parece inevitable, pero antes que querer delimi-

[7] "Anyhow, the indirect philosophical significance of logic seems quite obvious. For instance, Gödel's incompleteness theorems and the non-classical logics led to a wealth of philosophical problems and disputes; much progress has arisen from the philosophical analysis of those topics. The indirect import of logic to philosophy may be summarized in a few words: it means that logic shows itself to be important to the domain of philosophy when supplemented by philosophical principles, i.e., considered from the point of view of philosophy." (da Costa 1982a: p. 3).

tar el espectro de lo que se entiende por «lo filosófico», el cometido sería buscar ciertos hilos conductores entre lógica paraconsistente y lo que históricamente se ha hecho, y actualmente se hace, en filosofía.

Ésta es, pues, la tercera posible interpretación de los aspectos filosóficos relacionados con la lógica paraconsistente y será de la que nos vamos a ocupar en este capítulo. Con este fin, primero vamos a estudiar un artículo de da Costa, donde presenta un compendio de los mutuos aportes indirectos que se pueden dar entre lógica paraconsistente y filosofía, para luego pasar a examinar cómo la lógica paraconsistente afecta cuatro problemas que tienen una decantada tradición en filosofía, problemas escogidos precisamente porque parecen ser los más directamente afectados por los planteamientos de la lógica paraconsistente.

2. Impacto filosófico y justificación de la lógica paraconsistente, según da Costa y otros autores.

Entre los textos que antes se mencionaron, quizás el más importante es da Costa 1982, pues en él se establecen parámetros muy acertados sobre cómo estudiar el sentido filosófico que puede tener la lógica paraconsistente. Comienza este artículo mostrando ciertas categorías generales que permiten clasificar las distintas lógicas no clásicas, en virtud del tipo de «heterodoxia» de cada una de ellas frente a la lógica clásica, para lo cual se vale de algunos criterios planteados por Miró Quesada y que da Costa había perfeccionado en su libro *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica*. Una presentación esquemática de esta clasificación se encuentra en el Anexo A (núm. 9).

2.1. El argumento de Quine sobre el cambio de tema

Una vez hecha esa clasificación, el artículo afirma que las lógicas no clásicas dan lugar a problemas filosóficos profundos e interesantes, en la medida en que se asuma que son lógicas en todo el sentido de la palabra y no meros formalismos matemáti-

cos (*cf.* da Costa 1982 p. 3). Para defender esto, enfrenta primero la posición de Quine, según la cual cambiar de lógica implica cambiar de tema o materia.

Este argumento es bastante conocido, pero ahora es importante señalar que, cuando se presenta el libro *Filosofía de la lógica*[8], Quine lo introduce considerando la posibilidad de que alguien rechace el principio de no contradicción y acepte que en algunos casos sean verdaderas tanto una oración como su negación (*cf.* Quine 1970. 1986: p. 81). El autor califica esto como una «popular extravagancia» [*popular extravaganza*] pero no hace

---

[8] La traducción que hace Manuel Sacristán del capítulo 6 de *Philosophy of Logic* no es mala, sino «perversa»: por ejemplo, donde Quine escribe "if someone were to reject the law of non-contradiction" (Quine 1970, 1986: p. 81) el traductor español escribe "si una persona rechazara el principio de tercio excluso" (Quine [1970] 1973: p. 141), confusión sin duda nefasta para lo que sigue de ahí en adelante; además, después de toda la crítica que Quine hace en el libro de la «noción de proposición» —como ya lo advierte en su prefacio—, el traductor se atreve a traducir «*sentence*» por «proposición»; en general, en esta versión española el argumento se vuelve totalmente incomprensible. Por eso parece muy conveniente transcribir completa la argumentación original de Quine:

"To turn to a popular extravaganza, what if someone were to reject the law of non-contradiction and so accept an occasional sentence and its negation both as true? An answer one hears is that this would vitiate all science. Any conjunction of the form '$p.\sim p$' logically implies every sentence whatever; therefore acceptance of one sentence and its negation as true would commit us to accepting every sentence as true, and thus forfeiting all distinction between true and false.

In answer to this answer, one hears that such a full-width trivialization could perhaps be staved off by making compensatory adjustments to block this indiscriminate deducibility of all sentences from an inconsistency. Perhaps, it is suggested, we can so rig our new logic that it will isolate its contradictions and contain them.

My view of this dialogue is that neither party knows what he is talking about. They think they are talking about negation , '~', 'not'; but surely the notation ceased to be recognizable as negation when they took to regarding some conjunction of the form '$p.\sim p$' as true and stopped regarding such sentences as implying all others. Here, evidently, is the deviant logician's predicament: when he tries to deny the doctrine he only changes the subject." (Quine 1970, 1986: p. 81).

ninguna mención en concreto de ningún planteamiento en este sentido, y dice que como respuesta a esto se suele oír que en tal caso se "viciaría toda ciencia" (*ibid.* [trad.]), y hace una presentación del argumento de la trivialización. En seguida, señala que frente a esta respuesta se puede plantear la posibilidad de desarrollar una lógica que evite esta «*full-width trivialization*»[9]; y, a pesar de que este texto fue publicado originalmente en 1970, en él no se menciona ningún sistema en particular[10], aunque resulta muy diciente que se presente el problema de esta forma y se utilice la palabra «trivialización», es decir, en los mismos términos de la discusión que desde el principio de los sesenta había instaurado el desarrollo de los sistemas de da Costa. Pues bien, después de haber señalado estas dos posiciones —rechazar o aceptar que una oración y su negación puedan ser verdaderas al mismo tiempo—, Quine concluye:

> Mi visión acerca de ese diálogo es que ninguna de las dos partes sabe sobre qué está hablando. Creen que están hablando sobre la negación, '~', 'no'; pero seguramente la notación dejó de ser reconocible como negación cuando optaron por considerar como verdaderas algunas conjunciones de la forma 'p.~p' y dejaron de considerarlas como oraciones que implican todas las otras oraciones. En este caso, evidentemente se pone manifiesto el dilema [*predicament*] del lógico divergente: cuando intenta negar la doctrina no hace más que cambiar el tema. (Quine 1973, 1986: p. 81 [trad.])

Como se ve, el argumento de Quine en contra de las lógicas divergentes es presentado contraponiéndose a la posibilidad de

---

[9] El segundo párrafo de la cita de la nota anterior se podría traducir así:

"Como réplica a esta respuesta, uno oye decir que esa trivialización de total amplitud tal vez podría ser evitada haciendo ajustes compensatorios que bloqueen esta deducibilidad indiscriminada de todas las oraciones a partir de una inconsistencia. Se sugiere que tal vez pudieramos aparejar [*rig*] de tal modo nuestra nueva lógica que ésta aislara sus contradicciones y las contuviera." (Quine 1970, 1986: p. 81 [trad.]).

[10] Ni lo hace en la segunda edición, que es de 1986.

desarrollar lo que se conocería luego como lógicas paraconsistentes, si bien el autor norteamericano no menciona para nada todos los desarrollos que ya se habían hecho en ese sentido.

En la subsiguiente sección, después de la que denomina "la lógica en la traducción", pasa a presentar las formulaciones posibles del principio del tercero excluido y, una vez hecho esto, afirma:

> Siguiendo el razonamiento de un par de páginas atrás, quien niega la ley del tercero excluido cambia el tema. Esto no quiere decir que esté errado. Al repudiar 'p o $\sim p$' está de hecho renunciando a la negación clásica, o quizás a la alternación, o a ambas; y puede tener sus razones. (Quine 1970, 1986: p. 83 [trad.])[11].

Pasa entonces a analizar algunas de las razones que se dan para cuestionar dicho principio, por lo cual aborda los sistemas polivalentes y el intuicionismo como propuestas lógicas alternativas. Después de analizar las posibles ventajas que podrían llegar a tener, plantea que no le parece que estas razones sean suficientes para optar por alguno de estos sistemas alternativos, pues considera que los costos que se tienen que pagar son demasiado altos; en este sentido afirma que: "la lógica intuicionista carece de la familiaridad, la conveniencia, la simplicidad y la belleza de nuestra lógica." (Quine 1970, 1986: p. 87 [trad.]).

Estamos, pues, ante una argumentación muy importante en contra de las lógicas divergentes, y es importante resaltar que el argumento de Quine no es simplemente que cambiar la lógica es cambiar el tema —como muchas veces se lo suele presentar—, pues lo que se presenta como lo determinante es la justificación que puede tener este cambio de tema, y si realmente vale la pena

---

[11] "By the reasoning of a couple of pages back, whoever denies the law of excluded middle changes the subject. This is not to say that he is wrong in so doing. In repudiating 'p or $\sim p$' he is indeed giving up classical negation, or perhaps alternation, or both; and he may have his reasons." (Quine 1970, 1986: p. 83).

cambiar de lógica, con los costos que eso tiene, en virtud de los beneficios que se puedan obtener; serían entonces consideraciones de tipo pragmático las que constituirían el núcleo decisivo de la cuestión.

Es precisamente en ese ámbito que da Costa contesta el argumento de Quine, en el artículo que veníamos comentando, en los siguientes términos:

> [...] se puede argumentar que si incluso se da un tal cambio de tema, el tema sigue siendo de lógica. Además, la renuencia a aceptar las lógicas heterodoxas como verdaderas lógicas va en contra del hecho de que algunas de ellas (por ejemplo, ciertos sistemas paraconsistentes), aunque profundamente divergentes de los sistemas clásicos, también pueden ser usadas, como una alternativa, en todas las situaciones donde se usan los últimos. Aquí la situación es completamente similar a lo que pasa con la geometría no euclidiana: algunos sistemas de ella pueden usarse para resolver los problemas geométricos usuales, dado que coinciden *localmente* con la geometría euclidiana. (da Costa 1982: p. 5 [trad.])[12].

---

[12] "There are authors who, like Quine in his *Philosophy of Logic*, think that in trying a change of logic, we are really changing the subject and no longer speaking of logic proper, giving therefore no room for the existence of heterodox logics. Nevertheless, it can be argued that even given such a change of subject, the subject continues to be one of logic. Moreover, the refusal to countenance heterodox logics as true logics runs against the fact [that] some of them (for instance, certain paraconsistent systems), although profoundly diverging from classical systems, can be put to use, as an alternative, in all situations where the later ca be so used. Here the situation is entirely similar to what happens to non-Euclidean geometry: some systems of it can be employed in solving the usual geometric problems, since they coincide *locally* with Euclidean geometry.

Pragmatically, we can take the existence of logics complementary to the classical as lying on firm ground. We can also accept the existence of alternative logics able to replace classical logic in various specific domains of knowledge. One cannot deny, however, that much philosophical debate is needed before we reach (if ever) an understanding of the exact nature of logical laws and of heterodox logic in general, considered as true logics and not as mere mathematical formalisms." (da Costa 1982: p. 3).

Así pues, sistemas lógicos que complementen la lógica clásica se ven justificados en la medida en que, de cierto modo, abarcan el instrumental clásico y, además, permiten enfrentar situaciones que escapan al alcance de la lógica clásica. Es más, dos años antes da Costa había presentado un análisis exhaustivo en el que mostraba muchos aspectos que escapan a la formalización clásica y sobre todo a la limitación que de la lógica hacía Quine al cálculo sentencial y de predicados de primer orden sin identidad; ahí el lógico brasileño presentaba objeciones de tipo gramatical, semántico y pragmático contra las restricciones del autor norteamericano (ver da Costa 1980a: p. 160ss).

2.2. Precisión sobre las «implicaciones filosóficas»

Una vez tratada la objeción de Quine, el artículo "The Philosophical Import of Paraconsistent Logic" pasa a mostrar que la lógica «ni es única, ni es absoluta», en la medida en que no se la entienda como un mero formalismo, sino como parte del conocimiento científico, por lo que depende de conceptos y categorías sobre los que, como sucede con todos los de índole científica, nada garantiza que sean inmutables (*cf. ibid.* p. 4).

Entonces, comienza a precisar qué se puede entender por la significación o las implicaciones filosóficas de la lógica paraconsistente, aclarando de entrada —como lo hicimos antes— que esta influencia no puede ser directa, sino sólo indirecta[13].

---

[13] "Today, as it is well-known, logic constitutes a subject-matter as technical as mathematics. Logic and mathematics compose the formal sciences, normally considered distinct from the empirical sciences and from philosophy. Actually, no scientist would maintain the philosophy is a science *stricto sensu*, and the philosopher would uphold the same.

Therefore, the import of logic to philosophy can not imply that logic has direct philosophical consequences. From this point of view, logic and mathematics are identical, a fact that confirms the last assertion, since nobody would at present sustain the thesis that mathematics has philosophical consequences by itself.

From logic alone we cannot deduce philosophical principles, as, for example, from geometry we are unable to derive philosophical doctrines. And this

Hecha esta salvedad, da Costa afirma que esta contribución filosófica es muy importante, y, a su parecer, se puede presentar así:

> Es básicamente indirecta y presenta dos dimensiones: una positiva, cuando la lógica es utilizada como una herramienta para motivar nuevas ideas y como una fuente de comprensiones [*insights*] formales; la otra negativa, cuando uno emplea la lógica como un instrumento de crítica y de juicio de la contraparte formal de las teorías filosóficas. (*Ibid.* p. 7 [trad.])[14].

Los aspectos positivos más importantes señalados en este artículo son: la elucidación de conceptos como los de negación y contradicción; la demostración de la posibilidad de construir teorías que sean «fuertemente inconsistentes» pero no triviales; la elaboración de esquemas ontológicos diferentes a los de la ontología tradicional; una mejor comprensión de ciertas teorías como la dialéctica y la teoría de los objetos de Meinong, así como del papel que juega el principio de abstracción en la teoría de conjuntos; y, finalmente, una nueva forma de aproximarse a las paradojas (*cf. ibid.* p. 8).

Los aspectos negativos, por su parte, son fundamentalmente los siguientes: mostrar cómo ciertas críticas hechas a la dialéctica —como las de Popper— no tienen fundamento; comprobar que ciertas exigencias metodológicas que se le hacen normalmente a las teorías en las ciencias son demasiado estrictas y pueden ser liberalizadas; y constatar que la concepción habitual de

---

may be also truly said of all scientific fields, empirical or formal, even at times when they are submitted to great transformations or revolutions." (da Costa 1982: p. 6).

[14] "But logic can indirectly contribute to the elaboration of philosophical theories and there are occasions in which it has the right and power of showing the formal inadequacies of philosophical inquiries. Obviously, both tasks are extremely important. We call the first positive and the second, negative. Thus, the philosophical import of logic may be summed up as follows: It is basically indirect and presents two dimensions; one positive, when logic is used as a tool to motivate new ideas and as source of formal insights; the other negative, when one employs logic as an instrument of criticism and of judgement of the formal counterpart of philosophical theories." (da Costa 1982: p. 7).

verdad, a la manera de Tarski, no implica —sin otros supuestos— que todas las leyes lógicas clásicas deben valer, pues se puede construir una semántica paraconsistente siguiendo los lineamientos de Tarski, como se vio en el capítulo anterior (*cf. ibid.* y p. 8 y 19).

Pasa a continuación a estudiar en cierto detalle cada uno de estos puntos y analiza cómo son afectados por el desarrollo de la lógica paraconsistente. Entre ellos es importante realzar, por ahora, la relación que ve Newton da Costa entre lógica y ontología, relación que desarrolla más en extenso en da Costa 1982a. La base de la propuesta se presenta parafraseando un aforismo muy conocido de Quine, pues da Costa afirma que "ser es ser el valor de una variable, en un lenguaje particular, con una determinada lógica subyacente." (da Costa 1982: p. 14 [trad.]). Ésta es la razón por la cual, para el lógico brasileño, existe una estrecha vinculación entre ontología y lógica, pues, al modificarse los postulados lógicos, con ello también se está modificando qué es lo que se asume que *es* en el contexto de una determinada teoría, de modo que cambios en la lógica entrañan la posibilidad de ontologías más ricas y complejas (*cf.* da Costa 1982a: p. 5). Esto se hace más claro si se examinan dos situaciones concretas: primero, a partir de la lógica clásica se criticó la teoría de los objetos de Meinong, en la medida en que según ésta podría haber objetos contradictorios —como se mencionó en el capítulo I—; sin embargo, si se adopta una lógica paraconsistente, restringiendo así el ámbito de aplicación del principio de no contradicción, entonces desaparecería este inconveniente y los objetos contradictorios podrían existir en una nueva teoría articulada para el efecto. Y segundo, al igual que puede haber distintos tipos de geometrías, según cuál sea su base axiomática, también puede haber varias ontologías, según la lógica en la cual se basen (*cf. ibid.* p. 14).

Éstos son, pues, los planteamientos que en este contexto más nos interesan de este artículo, el cual sin duda constituyó una

buena primera aproximación a la relación entre lógica paraconsistente y filosofía. De todas formas, los puntos en él señalados también han sido tratados, de una u otra manera, en los otros textos que se han escrito al respecto y que antes se han señalado.

2.3. «Razones» para justificar la paraconsistencia

En estos otros textos, uno de los aspectos más importantes es el que corresponde a las razones que se dan para sustentar la lógica paraconsistente, cometido en el que se destaca especialmente el texto de Priest / Routley 1989d, donde se presenta una defensa muy razonada, con un título que en español sería: "El significado filosófico y la inevitabilidad de la paraconsistencia". Esto podría llamarse la «sustentación» filosófica y metateorética de la lógica paraconsistente, con lo que se aludiría a muchos aspectos, pero que en general se pueden compendiar en tres tipos de argumentos: primero, los encaminados a demostrar que lógicamente pueden estructurarse teorías inconsistentes pero no triviales; segundo, los que muestran cómo históricamente ha habido una pluralidad de teorías que han sido inconsistentes, pero que, sin embargo, han resultado muy útiles para explicar los fenómenos que tratan, por lo cual es claro que no se puede decir que hayan sido «triviales»; y tercero, argumentos encaminados a defender la existencia de ciertas situaciones en las que las contradicciones se presentan como verdaderas.

Este conjunto de razones no tiene por qué ser un bloque inescindible, pues antes que buscar dar una argumentación cerrada, de lo que se trata es de señalar ciertos aspectos que, en primera medida, le den sentido a la propuesta paraconsistente y que, luego, evidencien su utilidad y su necesidad en algunos casos. De manera tal que no es necesario aceptar todos estos argumentos para aceptar como opción la lógica paraconsistente, pues basta aceptar que es posible construir sistemas inconsistentes pero no triviales y que hay ciertos casos donde tiene sentido y utilidad aplicar alguno de dichos sistemas; de ahí en adelante, todos los otros argumentos lo que hacen es reforzar la posición.

No parece que sea procedente reseñar aquí estos argumentos, porque, aparte de que están muy bien expuestos en los textos señalados, nos desviaría del sentido que se le ha querido dar a esta investigación, pues más que una defensa de la lógica paraconsistente, lo que se ha buscado es exponer su origen histórico, sus motivaciones y sus desarrollos, para ahora poder ocuparnos de sus implicaciones a nivel filosófico.

Así pues, de toda la serie de aspectos que surgen de la relación entre filosofía y lógica paraconsistente, he decidido escoger cuatro problemáticas, con la convicción de que son las más directamente afectadas por el desarrollo de la lógica paraconsistente. Estos núcleos de controversia serán analizados en lo que sigue, ya no siguiendo textualmente los planteamientos de los distintos autores, sino, por el contrario, tratando de mostrar aspectos centrales de cada cuestión, para ver cómo el desarrollo de la lógica paraconsistente puede dar nuevas luces a estos problemas ya afianzados en la discusión filosófica.

3. Sistemas deductivos, contradicción y trivialización

Ante la pregunta: ¿Es posible aceptar contradicciones en los sistemas conceptuales que pretenden explicar el mundo?, se suele responder negativamente, apoyándose en una o varias razones. Las más importantes son de orden ontológico y lógico. Las primeras, a grandes rasgos, consisten en afirmar que el mundo no es contradictorio, por lo que si se quiere explicar el mundo se tiene que dar una explicación consistente de él, porque si no estaría equivocada; a su vez, este tipo de argumentos depende de distintas razones para justificar por qué el mundo no puede ser contradictorio. Los argumentos de tipo lógico afirman, principalmente, que no es posible razonar lógicamente manteniendo contradicciones, y que, de una u otra manera, hay que evitar que surjan, o resolverlas cuando se presenten. En la próxima sección veremos qué se puede decir a partir de la lógica paraconsistente

con respecto a las razones de tipo ontológico, y ahora nos ocuparemos de las de tipo lógico.

Para defender la inadecuación lógica de las contradicciones, históricamente se han esgrimido diferentes argumentos, que en general suelen centrarse en aquel que preceptúa que es imposible manejar lógicamente contradicciones. Esta imposibilidad se puede fundamentar en que si un sistema acepta dos aseveraciones contradictorias como válidas, entonces dicho sistema ya no serviría para diferenciar entre lo verdadero y lo falso, en la medida en que estaría aceptando como verdaderos dos enunciados en los cuales si uno es verdadero, el otro tiene que ser falso.

Otra razón para fundamentar esta imposibilidad se suele presentar sosteniendo que una contradicción implica el «caos lógico». Esta noción de caos lógico es bastante vaga y puede significar muchas cosas, pero generalmente está orientada en dos sentidos: la supuesta imposibilidad de articular racionalmente proposiciones contradictorias entre sí, en tanto la actitud racional sería buscar descartar alguna de ellas; o bien, el acontecimiento de que un sistema que contenga alguna contradicción sería trivial en el sentido de que a partir de ella se podría deducir cualquier cosa. Raíces del primer argumento se encuentran en los orígenes de la filosofía y ciencia occidentales, habiendo sido Parménides y luego Aristóteles quienes especialmente lo destacaron y lo desarrollaron. El segundo argumento —como vimos en el capítulo IV— es más reciente, pues fue planteado aproximadamente en el siglo XIV por los lógicos medievales, especialmente por el Pseudo-Escoto; y que luego, en la filosofía moderna, no se le dio mayor realce hasta que adquirió un especial sentido con el surgimiento y desarrollo de la lógica simbólica.

En general, con el desarrollo contemporáneo de la lógica se formalizaron aspectos fundamentales de los sistemas conceptuales articulados como sistemas deductivos y se hizo posible ver qué significaría este «caos lógico»: si un sistema pretende ser un sistema de inferencia válida, en él no puede ser posible deducir

cualquier fórmula bien formada, pues precisamente su razón de ser más básica es distinguir entre ciertas fórmulas que son sintácticamente válidas y otras que no lo son; ahora bien, si en un sistema lógico, estructurado canónicamente, existen dos enunciados tales que uno sea la negación del otro, entonces de ellos en conjunto se puede inferir cualquier otro enunciado decible en el sistema, de manera tal que el conjunto de teoremas se vuelve equivalente al conjunto de fórmulas bien formadas en dicho sistema. Cada contradicción se vuelve como un cáncer que hace metástasis en todo el sistema. La pérdida de razón de ser del sistema lógico estaría dada en la medida en que todo se vuelve aseverable, por lo que no podría servir de base para un sistema deductivo que aspirara a aportar alguna información útil, pues todo conocimiento implica excluir otras explicaciones.

Pues bien, todos estos argumentos se ven directamente afectados por el desarrollo de la lógica paraconsistente. Veámoslo en orden contrario al que se ha expuesto. Primero, la lógica paraconsistente surgió precisamente para evitar el fenómeno de la trivialización a partir de una contradicción y, excluyendo alguno de los postulados de la lógica clásica, impide que de una fórmula del tipo '$p \wedge \neg p$' o '$p \rightarrow \neg p$' sea deducible cualquier otra fórmula; es decir, rechaza el principio del Pseudo-Escoto y todas sus formas implicativas, que se conocen como el principio «*ex falso sequitur quodlibet*», aunque se deberían llamar más bien «*ex contradictione sequitur quodlibet*», como vimos en el capítulo IV. De esta manera, el desarrollo de la lógica paraconsistente ha llevado a distinguir dos fenómenos, que Hilbert había identificado: el que un sistema sea inconsistente y el hecho de que en él se pueda deducir cualquier fórmula bien formada. En efecto, en los sistemas que hemos estudiado, si bien pueden ser inconsistentes, no se puede deducir cualquier fórmula, es decir no son trivializables a partir de una contradicción. Con esto se ha demostrado que esa forma de «caos lógico» depende de la lógica subyacente, en tanto que es perfectamente viable articular un sistema lógico

que evite este fenómeno y soporte contradicciones derivadas de los postulados extralógicos que se quieran formalizar, e incluso tenga en sí axiomas que den lugar a casos particulares contradictorios.

Segundo, los distintos sistemas paraconsistentes hacen posible manejar lógicamente las contradicciones, pues van más allá de simplemente señalarlas —como hacen los otros sistemas lógicos—, ya que permiten localizar las contradicciones y aislarlas, pero manteniéndolas en el sistema, e incluso, utilizar la información que aporta el hecho de que se haya dado determinada contradicción, en la medida en que permiten distinguir entre las expresiones cuya contradictoria no se puede deducir en el sistema, de las que sí pueden «convivir» con su opuesta. En este sentido, el manejo lógico que se les da a los enunciados «clásicos» es igualmente «clásico», al paso que los otros enunciados se pueden manejar, utilizando casi todos los instrumentos que tradicionalmente ha aportado la lógica. Esto último puede ir desde aplicarles todos los principios de la lógica clásica, incluso el principio de no contradicción, con la sola excepción del principio del Pseudo-Escoto, con sus variantes y alguna de las leyes que se utilizan para derivarlo (como el silogismo disyuntivo o la transposición), o también se puede optar por darle a estos enunciados «no clásicos» un manejo menos reglado.

En este punto hay que enfatizar que, en sentido estricto, el aporte de la lógica paraconsistente va desde que se descubre una contradicción hasta cuando se logra mantenerla en el sistema lógico sin trivializarlo; asunto diferente es qué se puede inferir de una contradicción determinada, y esto no pertenece propiamente a la estructuración teórico-formal de los sistemas paraconsistentes, pues tiene que ver con las peculiaridades de cada teoría en la que se apliquen los criterios de la lógica paraconsistente y, por ende, con qué tipo de contradicciones se esté tratando.

En relación con el «caos lógico», y la posibilidad de que un sistema lógico pierda la condición de ser un sistema de inferen-

cia válida que preserve la verdad, el desarrollo semántico de las distintas opciones paraconsistentes ha mostrado que se puede estructurar una semántica en la cual, en casos particulares, tanto una aseveración como su negación sean verdaderas, sin que por ello se desvirtúe la cadena de inferencias válidas. En efecto, la semántica de la valuaciones, así como la de mundos posibles no estándar de Rescher y Brandom, permiten articular casos singulares en los que dos aseveraciones contradictorias sean verdaderas, dadas ciertas peculiaridades y restricciones, pero sin que eso conlleve a que todo resulte «verdadero». De modo que no es necesario salir de una semántica bivalente, ni tampoco hay que abandonar el criterio según el cual en un sistema de inferencia sólo pueden ser deducibles aseveraciones que se reputen verdaderas.

Esto, obviamente, lleva al problema de cómo puede ser posible que dos aseveraciones contradictorias sean ambas verdaderas, pero éste es un problema que escapa a lo formal, para saltar hacia consideraciones sobre el estatuto de las contradicciones, aspecto que será abordado en la siguiente sección.

Por ahora, para terminar este punto, es importante resaltar que el desarrollo de la lógica paraconsistente ha servido para entender mucho más a profundidad el fenómeno general de la trivialización. En efecto, ha distinguido entre dos tipos de trivialización: el que se da a partir de un operador monádico de negación y el que se puede dar a partir de otros operadores, como la implicación material, en caso de que tengan determinadas características. Si bien durante todo este trabajo el centro ha sido la trivialización a partir de una contradicción, en los capítulos X y XI vimos que las teorías de conjuntos se puede trivializar, no sólo a partir de una contradicción, sino también por la aplicación de un argumento en la línea de la paradoja de Curry, y que para

que esto suceda se requiere que el condicional cumpla el principio de absorción o contracción[15].

En este sentido, se hace evidente que la identificación que hizo Hilbert entre la consistencia y la imposibilidad de deducir cualquier fórmula es equívoca. Primero, porque es posible que existan sistemas lógicos «inconsistentes», en el sentido en que en ellos se pueda llegar a deducir una fórmula y su negación, sin que esto implique que en ellos sea deducible cualquier otra fórmula. Esto es así en los sistemas intuicionistas minimales, donde a partir de una contradicción se pueden deducir todas las fórmulas de un tipo determinado, pero no todas las fórmulas de cualquier tipo; también en el sistema DL de Routley y Meyer, que vimos en la sección 2.4.2.1 del capítulo anterior, donde, a partir de una contradicción, se podían deducir infinitas contradicciones, pero no todas las fórmulas bien formadas; y finalmente, en los sistemas paraconsistentes más conocidos, donde, partiendo sólo de una contradicción, no se pueden deducir todas las fórmulas de ningún tipo. En sentido contrario, pueden existir sistemas formales en los que no se requiere que se presente una contradicción para que en ellos pueda deducirse cualquier fórmula; es decir, siguiendo la propuesta de Hilbert, puede haber sistemas «inconsistentes» sin necesidad de inconsistencias; tal es el caso de los sistemas de teoría de conjuntos cuando se articula en ellos la paradoja de Curry-Moh Shaw.

A consecuencia de esto, la lógica paraconsistente ha mostrado que es más apropiado calificar como «triviales»[16] aquellos sistemas deductivos en los que es deducible cualquier fórmula y

---

[15] Como vimos, éste suele formularse como teorema de la siguiente manera: '$[p\rightarrow(p\rightarrow q)]\rightarrow(p\rightarrow q)$'.

[16] Como se ha mencionado varias veces, esto ha tenido otros nombres, tales como «sobrecompletos» (Jaśkowski), «antinómicos» (Arruda 1980), «explosivos» (Priest y Routley) y «delicuescentes» (Peña), pero todos éstos, una vez da Costa propuso el término «triviales», se han planteado como alternativos e intersubstituibles con él; por lo tanto, parece que este término es el que mejor los engloba a todos.

llamar sistemas «inconsistentes»[17] a aquellos en los que se deduce una contradicción articulada con un determinado operador de negación; si bien es más riguroso hablar de «n-inconsistentes», donde la *n* se reemplaza por el símbolo de negación que se usa para negar una fórmula y así obtener la contradicción, por lo que puede haber sistemas inconsistentes con respecto a un operador de negación y no con respecto a otro. De hecho, así puede ocurrir con un sistema deductivo que tenga como lógica subyacente los cálculos de la jerarquía C_n, en la medida en que pueden resultar «¬-inconsistentes», es decir inconsistentes con respecto al operador de negación habitual del sistema, pero no «¬*-inconsistentes», o sea, con respecto a la negación fuerte o clásica; en dado caso, el sistema no sería trivial. Para distinguir los sistemas en los que se puede deducir cualquier fórmula bien formada de los que son inconsistentes pero no triviales, a estos últimos se los puede llamar «fuertemente inconsistentes», o «estrictamente inconsistentes».

Ahora bien, surgen otras precisiones que es conveniente hacer. Como se ha repetido muchas veces, una cosa es un sistema lógico y otra muy diferente son las teorías que se formalicen con él como base inferencial. En el párrafo anterior se ha hablado de «sistemas deductivos», tratando de darles una denominación global, considerando que normalmente se suele hablar genéricamente de los dos tipos de sistemas, a pesar de sus marcadas peculiaridades. No obstante, diferenciarlos es muy importante, pero para llegar a eso es conveniente hacer otra distinción también determinante: hablar de sistemas «triviales» no es lo mismo que hablar de sistemas «trivializables»; los primeros son aqué-

[17] También hay cierta tendencia a hablar de sistemas «contradictorios». Otra denominación es la de «paradojales» [*paradoxical*], que se sugiere en Arruda 1980: p. 3s, y en da Costa 1980a: p. 194; estos autores distinguen entre una «antinomia formal», cuando existe algún resultado metateorético de que un sistema es trivial, y una «paradoja formal», que es cuando se puede derivar una contradicción en el sistema, de manera tal que una teoría paraconsistente sería «paradojal» pero no antinómica.

llos en los que de hecho se dan todas las condiciones que se requieren para deducir cualquier proposición, mientras que los segundos son aquéllos en los que, en caso de que se dé cierta circunstancia, sería deducible cualquier proposición. Necesariamente hay una conexión directa entre ambas nociones, pero está mediada por lo que hace pasar de ser trivializable a ser efectivamente trivial. Pues bien, lo interesante es que este paso también implica un cambio en el tipo de sistema deductivo; es decir, los sistemas «trivializables» son los sistemas lógico-formales, mientras que los «triviales» son los sistemas que formalizan una determinada teoría y que tienen como lógica subyacente un sistema que es «trivializable» a partir de ciertas condiciones que de hecho se han presentado. El paso del uno al otro se da por los postulados extralógicos, que se juntan con los lógicos para crear la estructura deductiva que formaliza la teoría. Y aquí hay que recordar que los postulados lógicos son realmente «esquemas axiomáticos», mientras que los otros son los «axiomas» propios de la teoría que se quiere formalizar[18]; esto quiere decir que los *esquemas* son instancias en las que se pueden substituir sus variables (o letras esquemáticas, si se quiere) cumpliendo sólo ciertos criterios formales, mientras que en los axiomas las substituciones también tienen que seguir criterios materiales. Se entiende mejor esto si se tiene en cuenta que, por ejemplo, cuando se presenta la fórmula '$p \rightarrow (p \vee q)$', en ella las dos variables *p* y *q* se pueden substituir por cualquier enunciado del lenguaje en el cual se la quiera interpretar, mientras cuando se formula la segunda ley de Newton como '$f=ma$', la *f* sólo puede ser reemplazada por algo que se considere una fuerza, la *m* por una masa y la *a* por una aceleración. De modo que son los axiomas extra-

[18] Si bien actualmente se toman como sinónimos los términos «postulados» y «axiomas», creo que éstos pueden utilizarse de manera distinta, buscando dar cierta precisión. Así pues, «postulado» sería la denominación genérica, de manera tal que los «postulados lógicos» (aunque a veces se hable de «axiomas lógicos») serían esquemas axiomáticos, mientras que los «postulados extralógicos» (o los axiomas de la teoría) serían más específicamente «axiomas».

lógicos los que hacen que se pase de lo «trivializable» a lo «trivial», pues la trivialización se produce cuando los esquemas axiomáticos de la lógica subyacente son aplicados a los axiomas de la teoría para hacer deducciones.

Por eso, se ha insistido en que los sistemas paraconsistentes no son generalmente inconsistentes en sí, sino que las inconsistencias surgen de aplicarlos a la formalización de teorías cuyos axiomas dan lugar a ellas. Lo que resulta inconsistente es la teoría formalizada. Por eso, siempre que se dice que un sistema es trivializable, esto quiere decir que es un sistema lógico que se podría trivializar a partir de cierta determinación externa a él. Ahora, esto último tiene a su vez criterios distintivos: por un lado, hay que distinguir si la trivialización se da en virtud de una fórmula finita o de un conjunto finito de fórmulas finitas, o si sólo se da en virtud de un conjunto infinito de fórmulas[19]; y por otro lado, hay que considerar a partir de qué tipo de construcción se trivializa el sistema. Así pues, cuando se dice genéricamente que los sistemas paraconsistentes no son «trivializables», esto quiere decir que no son *finitamente* trivializables a partir de una *contradicción* deducida en virtud de los axiomas extralógicos.

La expresión «finitamente trivializable» la define da Costa así: "Un sistema no trivial S se dice finitamente trivializable si existe una fórmula (no un esquema) F tal que, juntándose F a S como un nuevo axioma, el sistema es trivial."[20] (da Costa 1980a:

---

[19] También puede ser una fórmula infinita si se ponen, por ejemplo, en conjunción todas las fórmulas de ese conjunto infinito

[20] Andrés Raggio hizo una caracterización muy acertada al respecto, de la siguiente forma:

"La no-trivialización-finita generaliza la crítica del *ex falso sequitur quodlibet* requiriendo que ningún subconjunto finito de enunciados de un lenguaje pueda implicar la totalidad de enunciados de ese lenguaje. Claro que siempre habrá partes propias del universo de enunciabilidad de un lenguaje que lo implican —por ejemplo, aquélla que se obtiene eliminando todas las reiteraciones por conjunción—, pero lo que la no-trivialización-finita excluye es que una parte finita, y por eso propia, pueda equivaler al todo. Si comparamos el universo de enunciabilidad de un lenguaje con un paisaje —y hay razones fun-

p. 240 [trad.]). Entonces, en cuanto a los sistemas deductivos en general, tendríamos los *triviales*, es decir, los que ya tienen un postulado que da lugar a que se puedan deducir todas las otras fórmulas bien formadas, frente a los *no triviales*, es decir, aquellos en los que esto aún no ocurre. Dentro de éstos, y considerando los cálculos lógicos como casos particulares de los sistemas deductivos, por un lado tendríamos los que son *finitamente trivializables*, en tanto conformarían un sistema trivial al juntarse con ciertas fórmulas finitas (o un conjunto finito de ellas); éstos son casi todos los sistemas habituales de lógica, incluyendo la gran mayoría de los sistemas paraconsistentes. Y, por otro, tendríamos los sistemas en los que esto no sucedería, por lo que no se pueden considerar finitamente trivializables, pero que sí resultarían *infinitamente trivializables*, en la medida en que sí constituirían un sistema trivial al juntarse con algún tipo determinado de fórmulas infinitas, o de conjuntos infinitos de fórmulas finitas, tales como ciertos esquemas axiomáticos; sistemas de este tipo son los ya mencionados sistemas de lógica positiva, de lógica implicativa intuicionista, así como el cálculo C_ω de da Costa (*cf. ibid.* y da Costa 1963, 1993: p. 19ss).

Ahora bien, los *finitamente trivializables* son trivializables en virtud de distintos tipos de nuevos axiomas. En efecto, los cálculos clásicos son trivializables a partir de cualquier contradicción, mientras que los sistemas paraconsistentes no lo son. Estos últimos de todas maneras son trivializables, a partir de ciertas fórmulas particulares que, por ejemplo en el caso de C_1, serían del tipo: '$p \wedge (\neg p \wedge p^\circ)$'[21]. Es decir, todos los sistemas paraconsistentes evitan la trivialización a partir de la deducibilidad por separado de dos enunciados contradictorios entre sí, y muchos evitan

---

damentadas para hacerlo— tendremos que decir que no se trata de un paisaje montañoso donde desde un pico se pueda divisar el paisaje entero, sino más bien de la Pampa que, según la fina observación de Borges, siempre se extiende más allá de cualquier horizonte actual." (Raggio 1983: p. 238s).

[21] Si se reemplaza 'p°' por su definición, entonces esto sería de la siguiente forma: '$p \wedge [\neg p \wedge \neg (p \wedge \neg p)]$'.

también la trivialización a partir de lo que generalmente se entiende por una contradicción[22], pero esto no implica que no exista una fórmula inconsistente más compleja, como la señalada, que los trivialice.

Por otra parte, los sistemas infinitamente trivializables nos retrotraen sobre la afirmación que hizo Popper (1943: p. 50), en el sentido de que incluso los sistemas de lógica más débiles —como la lógica positiva— también son trivializables, o —como él diría— que existe para ellos una fórmula «abarcante»; éste fue el argumento que se mencionó en el capítulo IX, donde además se dijo que da Costa lo había refutado. Pues bien, es cierto que si se introdujera la fórmula '$p \rightarrow q$'[23], se trivializarían estos sistemas e incluso cualquier sistema lógico que tuviera el *modus ponens*, pues bastaría tener cualquier proposición *p* para que, aplicando el *modus ponens* sobre ella y esta fórmula, se obtuviera cualquier *q*; sin embargo, ésta no sería una «trivialización finita», pues aquí '$p \rightarrow q$' no es un axioma concreto sino un esquema axiomático y, por lo tanto, en él se pueden hacer infinitas substituciones puramente formales. La gran diferencia con el principio del Pseudo-Escoto es que éste *sí* es deducible en todos los sistemas —excepto los paraconsistentes—, pues, como teorema lógico-formal que es, en él también se pueden hacer esas infinitas substituciones. Así pues, para que se dé la trivialización en este segundo caso, sólo tiene que utilizarse el sistema lógico para formalizar ciertos postulados que sean o bien contradictorios, o a partir de los cuales —y en virtud del sistema lógico— se puedan deducir dos enunciados contradictorios; mientras que, en el primer caso, se tiene que agregar no sólo algo finito, que para este caso sería cualquier aseveración *p* particular,

---

[22] Esto incluye tanto las contradicciones atómicas '$p \wedge \neg p$', como las moleculares que se pueden formar a partir de substituir ambas instancias de *p* por una fórmula compuesta como '$a \rightarrow b$', '$a \vee b$' o '$a \wedge b$'.

[23] Recuérdese que da Costa demostró que la fórmula '$p \rightarrow q$' no es deducible en la lógica implicativa intuicionista, ni en la lógica positiva, y, por lo tanto, tampoco en el cálculo C_ω.

sino también un espacio de infinitas substituciones 'p→q'. Es decir, ambos procesos de trivialización se dan en virtud de un elemento finito y un espacio de infinitas substituciones; en el caso de la trivialización a partir de una contradicción y en virtud del Pseudo-Escoto, sólo se tiene que agregar el elemento finito, por lo cual la trivialización es «finita»; en cambio, en la otra trivialización hay que agregar tanto el elemento finito (algún *p*) como el espacio de infinitas substituciones, por lo cual es una trivialización «infinita». Al respecto, no se debe olvidar que una cosa es decir que *si p entonces q* donde *p* y *q* están por cualquier enunciado, y otra cosa es que se llegue a afirmar que si se da un *p* determinado entonces también se da un cierto *q*, donde *p* y *q* representan ciertos enunciados específicos.

Conviene ahora hacer referencia a la paradoja de Curry, pues se debe tomar en cuenta que, para que ésta se presente, se tiene que partir de un axioma particular de la teoría de conjuntos, a saber, el postulado de abstracción o separación sin restricciones, y es cuando éste se le agrega a un sistema lógico que tenga el principio de contracción o absorción, que se puede llegar a una fórmula cualquiera, a partir de postular un conjunto que se pertenece a sí mismo —lo que es viable debido a la ausencia en este caso de las restricciones que para evitar esto se han hecho—. Ese sistema lógico puede ser incluso alguno de la gran mayoría de los sistemas paraconsistentes, con la excepción de ciertos sistemas —mencionados en el capítulo anterior— que son paraconsistentes y «profundamente» relevantes. Pero aquí lo «trivializado» sin necesidad de negación no es la lógica subyacente, que sólo es «trivializable» en este sentido, sino el sistema que formaliza la teoría «ingenua» de conjuntos. Es decir, esta trivialización no se da por el sistema lógico en sí, sino por las varias fórmulas que hay que agregar cuando se lo usa para formalizar la teoría de conjuntos, además de la postulación de ese conjunto particular; en ese sentido, el «defecto» del sistema estaría en no lograr evitarla. De ahí que, cuando se habló de los

sistemas infinitamente trivializables, se dijo que no eran trivializables a partir de una fórmula exclusivamente lógico-formal, como era la fórmula 'p→q' propuesta por Popper, pero sí resultan trivializables en virtud de postulados con un contenido particular, como los de la teoría de conjuntos.

Otro aspecto que hay que considerar es el «axioma dialéctico», agregado —como vimos— por Meyer y Routley, así como por da Costa y Wolf , a algunos de sus sistemas de «lógica dialéctica», para dar lugar a que en ellos se formen contradicciones concretas. Como se recordará, se trata del postulado '$p_0 \wedge \neg p_0$', el cual puede originar mucha controversia acerca de cuál es su estatuto; es decir, si es lógico o no, y cuál es su utilidad[24]; pero,

---

[24] Por ejemplo, Batens considera que no tiene mayor sentido; veamos, en seguida, por qué:

"Notice that there are also paraconsistent logics in which it is stated explicitly that at least one contradictory sentence is true, e.g., by having one of the following as an axiom (where p_0 is a propositional constant):

(8.1) $p_0 \wedge \sim p_0$

(8.2) $(\exists p)(p \,\&\, \sim p)$

Systems containing (8.1) are studied, e.g. by Routley and Meyer (1976), Routley (1979) and Arruda (1977). [Corresponden también a la bibliografía del presente trabajo]. The addition of (8.1) or (8.2) to some logical systems may of course have a technical use, e.g., to show that the system is indeed paraconsistent. It seems to me, however, that there are philosophical objections against having (8.1) or (8.2) as an axiom of logical system as such. That some set of formulas is correctly considered a *logic* presupposes, among other things, that it is closed under substitution for propositional variables; this is, as Anderson and Belnap (1975, 462) say, «what makes it a logic». However, if this is correct, it is hard to see how (8.1) may be considered a theorem of logic. Furthermore, where (8.1) is a theorem of L, it cannot be related in a meaningful way to a theory $T = <\alpha, L>$ unless p_0 is replaced by some sentence of the language in which T is formulated. In this case, however, the contradiction should obviously derive from T and not from L alone. Next, consider a logic L of which neither (8.1) nor (8.2) (nor something like) is a theorem, and let L' be L + (8.2). If some contradiction is derivable from $T = <\alpha, L>$, then (8.2) is superfluous anyway; and if it is derivable from T that there are true contradictions (even if none is actually derivable from T), then again (8.2) is superfluous." (Batens 1980: p. 223s).

de esta discusión, lo importante en este trabajo es que no es un esquema axiomático, en el sentido de que en él se pueda en principio reemplazar cualquiera y, por tanto, todas las fórmulas bien formadas. En él las variables sólo puede ser reemplazadas por ciertas constantes proposicionales, porque de lo contrario se podría afirmar que «todo es contradictorio», y con esto desaparecerían las fórmulas de «buen comportamiento» y, por ende, la posibilidad de que en ciertos casos sea afirmable que una de las dos proposiciones que se contradicen es falsa, llegándose así —por otro camino— al fenómeno de la trivialización[25].

Recapitulando todo lo anterior, se puede decir que el desarrollo de la lógica paraconsistente, primero, ha mostrado que hay distintos tipos de trivializaciones; luego, ha aclarado que éstas sólo se dan a partir de agregar otros axiomas en virtud de motivaciones extralógicas; además, ha aportado las herramientas lógicas para evitar la más frecuente de ellas: la que surge en virtud de la deducción de una contradicción a partir de los axiomas de la teoría que se esté formalizando; finalmente, ha dado incluso las pistas para estructurar sistemas que eviten otras formas de trivialización. Entonces, no es aventurado decir que la problemática de la trivialización de los sistemas deductivos, y en general del «caos lógico», ha sido profundamente tocada por la lógica paraconsistente, situación que presumiblemente marcará los desarrollos futuros de estos problemas, los cuales tienen una notable significación filosófica.

Luego, este autor plantea que no tiene mayor sentido presumir *lógicamente* que el mundo sea consistente o no, pues igual se pueden desarrollar sistemas paraconsistentes que no incluyan esta presunción y que sirven para formalizar teorías sobre ambos tipos de mundos; además, esta presunción no le agregaría nada al significado de las conectivas lógicas ni a la validez de las inferencias. (*Cf. ibid.* p. 224). Volveremos sobre esta posición en la siguiente sección.

[25] Debe tenerse en cuenta que si para cualquier fórmula se puede aseverar '$p \wedge \neg p$', entonces, aplicando la regla de simplificación, se obtendría tanto *p* como *no-p*.

4. La negación y el referente de las contradicciones

Como bien sugieren Priest y Routley, por fuera del ámbito de la lógica simbólica, lo que es una contradicción se ha entendido de múltiples maneras[26]. Pero, ateniéndonos al sentido lógico, el que dos aseveraciones sean contradictorias se puede entender, en general, de acuerdo con dos criterios diferentes[27]: sintácticamente, quiere decir que una es la negación de la otra; y semánticamente, que si una aseveración es verdadera, entonces la otra tiene que ser falsa, y si es falsa, entonces la otra tiene que ser verdadera, de manera tal que ambas no pueden ser simultáneamente verdaderas; esto último se da, bien sea porque se excluyen mutuamente o bien porque están predicando de un mismo objeto propiedades incompatibles. Normalmente se identifican las dos aproximaciones, pues se asume que lo uno lleva a lo otro, en la medida en que la negación de una aseveración verdadera es falsa y la negación de una aseveración falsa sería verdadera.

Estas definiciones se aplican a cualquier nivel. Así, la definición sintáctica se aplica tanto al nivel de enunciados, en el que las fórmulas contradictorias serían p y $\neg p$, como a nivel de predicados, donde se analiza el contenido de los enunciados, de modo que en vez de la variable p, se utilizan cuantificadores y funciones predicativas, de modo tal que una aseveración se pue-

---

[26] "[...] a contradiction can be a self-contradictory proposition, incompatible concepts, a conception of a situation different from the reality of that situation, a process which moves towards an end which is self-defeating, inverse operations, opposing forces, opposing interests, conflicting tendencies, and so on." (Priest / Routley 1989d: p. 520). Los autores se refieren, específicamente, a cómo han entendido «los dialécticos» la noción de contradicción, pero me parece que esta caracterización es también aplicable a cómo se usa el término «contradicción» en el lenguaje ordinario; de hecho, todas estas acepciones pueden entrar en las definiciones vagas que suelen dar de «contradicción» los diccionarios , además de la habitual de «acto y efecto de contradecir», siguiendo el origen etimológico de «decir en contra».

[27] Ver, por ejemplo, la definición que da el *Diccionario de la Lengua Española* de la Real Academia para la palabra «contradictoria», en su acepción lógica.

de formalizar como '$\forall xF(x)$' o '$\exists xF(x)$', cuyas negaciones en su orden serían '$\neg\forall xF(x)$' o '$\neg\exists xF(x)$', que en el cálculo clásico de predicados equivalen a '$\exists x\neg F(x)$' y '$\forall x\neg F(x)$', respectivamente. Esto corresponde al cuadro clásico de oposiciones, según el cual la oposición de contradicción se da entre las universales afirmativas (A) '$\forall xF(x)$', y las particulares negativas (O) '$\exists x\neg F(x)$', o entre las particulares afirmativas (I) '$\exists xF(x)$' y las universales negativas (E) '$\forall x\neg F(x)$'.

El desarrollo de la lógica paraconsistente lleva a separar los dos criterios, en la medida en que permite que en un sistema deductivo existan inconsistencias, entendidas como la coexistencia de dos fórmulas de las cuales una es la negación de la otra, aceptando que ambas pueden ser verdaderas, en el sentido de que ambas pueden tener un referente dado en la interpretación del sistema; de modo que ambas tendrían en la semántica el valor «designado» (por ejemplo, «verdadero»). Con esto se mantiene el carácter básico de todo sistema lógico: ser un sistema de inferencias válidas en el sentido de que, si se parte de premisas verdaderas, se llega a conclusiones igualmente verdaderas.

Por eso, además de la innovación sintáctica encaminada a no aceptar las fórmulas que dan lugar a la trivialización a partir de una inconsistencia, todos los sistemas paraconsistentes tienen que tener una innovación semántica que permita la coexistencia en determinado modelo de las dos fórmulas inconsistentes. E incluso la modificación se puede limitar a la semántica, como en el caso de los sistemas de Rescher, los cuales, si bien no nacieron en el ámbito de la paraconsistencia, también evitan la trivialización —al menos— a partir de dos fórmulas inconsistentes tomadas por separado.

Esto, además, ha llevado a realzar el hecho de que no es necesario limitarse a un sólo tipo de negación, en la medida en que se ha mostrado la importancia que puede tener definir al menos dos operadores monádicos que den lugar a alguna forma de negación. Uno para la negación «débil» que permite que tanto una

proposición como su negación sean ambas válidas, y otro para la negación «fuerte» que no permite esto y que, por lo tanto, corresponde a la negación clásica. Generalmente, el primero es un símbolo primitivo, y el segundo es definido a partir de éste y de alguna conectiva. Cada negación se caracteriza de acuerdo con los principios que se cumplen para el respectivo operador monádico: para el «fuerte» valen todos los clásicos, mientras que para el «débil» dejan de valer algunos de éstos. Para que la negación «débil» permita conformar un sistema paraconsistente, tienen que excluirse —por lo menos— las distintas formas del principio del Pseudo-Escoto y alguno de los principios en virtud de los cuales se prueba este principio, aunque también pueden dejar de valer casi todos los principios clásicos (no contradicción, tercero excluido, doble negación), con tal de que haya al menos un postulado que utilice este operador monádico y que, por lo tanto, lo caracterice[28].

---

[28] En este punto es muy interesante la caracterización que al respecto se hace en Grana 1990, pues el autor italiano define genéricamente la negación en los siguientes términos: "Chiameremo negazione, in generale, un connettivo unario che possiede alcune delle propietà basiche della negazione classica." (Grana 1990: p. 23). Antes de dar esta definición, ha caracterizado la «negación intuicionista minimal» como aquel operador ($\neg$) que en un sistema que tenga la implicación intuicionista (es decir, donde no vale la ley de Peirce) cumpla lo siguiente: '$\vdash (\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow((\alpha\rightarrow\neg\beta)\rightarrow\neg\alpha)$', al paso que para la «negación intuicionista» ha de valer, además de lo anterior, lo siguiente: '$\vdash \alpha\rightarrow(\neg\alpha\rightarrow\beta)$', y, finalmente, para la «negación clásica» también valdría este principio: '$\vdash \neg\neg\alpha\rightarrow\alpha$' (*cf. ibid.* p. 21s). Como se ve, es un escalonamiento bastante semejante al propuesto por Dalla Chiara, reseñado en el Anexo A, sec. 5, aunque, para Grana, lo fundamental es caracterizar los distintos operadores de negación de cada sistema lógico. Con respecto a lo que sería la negación paraconsistente, Grana no da una caracterización semejante a las otras, pero —como se citó en el capítulo XI, sec. 2.4.— sí especifica que una negación es paraconsistente si se permite que se den casos en los que tanto una fórmula como su negación sean «verdaderas», esto presentándolo a través del método semántico de las valuaciones. Ahora bien, si se quiere seguir esta línea de caracterización, se puede decir que la negación básica del sistema C_ω de da Costa, es aquélla para la que valen como teoremas tanto '$\vdash \alpha\vee\neg\alpha$' y '$\vdash \neg\neg\alpha\rightarrow\alpha$'; pero sería posible plantear una negación aún más débil en la cual sólo valiera uno de estos dos

Estamos, pues, frente a la posibilidad de plantear inconsistencias que no corresponden con lo que históricamente se ha entendido por lo «contradictorio» y de establecer diversas formas de negación. Ante esto, eventualmente se podría afirmar que se trata de un simple artificio formal y que nada dice sobre la realidad. Por eso, la preocupación por el estatuto ontológico de las contradicciones que maneja la lógica paraconsistente se hace muy importante. No es suficiente mostrar la viabilidad de superar las imposibilidades lógicas argüidas para excluir cualquier contradicción, sino que es necesario explicar en qué sentido se dice que tanto una afirmación como su negación pueden ser válidas.

Esto nos trae, pues, al terreno del argumento de carácter ontológico, que afirma que el mundo es consistente y, con ello, a las formulaciones y justificaciones ontológicas del principio de no contradicción. Antes que nada, es importante aclarar que ninguno de los autores aquí estudiados plantearía que dicho principio no vale en *ningún caso o sentido*, pues lo que controvierten es

---

principios: o el tercero excluido o la eliminación de la doble negación. Con respecto a los otros sistemas paraconsistentes, se tendría que hacer una caracterización particular según sus distintos postulados o consecuencias de los postulados. Así, con respecto a C_1, el más conocido, se podría hacer una caracterización de su operador de negación paralela a la planteada por Grana para la lógica intuicionista, pasando por la lógica minimal. En efecto, para la lógica minimal paraconsistente vale '$\vdash \alpha \vee \neg \alpha$' y para el cálculo C_1 vale '$\vdash \neg\neg\alpha \rightarrow \alpha$', esto aparte de que para ambos vale el mismo teorema que Grana presenta como característico de la negación minimal intuicionista, pero con la restricción de que la fórmula β sea una expresión clásica. Ahora, sin esa restricción, esa fórmula permite distinguir el paso desde la negación de C_1 hasta la negación clásica. Esta caracterización se puede visualizar claramente en el Anexo D siguiendo la construcción de estos sistemas lógicos y prestando atención a los postulados con negaciones. Y, de modo semejante, se puede ir caracterizando el operador de negación de los otros sistemas ahí presentes. (Obsérvese que como generalmente no hay un solo camino para llegar a un sistema lógico, entonces tampoco hay una única caracterización de su operador de negación).

sólo la *validez universal* de dicho principio[29]. Es decir, no se ha afirmado que de hecho todo sea contradictorio, sino que puede haber ciertos casos o situaciones concretas en que dicho principio no valga; e, incluso, algunos sistemas paraconsistentes aceptan la validez general de este principio en el nivel más básico, siempre y cuando se permitan contradicciones de segundo nivel, a saber, cuando tanto '$p \wedge \neg p$' como '$\neg(p \wedge \neg p)$' pueden darse en ciertas situaciones[30].

Llegamos así a un punto central de la problemática: ¿qué referente existencial tienen las contradicciones que se manejan en la lógica paraconsistente? A este respecto, lo primero que hay que decir es que no existe una posición única sobre este tema entre los distintos autores que han desarrollado sistemas de lógica paraconsistente, y las diferencias no son sólo de matices. A grandes rasgos, hay dos posiciones claramente diferenciables, pero que tácitamente coexistieron durante más de veinte años, y que sólo vinieron a ser delimitadas por Priest y Routley en 1982,

---

[29] Las restricciones que tiene que hacer la lógica paraconsistente al principio de no contradicción están muy bien expuestas en el siguiente texto:

"El principio de [no] contradicción tiene varias formulaciones que no son equivalentes entre sí. Para nosotros, las dos siguientes son importantes:

I. Dadas dos proposiciones α y $\neg\alpha$, una de las cuales es la negación de la otra, una de ellas es falsa.

II. La proposición $\neg(\alpha \wedge \neg\alpha)$ es verdadera, donde α es una proposición cualquiera, $\neg$ es el símbolo de negación y $\wedge$ representa el conectivo de conjunción.

En una lógica paraconsistente *L*, la formulación I del principio de [no] contradicción no puede ser válida. En efecto, si *L* es paraconsistente existe al menos una teoría *T*, basada en *L*, que tiene como teoremas proposiciones de la forma α y $\neg\alpha$; entonces α y $\neg\alpha$ deben ser ambas verdaderas en *T* y el principio es violado. En tanto, en la formulación II, el principio puede valer en una lógica paraconsistente." (da Costa / Lewin 1995: p. 188).

[30] En Piacenza 1988/9 se exponen los distintos sentidos en que se puede entender el principio de no contradicción y cuáles de ellos se aceptan o rechazan, en varios de los sistemas paraconsistentes más importantes. Lorenzo Peña, a su vez, hace una distinción muy clara entre lo que sería el principio sintáctico de no contradicción y el semántico, y, además, señala que éstos se pueden entender en distintos sentidos y niveles (ver Peña 1993: p. 89ss).

cuando estaban terminando su libro *Paraconsistent Logic, Essays on the Inconsistent.* En efecto, ellos afirman que una cosa es adoptar una posición «paraconsistente», en el sentido en que se ha definido a partir de Miró Quesada, que —como lo hemos venido tratando hasta aquí— significa la aceptación de teorías que son inconsistentes pero no triviales, y otra cosa es adoptar una posición que los autores definen con un término en inglés: «*dialetheia*», término acuñado para el efecto, y que se obtiene a partir de las raíces griegas: «*dia*» para dos y «*aletheia*» para verdad, buscando con eso significar «verdad en dos vías» (*cf.* Priest / Routley / Norman (eds.) 1989: p. xx). En español se puede traducir por «dialeteia»[31], si bien se usaría más en la forma de adjetivo: «dialético» o «dialética». Lo que se busca expresar con esta noción es que ciertas teorías paraconsistentes son verdaderas, en el sentido de que realmente existen contradicciones verdaderas[32].

En este sentido, la paraconsistencia sería la posición genérica que postula que tiene sentido estudiar y estructurar teorías inconsistentes pero no triviales, y en su interior estaría la específi-

---

[31] Para ser más fieles a la raíz griega, se podría escribir «dialetheia», o «dialezeia», si se toma en cuenta la fonética de la España central (ver Ferrater Mora 1982: p. 92), pero he preferido la versión más sencilla, pues a partir de las lógicas modales se ha asentado el termino «alético», y su significado se entiende sin mayor problemas. Su traducción a idiomas tales como el portugués y el italiano se complicaría, pues habría que diferenciarla de «dialéctica», que se dice respectivamente «*dialética*» y «*dialettica*».

[32] "The word «paraconsistent» (meaning «beyond the consistent») was coined by Miró Quesada to apply to the study of theories that are inconsistent but not trivial. In working this book, however, we found that another piece of terminology was desirable. This was to express the idea that some paraconsistent theories are *true*. After exhausting all the dictionaries at our disposal (including Greek, Russian and Gaelic), we decided that no extant word would express this idea. So we were forced to coin one. A true contradiction is a Janus-faced creature which faces both truth and falsity. The word 'dialetheia' («two-way truth») seemed a fairly appropriate way of expressing this idea. Correspondingly dialethism is the view that there are dialetheias, true contradictions. We use these terms (with a little embarrassment) throughout our essays." (Priest / Routley / Norman (eds.) 1989: p. xx).

ca del «dialetismo», que postula que esto se justifica porque hay contradicciones verdaderas. Frente a esta diferencia, es legítimo preguntarse: ¿qué son entonces las contradicciones en las posiciones paraconsistentes no dialéticas?

Para responder a esto, hay que distinguir dos cosas: afirmar que hay contradicciones verdaderas o ciertas —«*true contradictions*», como dicen Priest y Routley— puede ser diferente a reputar como verdaderas dos aseveraciones inconsistentes entre sí, e incluso su conjunción, que sería una expresión contradictoria. Lo primero tiene un referente más ontológico, al tiempo que lo segundo se limita al campo de la semántica. En principio, ambas afirmaciones deberían corresponder, y de hecho así ocurre si se va de lo ontológico a lo semántico, pero no pasa lo mismo en sentido contrario. El problema está en cuál es el origen de las contradicciones que se tienen que manejar en un sistema conceptual; y éstas se pueden presentar no sólo porque se asuma que en el «mundo» hay contradicciones.

Una de las mejores exposiciones del origen de las contradicciones, se puede encontrar en un autor que sostiene una de las posiciones paraconsistentes más «débiles». Se trata de Diderik Batens, que en un artículo (1980) aborda la cuestión, comenzando por plantear que, incluso si se asume que el mundo es consistente,, y que las teorías tarde o temprano tienen que convertirse en teorías consistentes, esta concepción no basta para descartar una posición paraconsistente, pues hay que asumir que hay un problema que va desde cuando se descubren inconsistencias en una teoría y que se mantiene hasta no lograr arreglar las inconsistencias o construir en su reemplazo una teoría consistente. Durante este período, que puede ser largo, si se sigue el criterio estricto de exigir a toda costa consistencia, esto llevaría a carecer de una teoría que sea aplicable a ese campo determinado, lo que parece aún peor (*cf.* Batens 1980: p. 196).

En este contexto, el autor afirma que hay tres fuentes básicas de inconsistencias. Primero, estaría la pluralidad de «criterios

observacionales» relacionados con una teoría, en la medida en que lleven independientemente a determinar en forma inconsistente la aplicabilidad de un predicado a un objeto. Segundo, las inconsistencias pueden surgir de la confrontación de una teoría con los «reportes observacionales»; es decir, cuando se presenta una «falsación» empírica. En el primer caso, plantea Batens, no siempre es posible modificar los criterios observacionales, mientras que en el segundo es claro que la tendencia sería modificar la teoría, antes que la lógica subyacente. Una tercera fuente de inconsistencias puede ser la teoría en sí, en la medida en que, a partir de sus axiomas, se puedan derivar inconsistencias, utilizando la estructura deductiva determinada por la lógica subyacente (*cf. ibid.* p. 197)[33].

Como se ve, en los tres casos no se menciona para nada la existencia o no de inconsistencias reales, pues todos giran alrededor de cómo se construyen y se prueban las teorías sobre la realidad. Se podría alegar que en estas situaciones las teorías tendrían un carácter defectivo, en la medida en que no reflejan la

[33] "There seem to be three main sources of inconsistencies. First of all, inconsistencies may arise from the observational criteria connected with some theory. This will be the case only if different observational criteria are available to determine whether, say, some predicate applies to some object, or also if the predicates for which independent observational criteria are available are linked with one another by means of so-called meaning postulates. In such a situation we are confronted with inconsistent observational reports, and it is not obvious that the observational criteria may always be adapted in such a way as to get rid of the inconsistency. As a second case, inconsistencies may be derivable from a theory together with a set of observational reports, whereas no inconsistencies arise within the observational reports. Here we are confronted with a case of («empirical») falsification. Irrespective of the complications discussed by Quine, Grünbaum, and others, it is obvious that we shall prefer to give up the theory (or some auxiliary hypothesis), rather than replacing the logic by a weaker, paraconsistent one; and, by all means, we shall have to take care that the replacement of logic by a weaker one does not eliminate the possibility of falsification. Finally, an inconsistency may be derivable from the theory alone, i.e. *from* the axioms of the theory *by* the underlying logic." (Batens 1980: p. 197s).

consistencia del mundo, asumiendo que se ha aceptado este supuesto; pero lo importante es ver que el problema surge cuando ese «defecto» no se puede solucionar, porque está vinculado de tal manera a la estructura teórica que no es posible separarlo de ella, y no hay ningún substituto que preste mejor servicio. La pregunta entonces sería si tiene sentido, en virtud del criterio general de la consistencia, privarse del mejor instrumento interpretativo que hasta entonces se ha podido articular. A la luz de distintos ejemplos históricos, parece que la tendencia humana suele ser preservar la teoría inconsistente, posiblemente haciéndole alguna modificación que permita presentarla de manera tal que sean menos explícitas las inconsistencias y seguir trabajando en búsqueda de una mejor teoría; mientras eso se logra, hay que estudiar esa situación y, entonces —de acuerdo con este planteamiento—, el instrumental de la lógica paraconsistente sería muy útil, e incluso necesario, si se quiere enfrentar lo que realmente está ocurriendo.

La posición de Batens no es aceptar irrestrictamente el planteamiento de la necesaria consistencia, pero es quizás el autor que más se acerca a eso entre los que aceptan y promueven la lógica paraconsistente. De hecho, Batens se opone radicalmente a lo que denomina la «paraconsistencia global», que sería defendida por los lógicos paraconsistentes en Australia —especialmente Priest—, y que consistiría en plantear que el requisito de la consistencia, así como su búsqueda, es un profundo error filosófico, ya que lo «correcto» sería aceptar la existencia en general de inconsistencias, y, por ende, se haría necesario manejar una lógica substituta de la clásica, de tipo paraconsistente (*cf.* Batens 1990: p. 209). La principal razón del lógico belga para oponerse a la paraconsistencia global, se basa en que los sistemas paraconsistentes resultan inadecuados para manejar las situaciones que se muestran o se estiman consistentes, pues su «manejo paraconsistente» siempre será incompleto y, por lo tanto, hay que defender la especialidad de los espacios consisten-

tes, e incluso de la búsqueda de consistencia como móvil del progreso del conocimiento (*cf. ibid.* p. 228)[34].

Lo que se puede llamar una posición intermedia es la asumida por la mayoría de los investigadores en el área, la cual trata de no adquirir un compromiso respecto de si el mundo —o el ámbito de realidad que se esté estudiando— es o no es consistente. Ésta es la posición de da Costa, que ha reiterado en muchas partes (por ejemplo, en la entrevista que aparece como Anexo E de este trabajo); quizás, donde mejor la ha expuesto es en su libro *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica*, en el que le dedica un capítulo entero a estudiar las paradojas, las aporías y, en especial, el significado y el estatuto ontológico de las contradicciones.

En este capítulo hay una clasificación de las contradicciones en distintos grupos y subgrupos. La división inicial es entre las contradicciones de naturaleza abstracto-formal y las contradicciones relativas a objetos reales. Las primeras tratan de la coexistencia de propiedades contradictorias en objetos que no tienen un referente real concreto, en la medida en que son construcciones intelectuales de carácter formal. Así pues, a partir de la aparición del cúmulo de paradojas y antinomias[35] de carácter lógico-matemático, se ha hecho evidente que pueden darse propiedades inconsistentes en los objetos formales, y esto no parece ser susceptible de mayor controversia; otra cosa es que, después de ha-

---

[34] "What is the role of inconsistency within this view? Inconsistencies are presumably unavoidable. Perhaps it is even natural that our knowledge acquisition leads to inconsistencies. Some cannot be eliminated for the time being, others cannot be overcome except at too high a cost. All this is no reason to give up the search for consistency, or to refrain from believing that some domain is consistent in case we have good reasons to do so. Only if inconsistencies are seen as problematic are we able to properly account for their role as a motor in knowledge acquisition." (Batens 1990: p. 228).

[35] Como vimos en la nota 16 de este capítulo, da Costa y también Arruda, distinguen entre una «antinomia formal» y una «paradoja formal», pero a nivel informal las usan como sinónimos, y es en este sentido que aquí se usan estos términos (*cf.* da Costa 1980a: p. 194).

ber detectado una contradicción, entonces se opte por decir —siguiendo a Hilbert— que dicho objeto «no puede existir», o que —en sentido contrario— se asuma la existencia de dichas inconsistencias, aplicando algún tipo de lógica paraconsistente.

En cuanto a las contradicciones que se refieren a objetos reales, da Costa propone dividirlas a su vez en semióticas y reales. Las primeras serían las que surgen en los contextos racionales, especialmente los científicos, en virtud de factores semióticos, que pueden ser de tipo sintáctico, semántico o pragmático. Y "las segundas, por el contrario, son contradicciones verdaderas en sentido estricto, reflejando trazos de la realidad; la contradicción $A \wedge \neg A$ es real si A y $\neg A$ constituyen proposiciones verdaderas, satisfaciendo el criterio (T) de Tarski y refiriéndose a estados de cosas *reales*." (da Costa 1980a: p. 205 [trad.]).

Esas contradicciones semióticas emergen de la tentativa de articular globalmente los distintos sistemas del saber; y, en esta medida, hay dos posibilidades: o bien que puedan ser eliminadas arreglando el sistema cognoscitivo correspondiente, haciendo los retoques que sean necesarios, o, por el contrario, que resulten contradicciones esenciales, en el sentido de que no serían eliminables sin que la teoría se desvirtúe. Surge entonces la inquietud sobre si realmente hay contradicciones de este último tipo, frente a lo cual da Costa afirma que "no es posible contestar, de modo positivo este asunto, por lo menos en el estado actual de evolución de la ciencia." (*Ibid.* p. 210 [trad.]). Y agrega que, si bien hasta ahora siempre se han podido eliminar las contradicciones de una u otra manera, por lo cual se ha seguido aplicando la lógica clásica a todas las ciencias empíricas, de todas maneras parece que el saber siempre está amenazado por el surgimiento de contradicciones que originen crisis en las ciencias (*cf. ibid.*). Así, siempre que se logra resolver una contradicción a un nivel, es posible que emerjan otras a distinto nivel; por eso, más allá de si cada una de las contradicciones semióticas son eliminables, lo determinante sería que todo parece indicar que

> [...]el conocimiento científico siempre estará asediado por contradicciones semióticas, por lo menos por las de la sistematización. Siendo así, el uso de lógicas paraconsistentes se figura más sensato que el de la clásica en la organización general de los contextos racionales. (*Ibid.* p. 211 [trad.]).

De modo que es inevitable convivir con las contradicciones semióticas, a pesar de que no es posible probar, a juicio de da Costa, que posean un carácter esencial.

Con respecto a las contradicciones reales, que es la última subdivisión que nos queda, ocurre algo semejante. El lógico brasileño primero aclara que no es papel de la lógica decidir si el mundo es consistente o no, y si bien hay sistemas lógicos que por sus postulados entrañan la existencia de contradicciones reales, su aplicabilidad no depende de criterios lógicos, sino de criterios extrasistémicos y extralógicos. Menciona, entonces, ciertos casos de contradicciones que se podrían ver como «reales», tales como la dualidad onda-partícula en la física cuántica, o la consideración según la cual si el espacio es discreto, entonces, en virtud de las paradojas de Zenón, no puede ser finito; pero muestra que en estos casos, así como en otros semejantes, hasta ahora ha sido posible introducir elementos ideales que permiten resolver la inconsistencia. En efecto, en los casos aludidos, esto se ha logrado con planteamientos tales como que no se puede conocer nada de ciertas entidades, especialmente las subatómicas, entre dos observaciones fenoménicas —el interfenómeno, como dice da Costa—, o que el espacio y el tiempo pueden ser concebidos como un continuo matemático, por lo que resulta aplicable aquello de que en cálculo una serie (infinita) puede tener una *suma* finita (*cf.* da Costa 1980a: p. 207). Así pues, a pesar de que estas soluciones disminuyen la «completud» o poder explicativo de una teoría, y utilizan conceptos teóricos muy apartados de la experiencia inmediata, no se puede afirmar que se hayan encontrado contradicciones reales irresolubles. Por lo tanto, se concluye que:

> [...] el problema de la existencia de las contradicciones reales no se encuentra aún resuelto. Quizás no vendrá a ser resuelto satisfactoriamente en el futuro. Lo que se puede decir es que *a priori*, especialmente apelando a la lógica, ni se justifican ni se pueden excluir las contradicciones. La existencia o no de contradicciones reales sólo se establecerá *a posteriori* por la ciencia. (*Ibid.* p. 208 [trad.]).

El autor, en todo caso, se ve más inclinado a creer que es más posible que se llegue a probar la existencia de contradicciones reales, pues sólo haría falta un caso, mientras que para hacer una refutación, en sentido contrario, no bastaría con mostrar un número finito de casos, por grande que fuera. Vemos aquí una resonancia de lo que había planteado Łukasiewicz en 1910, y que fue estudiado en el primer capítulo, en el sentido de que se tiene que invertir la carga de la prueba, pues lo que habría que probar es que no existe ninguna contradicción.

En suma, para da Costa no se puede saber, con el desarrollo actual de la ciencia, si el universo es consistente o no, en el sentido de si existen o no contradicciones reales, y la lógica no puede decidir esto por sí misma, pues, para el autor, las contradicciones "sólo pueden ser comprobadas o refutadas por la experiencia, a través del método científico." (*Ibid.* p. 222 [trad.]). Y concluye, entonces, afirmando algo muy diciente y que está amparado por el desarrollo de la lógica paraconsistente: "El conocimiento es posible, incluso si el universo fuera inconsistente." (*Ibid.* [trad.]).

Este tema es, sin duda, uno de los que más polémica ha causado entre los investigadores de la lógica paraconsistente. Esto ha llevado a da Costa a volver a tratar el tema en los trabajos que desde hace unos años ha venido desarrollando con Jean-Yves Béziau y Otávio Bueno. De hecho, hay un texto muy reciente (da Costa / Bueno 1996b+) que trata directamente este tema y que hace precisiones importantes. Ahí se parte planteando una especie de «división del trabajo» entre las investigaciones relacionadas con la lógica paraconsistente, en el sentido de que una cosa

sería el trabajo en los fundamentos de la paraconsistencia y otra la filosofía de la paraconsistencia; esto, en directa analogía a la diferencia que se ha hecho entre los fundamentos de la matemática y la filosofía de las matemáticas. Es una distinción metodológica que hace que el primer tipo de investigaciones se mantenga en el ámbito de lo matemático-formal, mientras que las otras escaparían a él. Los autores aclaran que con esto no están haciendo un juicio de valor, pues están convencidos de que el desarrollo a nivel de los fundamentos formales involucra importantes cuestiones filosóficas, pero a su vez consideran que se puede trabajar en ese primer nivel sin comprometerse con posiciones filosóficas.

En este marco, da Costa y Bueno plantean lo que denominan un agnosticismo en dos sentidos: agnosticismo con respecto a la *verdad* de la paraconsistencia y agnosticismo en relación con la *existencia* de contradicciones verdaderas o reales (*cf. ibid.* p. 8). Con esto, en primera medida, afirman que no se hace necesario asumir un compromiso con respecto a que la «visión paraconsistente» sea la única cierta y, por tanto, excluyente de otras perspectivas frente a las contradicciones, pues consideran que planteamientos del tipo de la verdad pragmática —que se mencionaron en el capítulo anterior (sec. 3)— permiten ver como consideraciones heurísticas y pragmáticas son suficientes para darle sentido a la investigación de sistemas formales que acepten algún tipo de contradicciones. Se trata entonces, según los autores, de articular una propuesta falibilista y pluralista, pero no relativista (*cf. ibid.* p. 9).

La segunda parte de este doble agnosticismo se basa en señalar que es diferente postular la existencia de contradicciones a nivel abstracto, característico de la ciencias formales, tales como la contradicción del conjunto de Russell, a defender que la realidad de hecho es contradictoria (*cf. ibid.* p. 8). Entonces, si bien asumen que en ciertos sentidos —como el señalado— pueden «existir» contradicciones «verdaderas», esto no afecta la posibi-

lidad de ser agnóstico con respecto a la existencia de contradicciones reales (a no ser que se estuviera postulando un cierto tipo de mundo platónico). Por este camino, en suma, se propone una cierta forma de suspensión del juicio con respecto al origen, o fuente, de las contradicciones que se manejen en una teoría, pues el hecho de que ellas se presenten ya hace necesario contar con un instrumental adecuado para manejarlas[36].

Continuando con nuestro examen de las distintas posiciones en el seno de la lógica paraconsistente con respecto a este problema, volvemos ahora sobre la posición del otro extremo. Como se planteó, ésta es la posición «dialética» de Priest y Routley. Las razones principales que estos autores dan para defender la existencia de contradicciones reales se centran, por un lado, en el surgimiento de las paradojas lógicas y semánticas y, por otro, en el hecho de que para aplicar algún predicado pueden existir dos o más criterios, sin que éstos tengan que ser sinónimos, por lo que se pueden producir contradicciones; y si bien éstas se pueden resolver haciendo divisiones *ad hoc* y *ex post*, esto no quita que por separado se veían funcionar bien esos criterios, y que, de pronto, se produjo una contradicción verdadera, la cual se mantiene como tal hasta cuando se logre hacer una división conveniente (*cf.* Priest / Routley 1989d: p 503s).

---

[36] El texto que se ha presentado es una prepublicación que he podido conocer, por gentileza de los autores, y que puede ser perfeccionada por ellos. Sin embargo, me ha parecido importante presentarlo aquí, pues recoge claramente lo que se ha venido planteando en otros textos, particularmente en la línea de lo que he presentado como la posición intermedia, ahora caracterizada como una forma de agnosticismo. Hecha esta aclaración, conviene citar la conclusión del texto: "We should note that such an agnosticism, not being philosophically committed to any particular «imperative» claims surrounding paraconsistency, seems to be more adequate than the alternative proposals. In particular, for that matter, it may reflect a more appropriate attitude for the researcher in the paraconsistency domain, who may simply «put into brackets» his/her possible commitments with regards to them, while investigating the relevant issues." (da Costa/ Bueno 1996b+: p. 9).

La idea de estos autores es tratar de convencer a sus lectores de la necesidad de superar lo que denominan «la ideología de la consistencia», que definen como "la profundamente arraigada e irracional perspectiva de que el mundo es consistente." (Priest / Routley 1989d: p. 528 [trad.])[37]. Para eso, su principal arma es mostrar cómo continuamente se han hallado contradicciones en el conocimiento y en el mundo natural, lo que nos tiene que llevar a asumir que en ciertos casos hay que aceptar las contradicciones, bien sea porque no hay una forma racional de evitarlas, o porque son reales[38] (*cf. ibid.* p. 514).

Otro autor que está de acuerdo con esta posición radical es Lorenzo Peña, que prefiere llamarla la «contradictoriedad de lo real» (*cf.* Peña 1993: p. 90). Afirma este autor español que "el mundo está plagado de contradicciones verdaderas, o sea de verdades mutuamente contradictorias." (Peña 1991: p. 259). Pero para él la justificación de esto se encuentra en la gradualidad de lo real, como estudiamos en el capítulo anterior. Quizás es el autor más radical en este punto, en cuanto plantea que casi todo es —en cierta medida— contradictorio, en tanto toda propiedad se da por grados; en esta línea, toda contradicción sería falsa por lo menos en un 50%, y es verdadera en máximo un 50% (*cf. ibid.* p. 279). No hay que olvidar que Peña distingue entre las contradicciones normales y las «supercontradicciones»: las primeras se dan cuando son simultáneamente deducibles en un sistema lógico tanto una afirmación como su negación, pero entendiendo esta negación como la negación natural, o débil, con el significado de «es falso que p», al paso que las segundas se darían cuando el operador de negación es el de la negación absoluta, en

---

[37] "There are, we have argued, no insuperable philosophical problems in supposing that there are true contradictions and, moreover there are substantial benefits attached to doing so. What mainly prevents the acceptance of this view is the ideology of consistency: the deep-seated and irrational view that the world is consistent."(Priest / Routley 1989d: p. 528).

[38] En Smith 1986 se critica radicalmente la posición de estos autores australianos.

el sentido de «es del todo falso que *p*»[39]. Pues bien, el autor español plantea que las contradicciones del primer tipo de hecho existen, siendo incluso un componente necesario de toda realidad en virtud de la gradualidad, pero rechaza las segundas, las cuales a su parecer no pueden ser ciertas en ningún caso, pues ellas sí producirían las consecuencias catastróficas que la lógica clásica ha diagnosticado con respecto a cualquier contradicción.

Ahora, si se examina esta propuesta en cierto detalle, se puede ver que las contradicciones aceptadas lo que afirman es que tanto *p* como *Np* pueden ser verdaderas, pero como esta segunda expresión dice que es falso que *p*, entonces lo que estaría afirmando dicha contradicción sería que *p* es verdadera y es falsa a la vez; "por consiguiente, como el contradictorialista acepta que se dan fórmulas a la vez verdaderas y falsas, nada le impide aceptar que una antinomia sea, a la vez, verdadera y falsa" (Peña 1993: p. 91). Es, pues, una posición bastante diferente a la de los demás autores, en la medida en que, hasta ahora, sólo se había planteado que dos afirmaciones inconsistentes podían ser ambas verdaderas, mientras aquí, en cambio, se está postulando que cada una es verdadera en cierta medida y falsa en la contraria, lo cual es radicalmente innovador. Siguiendo esta propuesta, muy pocas cosas resultarían absolutamente verdaderas y los sistemas lógicos estarían construidos por aseveraciones que son parcialmente verdaderas y parcialmente falsas; entonces parecería que la lógica, de ser un sistema de inferencia válida que busca preservar la verdad, pasaría a convertirse en un sistema que buscaría preservar los «grados de verdad», que para este autor serían también «grados de realidad».

Otra propuesta interesante, en cuanto al estatuto de la contradicciones, está en ciertos artículos de Walter Carnielli y sus colegas antes mencionados (Carnielli / Lima Marques 1991 y 1992). Afirman ellos:

---

[39] En los textos de Peña la negación débil se presenta así: 'Np', y la fuerte así: '¬p'; genéricamente se refiere a ellas con '~p'.

> Basaremos nuestro trabajo en dos supuestos principales: primero, las contradicciones pueden naturalmente aparecer dependiendo de la aproximación lingüística particular en la cual el conocimiento sea representado; y segundo, en una aproximación lingüística formal determinada sólo es posible expresar contradicciones a través de algún tipo de negación. (Carnielli / Lima Marques 1992: p. 51 [trad.])[40].

Con lo primero, los autores están aludiendo a que para su sistema "las contradicciones son hechos lingüísticos" (Carnielli / Lima Marques 1991: p. 169 [trad.]) y que no importa a raíz de qué han surgido, pues bien podrían haberse originado en virtud de la traducción del conocimiento desde el lenguaje natural, o bien porque sean la expresión de contradicciones de facto. Asumen las contradicciones como una realidad lingüística que se da en determinado sistema conceptual estructurado lingüísticamente, y sólo aceptan que haya contradicciones cuando existe un operador de negación que permita expresarlas. Así pues, para usar el ejemplo que ellos dan, no se preocupan por si existe o no un objeto que sea cuadrado y redondo, al mismo tiempo y en el mismo sentido, sino sólo por su expresión en el sistema formal y, además, sólo aceptan que esto es una contradicción si en el sistema esta situación se expresa diciendo que lo redondo *no* es cuadrado (*cf. ibid.*). Es una posición que no tiene un compromiso ontológico con las contradicciones, pero que sí tiene un compromiso «lingüístico», y con esto se estaría cambiando el espacio de la discusión. Además, aquí se logra concretar el concepto intuitivo de contradicción, para vincularlo con la negación en tanto reali-

---

[40] "We shall base our work in two main assumptions: first, contradictions can appear naturally depending on the particular linguistic approach in which knowledge is to be represented; and second, in a given formal-linguistic approach it is only possible to express contradictions through some type of negation.

Our second assumption directs us to expect possible contradictions where negation is found. This does not mean, of course, that negation always entails contradiction, but only that we are not able to find contradictions elsewhere." (Carnielli / Lima Marques 1992: p. 51).

dad lingüística. Son dos presupuestos que se plantean muy sucintamente y sobre los cuales no se hace mayor análisis, ni se discute su fundamentación, pero que apuntan a esclarecimientos importantes. De hecho, un poco en un sentido paralelo se orientarán algunas de las reflexiones que presentaré en las consideraciones finales.

Para terminar lo referente a las contradicciones, es importante realzar que, como se ha visto, el desarrollo de la lógica paraconsistente en ninguna medida ha resuelto el «problema de las contradicciones», ni nunca lo pretendió. Para lo que ha servido es precisamente para revivir o darle sentido a dicho problema, pues antes las contradicciones eran como un hueco negro en el cual entraban muchas cosa de naturaleza muy disímil y, sin embargo, todas eran igualmente estigmatizadas y rechazadas. La lógica paraconsistente, al aportar un aparato lógico que hace viable manejar las contradicciones, lleva particularmente a estudiar qué es «lo contradictorio» en cada caso, para tratar de delimitarlo, ver cuál es su substrato e investigar qué se puede obtener de ahí. En cuanto instrumento formal que es, la lógica paraconsistente cumple la función de desvirtuar el rechazo formal y a priori que se solía hacer frente a cualquier cosa que se pudiera considerar inconsistente y/o contradictoria.

La lógica paraconsistente no se identifica con ninguna posición particular con respecto a las contradicciones. Esto es así hasta tal punto que, incluso para una posición extrema que asuma que en caso de llegarse a dos aseveraciones contradictorias una de ellas necesariamente es un error, la lógica paraconsistente puede llegar a ser útil, pues permite postergar la decisión sobre cuái de las dos es la equivocada, hasta que se tengan más elementos de juicio; en cambio, si se usa la lógica clásica ante una situación de tal índole, se tiene o bien que optar apresuradamente

por alguna de las dos aseveraciones, o de lo contrario el sistema se ve abocado a que se pueda derivar en él cualquier otra[41].

Así pues, se ha abierto algo así como un abanico de opciones, habiéndose aportado los instrumentos de análisis básicos para poder estudiar cada caso concreto, de ahí en adelante se puede ir viendo en qué radica lo contradictorio, y de qué forma es conveniente manejarlo en cada espacio conceptual. En suma, antes que una posición frente a las contradicciones, la lógica paraconsistente es un camino hacia las contradicciones.

5. FORMALIZACIÓN DE LA DIALÉCTICA

En la medida en que la dialéctica ha sido una teoría eminentemente filosófica, y dado que se ha sugerido que con la lógica paraconsistente se podrían formalizar ciertos aspectos de ella, es claro que alrededor de este tema tiene que estar uno de los problemas filosóficos fundamentales que aquí se deben tratar. Sin embargo, no creo que sea ni el aspecto filosófico el más importante, ni el problema en el que en la lógica paraconsistente rinda sus mayores frutos, a pesar de la gran importancia que le han dado da Costa, Wolf, Priest, Routley, Peña y, sobre todo, Marconi.

El problema de la formalización de la dialéctica, o de la relación entre dialéctica y lógica formal, se ha venido tratando hace bastante tiempo, especialmente desde la segunda mitad de este siglo. Para llegar a establecer cierto nivel de «diálogo», primero se tuvo que superar la descalificación, planteada por Hegel, de las «ciencias formales» como posibles vías de expresión del devenir dialéctico, así como —en sentido contrario— el descrédito que producía en los lógicos y/o matemáticos cualquier cosa que sonara a «especulativo». Además, existía un gran carga ideológica, en la medida en que, por un lado, se tendía a identificar la

[41] Esta consideración con respecto a esta posición radical ha sido señalada recientemente en da Costa / Béziau / Bueno 1995: p. 608s (sec. 4.1). Con esto, en cierta medida, se radicaliza por vía de hipótesis la posición planteada por Batens.

dialéctica con el materialismo dialéctico de línea marxista, marcado profundamente por Lenin, al paso que —por el otro lado— la lógica simbólica o matemática se veía como una «ciencia burguesa», propia de la superestructura capitalista. Este enfrentamiento, de hecho, se mantuvo durante varias décadas y contra ambos extremos tuvieron que luchar quienes trataron de establecer una aproximación entre ambas perspectivas. Esto fue especialmente evidente al interior del «bloque soviético», en la medida en que se comenzó a realzar el valor de las investigaciones lógicas de este siglo (ver Lobkowicz 1961); también fue así en la obra de ciertos autores que, por fuera de él, estaban vinculados a la tradición dialéctica con un claro compromiso con el marxismo, como fue el caso de Henri Lefèbvre (ver Lefèbvre [1969] 1988). Incluso en Latinoamérica surgió uno de los primeros libros sobre «lógica dialéctica», escrito por el mexicano Elí de Gortari (1956, 1979).

Ahora bien, propuestas concretas encaminadas a estructurar sistemas lógicos que, siguiendo los lineamientos de la lógica simbólica, pudieran formalizar algunos aspectos de la dialéctica, sólo fueron desarrollados alrededor de la década de los sesenta por autores como Günther, Apostel, Rogowski, Kososk y Dubarle, de acuerdo con lo estudiado por Diego Marconi[42] (1979: p. 29-39). A estos desarrollos se le agregaron, como hemos visto, los sistemas de Asenjo, así como los de Routley y Meyer, además de las sugerencias de da Costa, en el sentido de que sus sistemas lógicos paraconsistentes podrían permitir formalizar ciertas regularidades dialécticas. Buscando globalizar todo esta problemática, se publica el libro *La Formalizzazione della Dialettica*, editado por Marconi (1979). Este autor italiano estaba convencido de que si se lograba vincular la propuesta dialéctica, especialmente la hegeliana, con la lógica matemática contemporánea, esto serviría enormemente para rescatar el valor de la

[42] Miró Quesada (1982b: p. 47) se refiere también a otros: Novinsky, Suszko, Loser, Klaus, Cecik, Spisani.

primera, en ámbitos que siempre la habían rechazado. Todo parece indicar que esta sugerencia tuvo buena acogida, y se comenzó a trabajar con entusiasmo en este sentido. De ahí la importancia que se le dio a la obra de da Costa en la Unión Soviética[43] y en algunos países de su entorno —con excepción de Polonia, donde el interés había surgido por motivos netamente lógicos, especialmente relacionados con los trabajos de Jaśkowski—; incluso, la obra del lógico brasileño ha estado siendo traducida al chino.

En este contexto, Marconi planteó un criterio específico de aproximación a la dialéctica hegeliana. Considera este autor que ella está especialmente signada por los problemas originados por la indeterminación del lenguaje ordinario, pues esta indeterminación siempre puede originar contradicciones; ante esta situación, el procedimiento dialéctico, afirma Marconi, consiste en mostrar que si surge una contradicción es porque el criterio conceptual que originó la primera determinación se muestra insuficiente y que, por lo tanto, no puede tener validez general, y esto lleva a que emerja una nueva determinación. Sólo se llegaría a una determinación absoluta —o al absoluto en términos hegelianos— cuando se pueda hacer una formulación que no dé lugar a contradicciones (*cf.* Marconi 1979: p. 71)[44].

Ahora bien, si se examinan en conjunto todas las propuestas que se hicieron en esta línea, quizás los sistemas mejor logrados

---

[43] Por ejemplo, fue conferencista invitado especialmente al Octavo Congreso Internacional de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia, celebrado en Moscú en 1987, donde la lógica paraconsistente fue uno de los temas principales.

[44] "L'adesione all'indeterminatezza semantica del linguaggio naturale *può* generare contraddizioni. La specificità dei procedimenti dialettici di tipo hegeliano consiste in ciò, che (1) qui l'indeterminatezza genera sempre contraddizioni, e (2) la «scoperta» della contraddizione induce ad abbandonare la pretesa di validità definitiva delle determinazioni concettuali da cui sorge la contraddizione, e a prende in considerazione nuove determinazioni, perché (3) l'Assoluto deve essere formulabile, ma non in maniera contraddittoria: il processo deve avere un esito, e questo non può essere contraddittorio." (Marconi 1979: p. 71).

fueron los sistemas DL y DL* de da Costa y Wolf[45], que, como vimos en el capítulo anterior (sec. 2.4.2.2), fueron estructurados en los primeros años de la década pasada. Sin embargo, de ahí en adelante no se ha vuelto a publicar mucho en este campo y parecería que esta propuesta de formalizar la dialéctica no ha rendido los frutos que se esperaban; de hecho, Diego Marconi se ha desvinculado del tema, al parecer algo desencantado[46].

Considerando todo esto, ahora es legítimo preguntarse por el sentido de la interacción entre la dialéctica y la lógica paraconsistente. La respuesta tendría que darse en dos sentidos: qué le puede aportar la lógica paraconsistente a la dialéctica y al contrario.

Los aportes que le puede hacer la lógica paraconsistente a la dialéctica han sido señalados en muchos de los escritos que se han mencionado, y se pueden resumir así: primero, hacer más entendible la estructura formal de ciertas regularidades dialécticas; segundo, mostrar que el hecho de que en la dialéctica se manejen contradicciones no es razón suficiente para invalidar dicha propuesta teórica, con el argumento de que esto daría lugar a la desarticulación total del sistema en virtud de su trivialización; y, finalmente, aportar elementos del rigor propio de las investigaciones lógico-matémáticas a las caracterizaciones dialécticas. Todo esto se ha logrado, de una u otra manera, en los sistemas desarrollados hasta ahora, especialmente en el segundo sentido, donde la lógica paraconsistente juega un papel fundamental.

Pero una vez resuelto esto, y antes de abordar los posibles aportes en sentido contrario, es conveniente tratar lo relacionado

---

[45] Se puede consultar, en los anexos B y D, la composición axiomática de dichos sistemas.

[46] Esta desvinculación me la confirmó el propio autor, en una carta personal del 27-I-93, en la que afirma no haber trabajado en el tema en los últimos diez años y que no preveía reasumirlo en el futuro inmediato. El que haya sido porque no veía que de ahí se pudiera sacar lo que él esperaba, me lo ha dicho Walter Carnielli durante su estadía en Bogotá, en octubre de 1994.

con la «formalización», y más específicamente en relación con las características del procedimiento de formalización que se le puede aplicar a la dialéctica. Aquí hay un equívoco que probablemente viene de las famosas «leyes dialécticas» de Engels: la transformación de la cantidad en la cualidad y viceversa, la compenetración —o unidad— de los opuestos, la negación de la negación[47], además de la «tríada dialéctica» de tesis, antítesis, y síntesis. Con ellas se han querido expresar ciertas regularidades de los procesos dialécticos, pero esto ha llevado a creer que la dialéctica puede tener algo así como una estructura formal, que sería el esqueleto del movimiento dialéctico. Estas caracterizaciones, si bien han servido para «explicar» la propuesta dialéctica, también han llevado a desvirtuar uno de sus aspectos fundamentales: la dialéctica no es, ni puede ser, formal; lo que en ella hay de formal sólo tiene sentido en virtud de los distintos contenidos. Hablar del movimiento dialéctico, sin hablar de qué es lo que se «mueve», es un sin sentido, pues lo que lleva al desarrollo de la oposiciones no es algo externo o separable de la realidad en cuestión —sea cual sea el tipo de «realidad» que se asuma articulada dialécticamente—, ya que es precisamente el contenido de esas realidades lo que conduce a las distintas oposiciones y cambios dialécticos.

No es éste el lugar para reseñar la ya inveterada discusión sobre el estatuto de la dialéctica, pero sí quiero señalar que si se va a decir que «algo» *A* pasa luego a *no-A*, para llegar finalmente a *no-no-A*, que resulta ser diferente al *A* original, no se está diciendo nada realmente dialéctico, a no ser que se explique por qué se producen estos cambios, y eso depende de las determinaciones particulares de ese *A*. La dialéctica, en su concepción global, siguiendo especialmente los lineamientos de Hegel, no es ni

[47] Éstas fueron planteados en *El anti-Dühring* y en *La dialéctica de la naturaleza*; al respecto, se puede consultar Röd, Wolfgang: *La filosofía dialéctica moderna* (Pamplona: EUNSA, 1977) p. 301-318.

puede ser formal; es más, uno de sus sentidos fundamentales es mostrar cómo son superables todas las formas vacías.

Todo esto se vincula con la indagación acerca de la relación entre la dialéctica y la lógica formal, que es un aspecto que ha dado lugar a muchas controversias, y sobre el cual aquí nos restringiremos a considerar ciertas aspectos. En primera medida, es claro que hay una relación muy estrecha entre la dialéctica y la lógica en general; no en vano Hegel llamó *Ciencia de la lógica* a uno de sus dos libros fundamentales. Sin embargo, si se revisa el contenido de esta obra, se ve que no tiene nada de formal, pues en ella no se habla en abstracto de términos que —como «variables»— pudieran ser reemplazadas y, aunque se usan nociones en extremo generales —ser, esencia, concepto, existencia, cantidad, cualidad, apariencia, realidad, absoluto, idea, etc.— esto se hace así porque el contenido de cada una de ellas es determinante para entender el proceso. Aun cuando se está hablando en general, no se habla de generalidades. No se trata de una exposición formal, y lo que de formal tiene se debe a la forma específica de determinados contenidos.

Por lo tanto, la dialéctica no se contrapone, en cuanto nivel explicativo, a la lógica formal. Diferente es cuando ambas resultan refiriéndose a lo mismo, pues, entonces, surge toda una serie de conflictos que, más que llevar a una confrontación productiva en virtud de la diversidad de aproximaciones, han llevado a una descalificación mutua. Uno de los casos más notorios ha sido el de la contradicción, que ha dado lugar a las estigmatizaciones más radicales entre ambos bandos. Por eso, en la medida en que la lógica paraconsistente ha aportado una nueva perspectiva frente a esta problemática, sirve también para crear vasos comunicantes entre posiciones antes drásticamente enfrentadas; éste es un aporte que merece destacarse.

No obstante, no se debe olvidar que la aproximación que se tiene desde la lógica simbólica a las contradicciones es muy diferente de la que se daría desde una perspectiva dialéctica. En la

primera, se puede busca formalizar ciertas situaciones inconsistentes para ver dónde se han originado, para así examinar qué alcances puede tener para el sistema de inferencia deductiva. En cambio, a la dialéctica le interesan las contradicciones como productos y como detonantes del cambio —bien sea real o conceptual, o ambos al mismo tiempo—. Si algo caracteriza a la dialéctica es ser una aproximación dinámica, en doble sentido, en tanto en sí es dinámica y al mismo tiempo trata lo que está en constante movimiento. Ella busca explicar por qué se produce el cambio, y en qué medida es inevitable que se produzca; y, en este sentido, la oposición dialéctica juega un papel determinante en tanto que es el impulso o la fuerza que hace inevitable el movimiento. Hay diversas oposiciones dialécticas, en la medida en que son muchas las entidades que generan cambios; y aunque es posible establecer distintos tipos de oposiciones dialécticas, algunos de los cuales pueden ser formalizados como una «contradicción», de acuerdo con los parámetros de la lógica formal, estas formalizaciones sólo pueden capturar un instante del proceso, y lo importante en la dialéctica es todo el proceso, su dinámica.

Así pues, en la medida en que la lógica paraconsistente permite que en un sistema lógico coexistan determinaciones contradictorias, sin duda esto nos aproxima a la formalización de uno de los aspectos fundamentales de la propuesta dialéctica; y si permite mostrar que una situación tal no es un total sin sentido, sin duda está haciendo un aporte muy importante para valorar adecuadamente los elementos de análisis propios de la dialéctica. De este modo, se allana el camino, superando una de las dificultades más importantes y —sobre todo— una de las que más se ha destacado, en la búsqueda de una actitud más dialogal entre dialéctica y lógica formal.

Pero lo anterior es sólo el primer paso, paso que ya se ha dado; de ahí en adelante viene la tarea de articular sistemas deductivos que recojan atisbos dialécticos sobre la realidad. Tal es el

caso de los axiomas de los sistemas de da Costa y Wolf que permiten que existan espacios de indeterminación —donde no vale el tercero excluido— y espacios de sobredeterminación —donde no vale el principio de no contradicción—. Además de esto, está el axioma que postula la existencia de casos concretos contradictorios, tanto en la propuesta de Meyer y Routley, como en el sistema DL* de da Costa y Wolf.

Habiendo llegado a este punto, tenemos que abordar el segundo sentido de la relación entre lógica paraconsistente y dialéctica; es decir, el que tiene que ver con qué podría aportarle la dialéctica a la lógica paraconsistente. Éste es un aspecto al cual los autores que hemos estudiado no suelen referirse, pero cuya importancia salta a la vista si uno toma cierta distancia con respecto a cómo se han desarrollado hasta ahora la lógica paraconsistente y, en general, las investigaciones lógico-matemáticas.

Un autor que ha sugerido que la relación entre dialéctica y lógica simbólica ha de verse en dos sentidos es Georg Henrik von Wright, que piensa que la propuesta dialéctica de tipo hegeliano contiene criterios muy relevantes y que puede ser importante tenerlos en cuenta al proponer ciertos sistemas lógicos[48].

---

[48] Por ejemplo, en su texto sobre tiempo, contradicción y cambio, von Wright analiza en qué medida los tres factores están necesariamente interligados, y afirma:

"But *must* logic reject contradiction? I am not sure whether there is 'must' here. Hegelian logic seems to afford a counter-example. The problem can also be put as follows: Is the escape from contradiction which time is supposed to afford entirely successful?" (von Wright 1968: p. 22).

La conclusión de este ensayo es que si el tiempo es continuo, entonces se tiene que pasar por una fase en la que el mundo está en dos estados contradictorios mutuamente relacionados. Esto le parece importante, además de lo que en sí plantea, porque, por un lado, muestra la fecundidad de la lógica modal y porque establece una conexión entre lo que llama las dos grandes tradiciones en lógica: la clásica, desde Aristóteles hasta Frege y Russell, y la dialéctica de Hegel, y entonces afirma:

"I think myself that the great tradition *is* logic, and that Hegelian logic is no alternative to or serious rival of it. Hegel's logic, *qua* logic, is perhaps not of much value. But it contains ideas and observations which are of genuine inter-

Este autor también ha destacado la importancia de la lógica paraconsistente (ver von Wright 1986: p. 5).

Desde una visión de conjunto, quisiera plantear que los aportes de la dialéctica pueden resultar determinantes en dos sentidos: en el sentido de buscar una formalización de los cambios que se van produciendo en los distinto procesos y en el de establecer alguna forma de representar lo que origina los cambios. Lo primero, sin duda, tendría que ir de la mano del desarrollo de una lógica que vincule el concepto de sucesión temporal o de orden de inferencia, de manera tal que se pueda distinguir un estado donde algo no era cierto, de otro donde ha llegado a serlo. Ahora bien, la ficción de una realidad estática, o que está dada en todas sus determinaciones, subyace a la lógica simbólica, con excepción de las lógicas temporales —que, como se sabe, son lógicas modales con operadores para modalidades temporales—;

---

est to a logician in the traditional sense and the study of which may lead to new developments in his subject. Perhaps this study could also further a *rapprochement* of trends in contemporary philosophy which have so far stood bitterly opposed to, and sadly divided from, each other." (von Wright 1968: p. 32).

Años después, presentaría un sistema lógico semejante a la propuesta de Rescher, en la medida que utiliza un operador modal para «es verdadero que», pero distinguiendo entre una negación externa: ~Tp «no es verdad que p», de una negación interna: T~p «es verdad que no p»; lo primero corresponde a la *no verdad* y lo segundo a la *falsedad*, siendo más fuerte esta última. De manera tal que en el sistema vale el principio de no contradicción en su formulación débil ~(Tp & T~p), pero no el fuerte T ~(p & ~p) (*cf.* von Wright 1986: p. 6ss).

En la conclusión de este artículo, de nuevo se refiere a la dialéctica así:

"Dialectical Synthesis is logically legitimate inference in certain cases but it involves *a shift in the concept of truth* from a stricter to a more liberal notion, both of which answer to common and natural uses of the words «true», and «false» when applied to propositions. This shift fits the facts particularly in situations when are concerned with *becoming* or *process*, two ideas which are prominent in Hegelian and dialectical Logic. The liberal idea also has a natural application to cases of *vagueness*.

Truth-logic [la que ha planteado] thus seems to provide a kind of «bridge» between formal logic of «classical» type to the tradition of Hegel." (von Wright 1986: p. 13).

por lo tanto, una aproximación a la dialéctica tendría que utilizar herramientas que indiquen las sucesiones temporales. Y, en cuanto al segundo sentido, habría que buscar elementos formales que permitan representar la forma como se van dando los cambios de acuerdo con sus móviles. En esta línea, se podría proponer un operador específico que recoja la «negación dialéctica» como el primer paso en el proceso de cambio, y luego otro que sería algo así como un «operador de síntesis»; y esto limitándonos a los aspectos que más se han resaltado en la dialéctica. Con estos elementos básicos se podría tratar de armar un sistema lógico; de hecho, así lo ha visto el profesor Newton da Costa[49], pero hasta ahora esto sólo es una sugerencia que está por desarrollarse.

Una propuesta en este sentido sería muy interesante, pero no hay que olvidar que no alcanzaría a ser una «formalización de la dialéctica», pues, si bien podría aproximar la lógica simbólica a los planteamientos dialécticos más que lo que han logrado otros sistemas paraconsistentes, nunca perdería su carácter formal, lo que inevitablemente la mantendría en un nivel diferente al de la dialéctica. Es decir, por más que se aproximen los sistemas lógicos a la dialéctica, ésta sólo puede aproximarse a la lógica simbólica en ciertos aspectos, estableciendo, por ejemplo, un mayor rigor terminológico. Detrás de esta afirmación no hay un juicio de valor sobre la importancia relativa de ambos espacios conceptuales. La situación, a mi parecer, es algo análogo a lo que sucede con las distintas ciencias, cuando se intenta formalizarlas: siempre se utilizarán ciertos esquemas axiomáticos de carácter lógico y que constituyen el canon de inferencia válido, pero

[49] En julio de 1994, el profesor da Costa me sugirió la posibilidad de desarrollar un sistema en este sentido y estuvimos examinando, para comenzar, cuáles podrían ser sus peculiaridades: sería una lógica modal de tipo paraconsistente con operador de síntesis y con las proposiciones indexadas temporalmente. Incluso, se podría quedar a nivel de enunciados, aunque tendría una muy viable extensión a nivel de predicados. Pero aún falta hacer todo el trabajo riguroso de formalización y estudiar sus propiedades a nivel metalingüístico.

junto a ellos estarán los postulados extralógicos que atañen a la materia particular de cada espacio de conocimiento; resultaría muy desacertado pretender borrar las fronteras entre la ciencia en cuestión y la lógica utilizada para formalizarla, pues es claro que cada teoría se puede formalizar usando distintas lógicas, si bien unas pueden resultar mejores que otras para el efecto. Ahora, para plantear este símil no se necesita asumir que la dialéctica sea una «ciencia», o que comparta todas las características del saber científico, pero sí se tiene que considerar que ella busca explicar determinadas realidades al igual que las teorías científicas. La aproximación a la realidad puede ser muy diferente, e incluso lo que se entienda por «realidad», pero lo fundamental es que toda teoría dialéctica sólo puede tener sentido en la medida en que se refiera a determinados contenidos, y si bien para el efecto se pueden utilizar herramientas propias de la formalización lógica, éstas sólo podrán articularse junto con los planteamientos de tipo dialéctico, en la medida en que sean aplicables a un contenido cambiante.

En suma, al plantearse algún tipo de formalización de la dialéctica, tendrían que manejarse no sólo axiomas lógicos, sino, sobre todo, ciertos postulados que surjan de la aproximación dialéctica a determinadas realidades.

Esto no se ve afectado por el hecho de que ciertas explicaciones dialécticas no se restrinjan a ciertos ámbitos de realidad, pues si bien esto puede llevar a que tengan el mismo nivel de generalidad que la lógica, esta es una generalidad de tipo diferente, en la medida en que se trata del modo como se articulan los distintos contenidos —o determinaciones— de la realidad. Esto se puede explicar de otra forma, diciendo que, si se toma la dialéctica como una exposición de conceptos generales, el nivel de abstracción podría ser equivalente al de la lógica formal, pero la aproximación sería diferente, ya que aquélla de lo que trataría no sería ya de esos conceptos en sus relaciones inmutables, sino

de cómo éstos interactúan produciendo codeterminaciones cambiantes entre ellos.

La tarea, entonces, sería plantear unos axiomas propios de la teoría dialéctica, que se articularían con otros postulados de carácter lógico, y así surgiría un sistema deductivo, cuya lógica subyacente, sin duda, tendría que ser una lógica al menos paraconsistente, pero ojalá con otras herramientas lógicas como las que se han señalado con respecto a la sucesión temporal.

Las precisiones anteriores pueden servir para aclarar ciertos aspectos de la polémica alrededor de la utilidad de la lógica paraconsistente para la formalización de la dialéctica y dilucidar así ciertos equívocos al respecto. Estos equívocos se han presentado —en parte— porque, al plantearse los sistemas paraconsistentes más próximos a la dialéctica, se ha dejado abierta la puerta a desarrollos futuros, dando la impresión de que éstos serían profundizaciones en el mismo sentido[50], sin aclarar que una aproximación directa a la dialéctica implicaría no sólo eso, sino un salto cualitativo importante, como se ha querido mostrar.

Por otra parte, cuando se critica la propuesta paraconsistente, con frecuencia se la juzga por lo que no es, ni podría ser. En este sentido, es especialmente diciente la presentación que de la problemática hace Michele Malatesta, en un libro sobre dialéctica y lógica formal (1982), que es una reacción contra el libro que editó Marconi (1979). En efecto, si bien Malatesta tiene clara la diferencia entre el alcance de ambos espacios[51], su exposición es una muestra, a mi juicio, de en qué medida se pueden relacionar de manera equívoca. Veamos en qué sentido.

---

[50] Aunque debe mencionarse que la propuesta de da Costa y Wolf es la más explícita acerca de sus limitaciones en relación con la dialéctica, aunque tampoco muestra qué se necesitaría para ir más allá.

[51] "É qui un grandissimo equivoco da dissipare: spesso si confondono le logistiche paraconsistenti con la dialettica, ma vi è un abisso. La dialettica assume la contraddizione como legge del sistema, anzi come legge motrice del sistema; le logistiche paraconsistenti constituiscono lo studio non contraddittorio della contraddizione." (Malatesta 1982: p. 99).

Uno de los puntos centrales de este texto es una exposición encaminada a mostrar lo que él denomina la «imposibilidad ontológica de la contradicción», enfrentándose a los planteamientos de Rescher sobre la viabilidad de contradicciones en el plano ontológico, pero su inadmisibilidad en el plano epistemológico. La propuesta de Malatesta es que las contradicciones surgen de una ilusión provocada por la sucesión temporal y la espacialización que de ella tenemos la tendencia a hacer. Afirma el autor que siempre que se presenten dos situaciones aparentemente inconsistentes, no hay que caer en la tendencia de asumir que se están dando simultáneamente, como si la situación fuera análogica a las distintas situaciones espaciales que sí pueden ser simultáneas; más bien hay que buscar la sucesión que permite que algo sea de una manera en un instante tal y sea diferente en otro instante (*cf.* Malatesta 1982: p. 11ss); además, si dentro de un intervalo de tiempo determinado se dice que algo se da con características contradictorias, a su juicio, siempre es posible establecer intervalos de tiempo más pequeños o hacer descripciones más finas, con lo cual desaparecería la contradicción (*cf. ibid.* p. 115s).

Lo que busca defender este libro es que no basta conque sea posible evitar las consecuencias del Pseudo-Escoto sobre la trivialización, para darle a la dialéctica "el derecho de ciudadanía en la ciudadela de la ciencia rigurosa" (*ibid.* p. 116 [trad.])[52], pues esto sólo sería viable cuando se logre capturar formalmente el propósito que tiene la dialéctica con respecto a las contradicciones: superarlas, pero al mismo tiempo conservarlas, a partir y

[52] "Una volta eliminata la legge dello Pseudoscoto nelle sue varie formulazioni —e quindi le regole di deduzione che quelle corrispondo— è proprio vero che la dialettica ha il diritto di cittadinanza nella cittadella della scienza rigurosa? La dialettica potrebbe avere tale diritto se e solo se fosse in grado di superare la contraddizione, pur conservandola nello stesso tempo, *a partire* dalla contraddizzione e *in virtù* della stessa contraddizione. Ma non è questo il caso che si dà in tutte le logistiche che pretendono d'importare la contraddizione nell'ambito della logica formale." (Malatesta 1982: p. 116s).

en virtud de sí mismas (*cf. ibid.* p. 117). Y esto hasta ahora no se ha logrado en los sistemas de «lógica dialéctica» que se han planteado en el contexto de la lógica formal, especialmente los paraconsistentes, pues lo que han hecho es simplemente limitar la lógica clásica para evitar la trivialización, sin aportar nada propio con relación al proceso que constituye la contradicción dialéctica. Finalmente, agrega Malatesta que la supuesta «lógica dialéctica» no es realmente una lógica, pues, a su juicio, sólo merece este apelativo lo que se autojustifica; es decir, que no toma prestado nada de otras lógicas (*cf. ibid.* p. 118).

Éste es el punto al cual queríamos llegar: pedirle a los sistemas de «lógica dialéctica», estructurados a partir de los desarrollos paraconsistentes u otros semejantes, que capturen el proceso de articulación interna de las contradicciones inherentes al proceso dialéctico es pedirles que dejen de ser sistemas de lógica formal; así mismo, pedirles que sean autónomos es desconocer que su sentido está en tratar de aproximar la lógica simbólica a los planteamientos dialécticos y que, además, su valor radica precisamente en buscar establecer vías de acceso entre las dos tradiciones, pero manteniéndose dentro del ámbito de las investigaciones lógico-matemáticas. Diferente sería si —como se ha planteado— se estuviera hablando de una teoría dialéctica formalizada, donde la «lógica dialéctica» sería la lógica subyacente, en cuanto canon de inferencia válida. En este caso, este sistema deductivo sí podría ser juzgado en consideración a en qué medida representa los planteamientos dialécticos y qué tanto sentido tiene la explicación que aporte sobre la realidad tratada; pero, entonces, se la juzgaría como teoría formalizada y no como lógica. Juicio diferente sería el que se podría aplicar sobre su andamiaje lógico, pues éste tendría que centrarse en evaluar en qué medida permite articular las deducciones a partir de los postulados dialécticos y si logra evitar que éstas se vuelvan triviales, como sí pasaría en caso de usarse un sistema lógico de tipo clásico.

Para concluir este apartado, quisiera señalar que, a pesar de la importancia que tienen discusiones de este tipo sobre la relación entre dialéctica y lógica formal, no me parece que puedan ser muy fructíferas si se quedan a ese nivel. Toda esta problemática no puede quedar reducida a confrontar distintas perspectivas, pues su eje tiene que ser aquello hacia lo que apuntan cada una de estas distintas aproximaciones. Más que presentar las ventajas y desventajas de cada propuesta teórica, lo importante es mostrar cómo todas ellas están señalando ciertos problemas y perplejidades de cara a lo real. Por eso, al considerar la lógica paraconsistente y la dialéctica, lo más importante es mostrar cómo ambas perspectivas están evidenciando que la contradicción, como problema, con sus distintas acepciones, es un espacio de inquietudes fundamentales, y que no se puede dejar de lado cuando se busca comprehender las explicaciones que se proponen sobre las distintas facetas de la realidad. Son una perspectiva diferente, pero lo fundamental es que componen un espacio común de cuestionamientos, cuyo eje es el surgimiento recurrente de contradicciones en los procesos cognoscitivos. En suma, más que examinar de qué modo estas perspectivas se miran entre sí , lo fundamental es notar cómo ellas hacen ver aquello que la perspectiva clásica siempre ha querido olvidar.

6. Una aproximación racional a las inconsistencias

Desde Aristóteles, se ha dicho que uno de los requisitos mínimos de racionalidad, y quizás el más importante, es el cumplimiento del principio de no contradicción; esto ha sido reiterado por la gran mayoría de los filósofos, y muy particularmente por Kant y Leibniz, así como por muchos matemáticos tales como Hilbert. Paralelamente, distintos pensadores han cuestionado esto, de una u otra forma, destacándose entre ellos Heráclito, Protágoras, Gorgias, Antístenes, Crisipo y los megáricos, Nicolás de Cusa, Reid, y, sobre todo, Hegel y toda la tradición dialéctica moderna (ver Priest / Routley 1989). Por otra parte, es claro que la preo-

cupación por la razón y por lo que caracteriza la racionalidad siempre ha acompañado la reflexión filosófica, constituyéndose en uno de sus núcleos temáticos fundamentales.

Pues bien, el desarrollo de la lógica paraconsistente inevitablemente afecta esta problemática, en la medida en que pretende ser una estructura racional que permite manejar inconsistencias. Esto es así, independientemente de que en ciertos sistemas paraconsistentes se rechace de plano el principio de no contradicción y en otros se lo acepte en algún sentido, bien sea estableciendo diferencias de «niveles» entre las contradicciones que son aceptables y las que no, o bien haciendo «convivir» este principio con la afirmación de contradicciones; es claro que todos estos sistemas siempre pueden albergar inconsistencias de algún tipo, y el planteamiento clásico conduce a rechazar cualquier contradicción a todo nivel. Surge entonces una pregunta fundamental: ¿En qué medida afecta esto la noción de racionalidad? Esto será lo último, y a mi juicio lo más importante, que abordaremos en este trabajo.

6.1. La crítica por irracionalidad, de Bunge

Para afrontar esta problemática, conviene comenzar por revisar la crítica que desde una perspectiva «clásica» de la racionalidad se le haría a la lógica paraconsistente. Esta crítica se encuentra, en cierta medida, compendiada en el libro *Racionalidad y realismo* de Mario Bunge (1985), particularmente en el primer capítulo que se llama "Racionalidades". En él se busca hacer una presentación global y esquemática de lo que serían las distintos tipos de racionalidad, por lo cual el autor distingue siete «conceptos de racionalidad»: conceptual, lógica, científica, metodológica, gnoseológica, ontológica, evaluativa y práctica (*cf.* Bunge 1985: p. 14). Cada uno de ellos presupone el anterior, siendo los cinco primeros formas de racionalidad teórica y los dos últimos de racionalidad práctica (*cf. ibid.* p. 17). El propósito de este autor argentino, radicado en Canadá, es defender la posibilidad de una «plena racionalidad», como "un desiderátum teórico y

práctico" (*ibid.* p. 25), que consistiría en la satisfacción de los siete tipos de racionalidad; para ello busca mostrar cómo cada una de esas racionalidades es tanto deseable como alcanzable (*cf. ibid.* p. 15ss).

Pues bien, resulta muy diciente que, para abordar esta tarea, Bunge se proponga, además, mostrar "que la lógica paraconsistente y la teoría de la decisión, pese a sus respectivos aparatos matemáticos, son seudorracionales." (*Ibid.* p. 13). Esto es importante en su propuesta, porque en la caracterización que da de los distintos tipos de racionalidad, la primera, la racionalidad conceptual, es definida como la minimización de la vaguedad o imprecisión, y luego la racionalidad lógica es presentada como "bregar por la coherencia (evitar la contradicción)" (*ibid.* p. 14). Así pues, el requisito mínimo es que las leyes o principios lógicos tienen que aplicarse a expresiones y conceptos «claros y distintos», con lo que se descartarían las propuestas difusas o de la vaguedad. Una vez cumplido esto, el siguiente requisito sería que se respete el principio de no contradicción; Bunge lo plantea en los siguientes términos:

> Estimamos la racionalidad lógica por dos razones principales. La una es que la contradicción genera un número ilimitado de proposiciones arbitrarias, relevantes o no, verdaderas o no: *ex contradictoriis quodlibet* (Obsérvese la similitud con el cáncer). También apreciamos la racionalidad lógica como medio para alcanzar la racionalidad metodológica, e.d., como herramienta para identificar e investigar problemas. (Si una nueva información contradice una hipótesis aceptada, y valoramos la racionalidad lógica, estudiaremos el problema y eventualmente reformaremos la hipótesis o revisaremos el nuevo dato.) (*Ibid.* p. 17).

Como se ve, el primer argumento es otra vez el principio del Pseudo-Escoto, del que tanto se ha hablado, al paso que el segundo es semejante al argumento planteado por Popper y que estudiamos en el capítulo VI. No hay, pues, nada nuevo en la justificación que da Bunge, y esto es interesante porque se estaría tratando de fundamentar la racionalidad lógica basándose

precisamente en consideraciones —especialmente la primera— en respuesta a las cuales surgió y se desarrolló la lógica paraconsistente. Es más, volverá a plantearlos sin más, varias décadas después de que se ha mostrado que estos supuestos imperativos lógicos no son tales o que resultan a veces imposibles de cumplir, haciendo, además, mención directa a la lógica paraconsistente, muestra que —por lo menos— no se le ha dado a estos nuevos desarrollos la debida importancia como para intentar algún tipo de refutación[53].

Más adelante, Bunge, al hablar de las «seudorracionalidades», plantea que "dentro de un simbolismo refinado puede esconderse un irracionalismo desaforado" (*ibid.* p. 23) y pone como caso paradigmático de esto a la lógica paraconsistente. Pasa entonces a hacer una caracterización de ella en los siguientes términos: "La peculiaridad de la lógica paraconsistente (p. ej., da Costa, 1980 [que corresponde a da Costa 1980a]) es que el principio de no contradicción no es un esquema lógicamente válido en ella." (*Ibid.* p. 23). Esto es inadecuado, pues para que un sistema lógico sea paraconsistente lo que por lo menos no puede valer en él es el principio del Pseudo-Escoto. Y después agrega que "si se la interpreta en términos ontológicos, la lógica paraconsistente puede considerarse como una formalización de la dialéctica, según la cual todas las cosas son intrínsecamente contradictorias." (*Ibid.*). Como hemos visto, uno de los rasgos característicos de los sistemas paraconsistentes es postular que necesariamente tiene que haber enunciados —que generalmente son la inmensa mayoría— que «se comportan bien»; es decir, que no son contradictorios y de los cuales no está presente su contradictorio en el sistema deductivo. Así pues, la crítica que

[53] El principal texto sobre lógica paraconsistente que cita Bunge es el *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica* (da Costa 1980a), que es uno de los libros más importantes en el área y donde se plantea una larga discusión, con respecto al tema de la racionalidad —como veremos en la siguiente sección—, discusión que no es aludida en ningún sentido en el capítulo "Racionalidades" del libro de Bunge.

plantea Bunge parte de no distinguir las peculiaridades propias de lógica paraconsistente, y, dicho sea de paso, éste también suele ser el caso de las críticas «informales» que contra ella se plantean.

Bunge cierra su argumentación afirmando lo siguiente: "Es obvio que la lógica paraconsistente es no-racional por definición de «racionalidad lógica», a saber, porque no incluye el principio de no contradicción." (*Ibid.* p. 24). Efectivamente, es una obviedad, pero que pasa por asumir esa definición de «racionalidad lógica», cuando es precisamente esa definición lo que es cuestionado por la lógica paraconsistente. Lo que ella hace es mostrar que la racionalidad en lógica puede desvincularse de la necesidad de postular la validez universal del principio de no contradicción.

Uno de los signos más indicativos de lo que subyace a la lógica paraconsistente es la preocupación que tienen algunos de sus principales autores, con respecto al tema de la racionalidad y por lo que se pueda entender como racional a la luz de la viabilidad de sistemas deductivos que soportan algunas contradicciones sin trivializarse. De modo que conviene pasar a ver los planteamientos más importantes en este sentido, con lo que llegamos al centro de la problemática que ahora nos interesa[54].

---

[54] El texto de Bunge fue publicado en 1985 y los textos que vamos a ver a continuación fueron escritos casi todos antes de ese año; ahora bien, lo planteado por Bunge, en cierta medida, recoge la crítica que se suele escuchar en contra de la lógica paraconsistente y que sin duda tuvieron que enfrentar los autores de esos textos desde mucho antes.

Por otra parte, es sorprendente que en los textos posteriores de los autores de la lógica paraconsistente no se menciona este texto de Bunge. De hecho, sólo he encontrado un examen de él en Piacenza (1988/9), donde —como antes se mencionó— se muestran distintos sentidos en los que se puede entender el principio de no contradicción y se señala lo determinante que resulta su comprensión si se quiere la discusión sobre la relación entre racionalidad y la lógica paraconsistente. De hecho, mi contacto con el texto de Bunge se produjo por fuera del ámbito de la paraconsistencia, pues tengo que agradecerle al profesor Carlos Verdugo el habérmelo mencionado. A su vez, el texto de Piacenza pude conocerlo porque el profesor Mirko Skarika me facilitó una copia.

6.2. Los «principios pragmáticos de la razón», de da Costa

De todos los autores que hemos estudiado, tres se han ocupado especialmente del tema: da Costa, Rescher y Miró Quesada, por lo que resulta conveniente estudiar sus planteamientos. Comenzaremos por el primero de ellos, que tiene toda una propuesta en este sentido y que se engloba en lo que él denomina los «principios pragmáticos de la razón». Con ellos, da Costa quiere mostrar que aún se pueden hacer planteamientos importantes sobre lo que rige el pensamiento racional, después de haber limitado el alcance de ciertos principios que se consideraban fundamentales de la razón, como el de no contradicción, el del tercero excluido y el de la doble negación.

Antes de entrar en el tema, el autor afirma que "el ejercicio de la razón, así como el contexto racional, se encuentra sujeto a ciertas constantes formales" (da Costa 1980a: p. 42 [trad.]). De modo que su propuesta no va encaminada a simplemente deconstruir lo logrado por los principios tradicionales, pues se trata, más bien, de mostrar que estos principios tienen que contextualizarse en virtud de criterios más amplios, buscando establecer no ya restricciones, sino lineamientos generales de la actividad racional.

Una vez planteado esto, su primera consideración es que el conocimiento racional es un conocimiento ordenado conceptualmente y que para adquirir conocimientos se tiene que juzgar e inferir. Surge entonces el primer principio pragmático de la razón, que es el *Principio de la sistematización*:

> *La razón siempre se expresa por medio de una lógica.* Nótese que este principio, incluso si la razón en su ejercicio lícito y principal solamente se expresase a través de una única lógica, permanecería válido. Además, tal vez fuese mejor formularlo aseverando que en los contextos racionales se encuentra siempre, de modo explícito o implícito, un sistema lógico. (da Costa 1980a: p. 45 [trad.]).

Esto no quiere decir que en los procesos racionales se tenga que usar sólo uno de los sistemas lógicos que históricamente se han propuesto, pues perfectamente se puede establecer una combinación de los existentes; pero el resultado tendría que ser en sí armónico, constituyéndose a su vez en una lógica. Sea cual sea la situación, el autor considera que los usos legítimos de la razón requieren de una lógica (*cf. ibid.* p. 46). Surge, entonces, otro principio pragmático de la razón, que denomina *principio de la unicidad*:

> *En un contexto dado, la lógica subyacente es única.* Hablando metafóricamente, este segundo principio nos asegura que, una vez fijadas las reglas de juego, ellas no deben ser alteradas. Una alteración modificaría inmediatamente el juego inicial, transformándolo en otro. De modo más exacto, las modificaciones de la lógica subyacente en un contexto racional lo convierten en un contexto distinto. (*Ibid.* p. 46 [trad.]).

Esta lógica subyacente puede no ser explícita, manteniéndose como una estructura inferencial implícita; pero esto no impide que cuando se pretende aproximarse a la situación de modo idealizado, de todos modos siga siendo viable establecer los rasgos característicos del sistema lógico subyacente.

El tercer principio, que es el que más nos interesa, se llama el *principio de adecuación*:

> *La lógica subyacente a un contexto dado debe ser la que mejor se le adapte.* Lo que significa el principio precedente se resume así: al estudiar determinado dominio de objetos, reales o ideales, se debe escoger el sistema de categorías racionales y de leyes universales que las reglamenten que mejor se ajuste a esos objetos. (*Ibid.* [trad.]).

Presentado así, el principio parece bastante obvio, sin embargo, señala el autor, el problema está en definir el concepto de adecuación, pues a este respecto es posible tomar en cuenta factores de índole muy diversa; para da Costa los factores determinantes son los de carácter pragmático, tales como simplicidad, comodi-

dad, facilidad, economía, etc. "Los sistemas lógicos tiene sus jurisdicciones delimitadas por la experiencia y por factores de naturaleza pragmática." (*Ibid.* p. 47 [trad.]). Es por estos criterios que, a su parecer, por ejemplo, se sigue utilizando la lógica clásica como la lógica subyacente de la matemática tradicional.

Con estos planteamientos, entonces, no se está tomando partido por ningún sistema particular, ya que eso equivaldría a tomar una opción antes de considerar las realidades particulares que se van a estudiar y los medios de que se dispone para aproximarse a ellas. Incluso, esto no implica un compromiso con la pluralidad de lógicas, pues si fuera el caso de que sólo se aceptara una lógica, aclara el lógico brasileño, esto no invalida los principios pragmáticos de la razón (*cf. ibid.* p. 48), ya que en ese caso esa lógica sería la única que podría cumplir lo planteado por éstos.

Ahora bien, la justificación de estos principios está muy relacionada con la aproximación lingüística que da Costa había desarrollado en sus primeros escritos y que estudiamos en el capítulo IX. En efecto, ahora reafirma que sin comunicación no hay ciencia y que, para que esta comunicación se dé, se necesita emplear un lenguaje, el cual debe emplearse de acuerdo a reglas; además "si las reglas que gobiernan los símbolos, e indirectamente los conceptos, los juicios y los raciocinios, no fueran relativamente claras, no puede haber comunicación." (*Ibid.* p. 47 [trad.]). En consecuencia, no puede haber ciencia sin lógica subyacente y ésta tiene que constituir una unicidad de criterios.

Estos planteamientos de da Costa, si bien él no lo menciona, resultan bastante próximos a los planteamientos sobre los juegos de lenguaje y su gramática planteados por Wittgenstein, aunque aquí el autor brasileño asume sin mayores explicaciones que las reglas de juego se tienen que conocer antes para poder participar en un «juego» determinado (*cf. ibid.* p. 47).

Más adelante, en la parte final de este libro, *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica*, da Costa presenta algunas afirmaciones

que ahora resultan muy dicientes. En efecto, asevera que la razón satisface los principios pragmáticos planteados, pero que éstos son normas ideales y no pretenden ser absolutos, aunque sí parecen estar presentes en todos los procesos de sistematización del conocimiento racional. Afirma, además, que otro factor muy importante es la «historicidad de la razón», en la medida en que lo que se presenta como lo racional ha ido evolucionando históricamente, entendiendo el término «razón» no por la facultad, sino por el conjunto de principios y reglas que rigen los contextos racionales. Pero, paralelamente, da Costa considera que hay ciertos principios lógicos que se han mostrado dotados de cierta invariabilidad, y trae a colación los principios clásicos que tantas veces se han mencionado, lo cual puede parecer muy extraño, emanado del creador de sistemas lógicos que cuestionan varios de ellos. Pues bien, se refiere explícitamente a esto y aclara que, de hecho, la lógica paraconsistente no invalida totalmente el principio de no contradicción, sino que lo limita, pues en los sistemas paraconsistentes dicho principio se tiene que seguir aplicando tal cual a las proposiciones de «buen comportamiento», y este rango de aplicación sólo se puede determinar pragmáticamente; de hecho, para el lógico brasileño, los enunciados sobre el mundo macroscópico son, en general, de este tipo (*cf. ibid.* p. 234).

Como síntesis, da Costa plantea que "hay un núcleo de racionalidad invariable, que se va formando a través de la historia" (*ibid.* p. 235 [trad.]). Esto —siguiendo la línea de argumentación— puede también parecer extraño, pero adquiere sentido si se toma en cuenta que lo que se quiere decir es que la historicidad de la razón no la muestra arbitraria y aleatoria, sino que, por el contrario, "va revelando ciertas constantes, conquistas de la razón y la ciencia" (*ibid.* p. 236 [trad.]).

Ya para concluir, afirma: primero, que la racionalidad no se identifica con un sistema de lógica, y que si bien se puede plantear que existen unos principios básicos de la razón, éstos no

coinciden con la leyes lógicas tradicionales. Segundo, que la lógica está relacionada directamente con la realidad, porque "los principios lógicos resultan de la interacción entre el espíritu y el entorno" (*ibid.* [trad.]). Tercero, que el conocimiento racional es intuitivo y discursivo. Y, por último, que los sistemas lógico-formales, aunque se pueden juzgar sólo a un nivel puramente formal, donde el juicio se fundamentaría únicamente en la razón, también deben ser juzgados por su valor real, y ahí el referente sería la ciencia, a la luz la teoría de la ciencia en general, como perspectiva (*cf. ibid.*).

6.3. La «razón» después de la lógica paraconsistente, según Miró Quesada

Pasemos ahora a los planteamientos de Francisco Miró Quesada, que van en la misma línea, pero con especial preocupación por mostrar que hay ciertas invariantes en lo que se puede entender por razón. Afirma el autor peruano que el desarrollo de los sistemas de da Costa es muy importante, porque han mostrado "que las posibilidades deductivas de la razón son más amplias de lo que se creía" (Miró Quesada 1988: p. 614s)[55], esto debido a que, al poderse eliminar la validez absoluta del principio de no contradicción, sin que la razón deje de funcionar eficientemente, se ha mostrado que el funcionamiento de la razón es diferente de lo que se pensaba, en la medida en que es posible que la presencia de inconsistencias en un sistema no impliquen su total derrumbe como teoría.

> Todo esto muestra que la separación, casi podría decirse, la contraposición entre la razón dialéctica y la razón tradicionalmente considerada (la razón de los tres principios tradicionales),

[55] Este texto fue publicado paralelamente en 1988 en español y en 1989 en inglés, y por eso lo he denominado en la bibliografía Miró Quesada 1988/9. Fue escrito a principios de la década de los ochenta, a juzgar por la últimas fechas de los textos citados (de hecho, tal parece haber sido el caso de todos los artículos contenidos en Priest / Routley / Norman [eds.] 1989, si se toma en cuenta lo dicho en la introducción y que ella tiene como fecha febrero de 1982).

> era una apariencia debido a la falta de comprensión de la manera como funciona el pensamiento racional. La razón, como hemos señalado, funciona de manera mucho más amplia y flexible de lo que creyeron los filósofos del conocimiento antes de los recientes desarrollos lógicos. (Miró Quesada 1988: p. 615s).

Pero, por otra parte, considera el autor que el desarrollo de la lógica, con orientaciones como la paraconsistente y la relevante, tiene que articularse dentro de la reflexión sobre la racionalidad, porque de lo contrario quedaría "reducido a un proceso arbitrario, ininteligible" (*ibid.* p. 616). Y, en seguida, llama la atención sobre el hecho de que la lógica se ha considerado siempre como parte integrante de los mecanismos que viabilizan el conocimiento articulado racionalmente y que incluso entre ellos se la ha considerado como la parte más «luminosa y segura», por lo que, afirma Miró Quesada, la lógica se ha constituido en algo así como el *summum* de la racionalidad; entonces, esto tiene que verse afectado por el cuestionamiento de los principios lógicos que se asumían como universales (*cf. ibid.* p. 617).

Toda esta situación lleva al autor a plantear que aún no se ha logrado la cúspide de la racionalidad y que no es nada claro que se vaya a alcanzar, de modo que la lógica clásica resultaría ser una sistematización imperfecta de la racionalidad (*cf. ibid.* p.617).

En este contexto, el autor peruano hace una propuesta bastante particular. Afirma que se tiene que distinguir entre lo que es la «deducción lógica» y la «inteligibilidad», y esto, a su parecer, llevaría a plantear que la lógica paraconsistente permite hacer deducciones lógicas válidas en situaciones inconsistentes, pero sin que esto implique que las situaciones inconsistentes sean inteligibles. Lo que se podría plantear así:

> Por más que hagamos, nuestra razón no puede aceptar que un objeto tenga una propiedad y no la tenga. Pero esto no significa que la realidad o que, en general, las regiones ontológicas (que pueden ser de objetos abstractos), *tengan* que ser racionales y que no puedan producirse contradicciones en ellas. Hasta el

> momento los argumentos en favor de la existencia de ontologías de este tipo no son muy convincentes, pero tampoco puede demostrarse que *no pueden darse*. (*Ibid.* p. 618).

Volvemos así a la inquietud sobre la existencia de las contradicciones en la realidad, y, al respecto, el autor mantiene una posición cercana a la de da Costa, pero algo más escéptica. Lo peculiar aquí es el planteamiento en el sentido de que, aun cuando la lógica parconsistente permite manejar contradicciones, éstas se siguen considerando inaceptables para la razón, en general. En esta línea se hace necesario distinguir ente una «racionalidad lógica» y una «racionalidad ontológica», de manera tal que las inconsistencias pueden estar de parte de la realidad, por lo que ésta sería reputada en ciertos aspectos como «irracional» —en el sentido de racionalidad ontológica—, al paso que para la racionalidad lógica "la consistencia, la identidad, vienen a ser algo así como condiciones necesarias de inteligibilidad." (*Ibid.* p. 619). No obstante, la estructura de deducción lógica sobrepasa estas últimas exigencias, pues sigue siendo racional a pesar de permitir que de premisas contradictorias se deduzcan consecuencias contradictorias, ya que en ella lo determinante es la forma como se hace esa deducción.

Miró Quesada concluye así esta presentación:

> Las breves consideraciones que hemos hecho permiten afirmar que los esquemas tradicionales del concepto de razón han sido rebasados por el desarrollo de la más racional de las disciplinas: la lógica. Ni el racionalismo clásico (racionalismo ingenuo), ni el empirismo, ni el historicismo, ni la filosofía dialéctica (tradicional, hegeliano-marxista y otras semejantes) permiten comprender los hechos que acabamos de señalar. Si queremos comprender lo que está sucediendo en el campo de la lógica tenemos, inevitablemente, que elaborar un nuevo concepto de *razón* que permita dar cuenta de los sorprendentes resultados a los que está llegando, en los últimos tiempos, la teoría deductiva. Pero elaborar un nuevo concepto de razón significa nada menos que la renovación de la filosofía del conocimiento. Creemos que se trata de un camino que está, ya, comenzando a seguirse con

> afán creciente. Nos parece que es el único que habrá de permitir recuperar la visión de conjunto hacia la que apunta toda filosofía auténtica. (*Ibid.* p. 620).

Ésta es pues, la posición del autor peruano, que —como se ve— tiene implicaciones muy hondas.

Es importante resaltar que estos planteamientos están marcados por la creencia de su autor en la posibilidad de hacer planteamientos de carácter universal sobre la racionalidad, lo cual lo lleva a defender así la posibilidad de hablar de la «razón».

Esto último se hace más claro a la luz de lo planteado por Miró Quesada en otro artículo (1982), donde postula la existencia de algo así como un «núcleo fuerte» de carácter lógico, llamado «nuestra lógica», que estaría presente en las diversas lógicas, y en virtud del cual éstas se pueden considerar tales. Este centro estaría articulado por ciertos principios o criterios que llevan a establecer ciertos parámetros mínimos que hacen posible la comunicación racional.

Entre ellos, el autor destaca lo que llama el «principio metateorético de no trivialidad», que es la exigencia de lo que denomina «consistencia absoluta», en el sentido de que para que exista el conocimiento tiene que haber diferencia entre ciertas fórmulas correctas, que son deducibles, y otras que no lo son; es decir, "debe poderse distinguir entre lo verdadero y lo falso" (Miró Quesada 1982: p. 6). En esta línea, otro aspecto que se debe considerar es que la deducción lógica tiene que garantizar la transmisión de valores de carácter semántico, en el sentido de que en un razonamiento correcto el valor designado ha de transferirse de las premisas a la conclusión; en este proceso tiene que ser válido el principio de identidad, en el sentido de que si una proposición tiene un valor designado, no puede tener un valor antidesignado; además, debe valer el principio de transitividad (*cf. ibid.* p. 10s).

Estos planteamientos permiten ver cuál sería el tipo de «invariantes» que, a juicio de Miró Quesada, es posible plantear

como criterios mínimos de los procesos racionales, en la medida en que se asuma que ese «núcleo lógico» tiene que estar presente en lo que se pueda entender por «razón». Y como se ve, no se identifican con los principios lógicos tradicionales, pero sí apuntan a aspectos que también se han venido señalando desde hace algún tiempo, a partir de diversas aproximaciones al tema. De tal manera que el desarrollo de las lógicas no clásicas, al cuestionar esos principios fundamentales, habría permitido mostrar que no es en ellos donde radica lo determinante de los procesos racionales, sino en estructuras aun más profundas pero que no son extrañas a la reflexión metateorética, haciendo así aportes notables a la investigación y la reflexión sobre la racionalidad.

6.4. La consistencia como requisito racional contextualizable, según Rescher

Otra perspectiva sobre la relación entre la posibilidad de manejar inconsistencias y la racionalidad es la planteada por Nicholas Rescher. Ésta surgió al interior de una preocupación muy profunda sobre la racionalidad como globalidad, pues fue en virtud de sus reflexiones sobre la sistematización de los procesos racionales como este autor llegó a la necesidad de articular alguna manera racional de manejar las inconsistencias. De modo que estos planteamientos se dieron en un espacio diferente al de la lógica paraconsistente, pero resultaron colindantes con ella, y se dieron en sentido diferente, pues en la lógica paraconsistente primero se desarrollaron los sistemas lógicos y después se explicitaron las preocupaciones en relación con la racionalidad. Por estas diferencias, aquí nos limitaremos a ver ciertos puntos comunes, aclarando que con esto no se quiere suplir el estudio que, en otro contexto, sería importante hacer de toda la propuesta de Rescher.

Como vimos en el capítulo anterior, este autor norteamericano desarrolló una propuesta para manejar inconsistencias de carácter semántico, vinculada a la teoría de los mundos posibles.

Ahora lo que nos interesa son los planteamientos que, a partir de eso, hace respecto a la racionalidad. En el libro en que expone esta propuesta, *The Logic of Inconsistency* (Rescher / Brandom 1980), junto a la parte más técnica —especialmente desarrollada por Brandom—, hay decantadas reflexiones de Rescher sobre la relación entre las inconsistencias y la sistematización cognoscitiva; lo cual era de esperarse, pues esta última ha sido una de las preocupaciones fundamentales del autor. En ellas afirma —entre otras cosas— que la representación del mundo como si fuera consistente es sólo una alternativa entre varias posibles (*cf. ibid.* p. 40), y que no se debe desestimar el que, en los asuntos relacionados con el conocimiento, la inconsistencias cumplen una función no menos importante que la de la consistencia como criterio (*cf. ibid.* p. 43).

En este sentido, el autor considera que la consistencia es un requisito muy importante de la sistematización cognoscitiva (*cf. ibid.* p. 25), aunque entendida no tanto como un «principio constitutivo» a nivel de la descripción ontológica del mundo, sino como un «principio regulativo» a nivel epistemológico (*cf. ibid.* p. 140)[56]. Esta mención a los principios regulativos tiene un claro referente kantiano, y aquí busca resaltar que la consistencia es un presupuesto que está intrínsecamente vinculado a nuestra forma de conocer el mundo (*cf. ibid.* p. 25), pero que no es un requisito esencial a cualquier situación. Para ubicar esto, en el espacio que Rescher le quiere dar, hay que señalar que en el texto distingue entre cuatro situaciones diferentes:

> *Inconsistencia débil*: admite que para alguna tesis *p* sabemos que se acepta a la vez la tesis y su negación, es decir que:
>
> *A(p)* y *A(–p)*, para algún *p*.

[56] "Consistency, in short, may figure less as a constitutive principle at the level of ontological world-description than as a regulative principle at the epistemological level of man-contrived inquiry. It is a prerequisite for the conduct of workable communication but not a descriptive requirement we can say *a priori* to be satisfied by the world about which we endeavour to communicate." (Rescher / Brandom 1980: p. 140).

Inconsistencia fuerte: admite que

A(p & –p), para algún *p*.

Hiperinconsistencia: admite que

A(p & –p), para todo *p*.

Caos lógico: admite que

A(p), para todo *p* (y en consecuencia *A(p)* y *A(–p)*, para todo *p*). (Rescher 1988: p. 75, trad. 1993: p. 92)[57].

Planteadas así las cosas, el autor considera que, sin violentar el valor regulativo del principio de no contradicción, es posible aceptar inconsistencias en el primer nivel, de manera tal que la necesidad de rechazar las tres últimas preservaría lo que se puede llamar la «consistencia minimal» [*minimal consistency*] (*cf.* Rescher / Brandom 1980: p. 25). Entonces, el principio regulativo, entendido en este sentido, haría viable que se hable sobre realidades inconsistentes por separado, pero no que se haga un discurso autocontradictorio, es decir, que contenga la conjunción de dos enunciados contradictorios entre sí.

Esto está dentro de la línea no adjuntiva que sigue Rescher, que, como vimos, es una de las opciones posibles para estructurar sistemas paraconsistentes. Si seguimos este esquema interpretativo, se ve que en general los otros autores contemporáneos que hemos estudiado también aceptan inconsistencias del segundo nivel, o sea «fuertes», pero sólo hasta ahí. En efecto, el tercer nivel corresponde a decir que todo es contradictorio, y el último sería la situación en la que todo es deducible, y ambos equivalen a la trivialización[58], o lo que, siguiendo una sugerencia termino-

[57] Esta formulación es casi igual a la original de Rescher / Brandom 1980: p. 24, con la única diferencia que la simbología es más directa, en la medida en que no contiene ninguna nomenclatura propia de la teoría de mundos posibles.

[58] El orden que propone Rescher me parece que es equívoco, en la medida en que las dos últimas no mantienen la continuidad de las dos primeras; de hecho, se puede pensar en una situación en la que en un sistema no-adjuntivo como los de Rescher se haya llegado a aseverar para un *p* particular su contradicción en forma conjunta 'A (p & ¬ p)', a partir de la cual se podría deducir cualquier

lógica de Miró Quesada, se podría llamar «inconsistencia absoluta», denominación que en este contexto es especialmente procedente.

A la luz de lo que hemos estudiado, me parece que a esta clasificación habría que agregarle una nueva opción que, siguiendo los mismos parámetros, se podría formular así:

Inconsistencia de nivel superior: admite que

$$A(p \,\&\, \neg p) \text{ y } \neg A(p \,\&\, \neg p), \text{ para algún } p.$$

Ésta estaría entre la segunda y la tercera situación planteadas por Rescher y sería la que, en general, aceptan Lorenzo Peña y algunos de los sistemas paraconsistentes de los autores del ámbito australiano. Así mismo, ha sido contemplada en los sistemas de la jerarquía C_n de da Costa, donde se establecieron instrumentos para poder restringirla, y es rechazada en los sistemas de «lógica dialéctica» de da Costa y Wolf.

Volviendo a Rescher y al tema central que no ocupa, en la conclusión del libro de 1980 plantea[59] que: "Tolerar inconsistencias dentro de la esfera de la sistematización racional no sólo es permisible, sino que en situaciones apropiadas puede resultar

---

otro *q*, es decir, 'A(q)', pero no la conjunción de 'A (q & ¬ q)'. Así pues, en este sentido la cuarta situación es más «débil» que la tercera, pues se necesita de un paso más para ir de la aseveración, por separado, de todas las proposiciones a la aseveración de todas las conjunciones de parejas contradictorias.

Cuando Rescher hace la estratificación, lo hace por "orden creciente de inadmisibilidad" (Rescher [1988] 1993: p 91). Y él nunca ha planteado como inadmisible, en ninguna instancia, la regla de simplificación que permite pasar de la aseveración de una conjunción a la aseveración por separado de cada una de las dos proposiciones. En esta línea, parecería claro que si se tiene la situación 3, también se tiene la situación 4, a no ser que se plantearan sistemas «no simplificativos», que serían en extremo extraños. Esto en cierta medida ya se había anticipado en el apartado 3 de este capítulo, cuando se mencionó la posibilidad de agregar como esquema axiomático la contradicción 'p∧¬ p'.

[59] Debe recordarse, como señalamos en el capítulo anterior, que si bien el libro tiene dos autores, en la introducción se aclara quién es el autor directamente responsable de qué parte; por lo tanto, cuando se ha hecho referencia a Rescher únicamente es porque ese texto corresponde a los escritos por él, según la introducción.

ventajoso e incluso inevitable." (Rescher / Brandom 1980: p. 137 [trad.])[60]. Esto no quiere decir que la consistencia no sea un requisito muy importante y a veces determinante, pues lo que se está afirmando es que no es un requisito *necesario,* y mucho menos *suficiente,* de los procesos racionales, en la medida en que tiene que valorarse en conjunto con otros igualmente importantes como la completud, la simplicidad y la adecuación explicativa (*cf. ibid.* p. 136s)[61].

Años después, en su libro *Racionalidad* (1988), Rescher volvería a ocuparse del tema, dedicándole el capítulo 5. En él mantiene los planteamientos anteriores, pero haciendo ahora una presentación más reflexiva y ahora más contextualizada, en la medida en que sí menciona directamente las «lógicas paraconsistentes», para afirmar que, junto a las «lógicas relevantes» y algunas «dialécticas», evitan que dos premisas inconsistentes entrañen cualquier cosa (*cf.* Rescher 1988: p. 74, trad. 1993: p. 91). Al hacer esta mención, no alude a lo que diferencia su propuesta semántica de esas otras alternativas sintácticas, y antes bien, cuando habla de que es "racionalmente aconsejable tomar con calma las inconsistencias (ocasionales y localizables) de nuestro camino" (*ibid.* p. 81, trad. p. 98), pone a pie de página la siguiente aclaración:

---

[60] "The toleration of inconsistencies within the sphere of rational systematization is not only *permissible*, but in suitable circumstances it may be *advantageous* and perhaps even unavoidable." (Rescher / Brandom 1980: p. 137).

[61] Después de haber hecho estos planteamientos, Rescher hace la siguiente aclaración:

"Nothing in these deliberations goes against regarding inconsistency as a negative factor —an emphatic liability of demerit. But it is not —or need not to be— viewed as an absolute and decisive disqualification, one quite different in nature from such other cognitive non-desiderata as complexity or non-uniformity. Nothing that has been said here countervails against the standing of consistency as a desideratum of great weight and worth. But our considerations indicate it is just that —*a desideratum*. It need not to be viewed (as has generally been the case) as *a necessitatum*, a requisite whose standing is absolute and in whose absence the book is simply closed on all prospect of rational discussion." (Rescher / Brandom 1980: p. 137).

> Por supuesto, esto presupone un aparato lógico que no permita deducir cualquier cosa de una inconsistencia y, así, que cualquier inconsistencia convertiría al cuerpo de las aserciones en incoherente cognoscitivamente [*cognitively incoherent*]. Pero tales lógicas tolerantes de las inconsistencias (o «paraconsistentes») son abundantes en estos tiempos. (*Ibid.*).

Hay aquí, pues, un cambio de actitud importante con respecto a los sistemas lógicos que hemos estudiado en este trabajo.

En general, este capítulo del libro trata de mostrar cómo puede tener sentido la aceptación de ciertas inconsistencias, sin que se destruya la sistematización del conocimiento, y cómo en ciertas situaciones éstas incluso pueden ser un apoyo importante para ese propósito. Se mantiene en la idea de que se pueden aceptar ciertas inconsistencias como anomalías particulares, pero sólo a ese nivel, pues el autor afirma que "seguramente nada puede llevarnos (racionalmente) a la aceptación de una AUTO-contradicción directa de la forma *p* & no-*p*" (*ibid.* p. 75; trad. cit. p. 92). Explica, entonces, que la aceptación de inconsistencias que él propone no es a nivel local, sino a nivel global, es decir, que no se aceptaría *p* y *no-p* (en conjunción) en una área particular, pero que globalmente sí puede ser el caso que se dé *p* en un área, y en otra *no-p* (*cf. ibid.* p. 76, trad. p. 93). Esto aclara mejor el sentido de la no-adjunción y, además, permite acceder más claramente a su idea intuitiva, a diferencia de cuando se hablaba de «un mismo mundo posible inconsistente», en el libro anterior.

Para hacer más inteligible lo que está planteando, propone considerar que nuestras convicciones se pueden dividir en dos tipos: las que creemos que son absolutamente ciertas y las que creemos que son probables. Entre ellas no hay una diferencia de contenido sino de *status*, y por eso, con respecto a las primeras, no estaríamos dispuestos a aceptar ningún tipo de inconsistencias, mientras que con las segundas se abre una brecha para inconsistencias, en la medida en que no se pueda estar completa-

mente seguro de lo que se esté afirmando, pero tampoco de su negación, porque en este caso estaríamos ante una creencia del primer tipo.

Paralelamente, al plantearse una pregunta que busque nuevos conocimientos, se pueden presentar distintas situaciones: primera, que la pregunta logre ser respondida satisfactoriamente; segunda, que la pregunta no se pueda responder, lo que produce una situación de ignorancia, es decir, de «infradeterminación de la información»; o tercera, que la pregunta sea contestada insatisfactoriamente, bien sea debido a algo así como un error, es decir, por una «determinación informativa defectuosa», o también por una «sobredeterminación de información». Este último caso es el de las inconsistencias, y puede surgir por tener distintas fuentes de información, o porque al volver a recopilar la misma información se obtengan resultados diferentes, o —finalmente— porque la misma información haga parte de «masas» diferentes de información. La distinción entre error e inconsistencia es muy importante, porque históricamente el que hubiera una inconsistencia era señal inequívoca de que ahí había un «error», en el sentido de algo equivocado, que tenía que solucionarse de alguna manera; aquí, en cambio, se plantea que si bien las inconsistencias no son un resultado deseable, son diferentes al error, y no siempre tiene sentido aplicar todos los mecanismos para lograr evitarlas, pues esta actitud puede llevar a perder información valiosa (*cf. ibid.* p. 81, trad. cit. p. 98). Es decir, si bien suele ser posible solucionar las inconsistencias, no siempre se las puede solucionar sin perder volúmenes importantes de información; por eso, afirma Rescher, el único criterio no puede ser el de la consistencia, sino que hay que tener en cuenta una serie de otros criterios; y con esto se vuelve a lo planteado al final de su anterior libro.

A continuación hace una serie de precisiones sobre el «razonamiento dialéctico» para mostrar que es un estilo de razonamiento diferente al de tipo lineal-inferencial, como es el ra-

zonamiento de la ciencias deductivas y, en general, de las ciencias organizadas deductivamente a partir de principios. El razonamiento dialéctico es un razonamiento cíclico, en el sentido de que vuelve muchas veces sobre lo mismo, pero generalmente con enfoques diferentes, por lo que no es de extrañarse que se produzcan contradicciones. Por ejemplo, dialécticamente se puede llegar a que un determinado factor *p* permite inferir *q*, pero que también *no-p* permite inferir *q;* si ésta fuera una situación tratada por las ciencias que se guían por la estructura deductivo-matemática, entonces sólo bastaría uno de los dos planteamientos; en cambio, en el razonamiento dialéctico la contextualización es muy importante (*cf. ibid.* p. 84ss, trad. cit. p. 101ss). Un tipo de razonamiento puede ser más útil en ciertos contextos racionales, como las disciplinas abstractas y ciertas ciencias naturales, mientras que el otro puede ser más aplicable en otros, especialmente en las «ciencias humanas». Y esto para Rescher no quiere decir que haya una diferencia de rigor, sino de estilo —como se ha dicho—, entre estos dos tipos de aproximaciones racionales (*cf. ibid.* p. 88ss, trad. cit. p. 106ss).

Termina Rescher este capítulo resaltando que la búsqueda de consistencia, en virtud del modelo deductivo, es un prejuicio típicamente griego y que nos hemos demorado muchos siglos para ir paulatinamente liberándonos de él. Y concluye con un párrafo que, sin duda, merece ser citado integralmente:

> La racionalidad cognoscitiva como tal no implica un compromiso a cualquier precio, absoluto e inquebrantable. La consistencia es un desiderátum primario de la racionalidad, pero no un *requisito* absolutamente indispensable. No deberá ser considerado como una exigencia inaplazable, sino como un ideal último. Estar dispuestos a tolerar conflictos y disonancias, incluso inconsistencias, va a menudo de acuerdo con el interés de actuar lo mejor posible en cierto estado del juego. Ante la insistencia impaciente de quien quiere asegurar aquí, ahora y por completo un orden finalmente configurado —un orden que sólo existe en el dominio de la muerte, las galerías de los museos, las enciclope-

> dias y las piedras de los cementerios— hay poco que decir. (*Ibid.* p. 91, trad. cit. p. 109).

6.5. ¿Una racionalidad paraconsistente?

Hemos concluido, pues, la exposición de los tres planteamientos más logrados sobre la relación entre lógica paraconsistente y racionalidad. Y, para terminar esta sección —y también este capítulo—, quisiera hacer ciertas acotaciones sobre esta problemática, que de muchas formas ha marcado toda la presente investigación, que ahora está próxima a terminar. En efecto, al concebir este trabajo se pensó que la preocupación principal podría girar alrededor de la noción de racionalidad que fundamenta las investigaciones lógicas paraconsistentes. Pues bien, después de haber profundizado en los textos de la lógica paraconsistente, es posible proponer una respuesta para esta inquietud.

Considerando todos los elementos que se han expuesto, es evidente que no se puede hablar de una única noción o concepto de racionalidad que fundamente la lógica paraconsistente. Esto debido a que, en primera instancia, la lógica paraconsistente no es una corriente filosófica, y no constituye una visión global del mundo, pues ella ha sido desarrollada por distintos autores con distintas aproximaciones y —sobre todo— con distintas motivaciones; de hecho, se puede decir que la lógica paraconsistente es la confluencia de múltiples inquietudes. Además, lo más propio de estas investigaciones radica en evitar la trivialización de un sistema deductivo a partir de una contradicción, y esto se aplica básicamente al ámbito de las ciencias deductivo-formales, mientras que la «noción» de racionalidad, sin duda, es mucho más amplia. Por consiguiente, la lógica paraconsistente puede articularse, como propuesta con un rango amplio de concepciones de racionalidad, siempre y cuando cumplan ciertos parámetros.

Esto no quiere decir que la lógica paraconsistente no tenga profundas implicaciones sobre la «noción de racionalidad»; an-

tes por el contrario, es posible aventurar que casi no hay concepción de la racionalidad, de las habituales en la reflexión occidental, que no se pueda ver afectada por las implicaciones que tiene la posibilidad de desarrollar sistemas sensatos de lógica paraconsistente. Donde se hable de inconsistencias en los contextos racionales, ahí la lógica paraconsistente tiene algo que señalar. Y su aporte no está en determinar qué sea la razón, sino en mostrar cómo se pueden ampliar los horizontes de lo racional y lo racionalizable. Cumple, entonces, un papel fundamental, al desvirtuar ciertos planteamientos que quieren restringir el ámbito de la razón. Así pues, antes que una noción de racionalidad, lo que hay detrás de la lógica paraconsistente es la oposición a todas las concepciones según las cuales las contradicciones, las inconsistencias, son inarticulables racionalmente. Éste es un paso muy importante, pues, como se sabe, esta opción ha sido claramente mayoritaria en el ámbito cultural que se originó en la Grecia clásica y que, sin duda, desde entonces ha sido determinante en casi todo el mundo, de una u otra manera.

Ahora bien, entre las distintas nociones de racionalidad planteadas o sugeridas por los autores que hemos estudiado, de hecho hay ciertas constantes que permiten caracterizar, aunque sea difusamente, sobre qué bases se estructura una posición paraconsistente. El planteamiento fundamental es que, por uno u otro motivo, en los procesos cognoscitivos se han enfrentado, se enfrentan, y se enfrentarán inconsistencias, y que las distintas soluciones «clásicas» se han mostrado insuficientes, porque generalmente logran su cometido sacrificando aspectos importantes, a los que no se quiere renunciar. Ante esto se plantea que la urgencia de solucionar las inconsistencias, en virtud de la amenaza de que de ellas se podría deducir cualquier otro enunciado bien formado, se puede superar sin mayores problemas estableciendo un sistema lógico que evite todas las formas de trivialización a partir de una contradicción o de dos fórmulas inconsistentes entre sí. Con esto se pierde parte de las herramientas deductivas,

pero se evita un riesgo cuyas consecuencias son mucho más nefastas, es decir, la invalidación de todo el sistema; los sistemas resultantes son bastante próximos a la sistemas clásicos, por lo cual se siguen beneficiando de todos los aportes globales de la lógica simbólica.

Otra constante importante es que, si bien ciertos principios clásicos —especialmente el de no contradicción— ven su rango de aplicación restringido, en ninguna medida se los elimina totalmente. De tal modo que, de ser constitutivos de la racionalidad, pasan a ser criterios regulativos de los procesos racionales, o sea que, si bien pueden ser muy importantes, no determinan qué es lo que se puede entender como racional. Es más, estos principios tradicionales comienzan a cumplir una función categorial determinante entre los distintos sistemas deductivos, en la medida en que sirven como criterios para aprehender las características propias de cada sistema. De modo tal que esos principios, que antes se consideraban como la base mínima de todos los otros postulados racionales, ahora se mantienen, pero después de haber sido relativizados, cumpliendo en su nueva situación un papel fundamental, aunque diferente al que antes tenían. En este sentido, se puede decir que la lógica paraconsistente genera un «proceso dialéctico» en relación con los principios clásicos fundamentales —especialmente con el de no contradicción, aunque en cuanto perspectiva afecta directamente el del tercero excluido y el de la doble negación—, en la medida en que los niega, pero para luego mantenerlos en una nueva situación.

Todo esto lleva a notar, como lo hace da Costa, que "las nuevas lógicas muestran que logicidad y racionalidad no se identifican" (da Costa 1981, 1993: p. 13 [trad.])[62]. En efecto, en la me-

[62] "Acreditamos que o nascimento e a proliferação das lógicas heterodoxas constitui uma das maiores revoluções de nosso tempo. Talvez ela seja semelhante à revolução provocada pelo surgimiento das geometrias não-eclidianas. Entre otras cosas, as novas lógicas mostram que logicidade e racionalidade não se identificam; nas sistematizações racionais, podemos utilizar lógicas distintas da clásica ou ortodoxa, caso isso nos seja conveniente. As concepções tradicio-

dida en que se pueden desarrollar distintos sistemas lógicos en los cuales pueden valer o no ciertos principios lógicos, pero siempre manteniendo el carácter de sistemas racionales, se hace evidente que la racionalidad no se puede identificar con ningún cúmulo de principio lógicos y/o reglas de deducción; es decir, que pueden mantenerse los mismos criterios de racionalidad utilizando, a nivel sintáctico, distintos conjuntos de teoremas y reglas de deducción y, a nivel semántico, distintos tipos de modelos.

Es importante aclarar que esto se concentra en el nivel más básico, es decir, en el del lenguaje–objeto, pues con esto no se está abarcando el nivel metalingüístico, y todos los principios que son propios de él, ya que ahí son otras las consideraciones pertinentes y no se ven tan directamente afectados por el desarrollo de las lógicas no clásicas, en general, y por la paraconsistente, en particular.

Ahora bien, si se salta a lo que sería un tercer nivel, es decir, el nivel metasistémico, entonces nuevamente hay cosas importantes por decir. Examinando los distintos sistemas lógicos que se han desarrollado, e incluso —por vía de hipótesis— los que se podrían desarrollar, se ve que entre ellos hay incompatibilidades, en el sentido de que en unos es derivable lo que en otros no. Esto, sin embargo, se puede entender de dos maneras: en la medida en que se considere lo derivable en virtud únicamente de los postulados lógicos —que son esquemas axiomáticos—, o lo derivable por medio de los postulados lógicos a partir de axiomas extralógicos propios de determinada teoría que se esté formalizando[63].

La diferencia es importante porque, al compararse la lógica clásica con los otros sistemas que aquí se han estudiado, se ve

---

nais da razão se evidenciaram impotentes para dar conta do novo estado de coisas, [...]" (da Costa 1981, 1993: p. 13).

[63] Recuérdese la utilización que se está haciendo de «postulados» en tanto género y de «esquemas axiomáticos» y «axiomas» en tanto especies distintas.

que ésta es la que tiene los postulados más «fuertes», en el sentido de que permiten deducir más teoremas, pero estos teoremas son sólo tautologías lógicas; por lo tanto, si se parte de los postulados lógicos, es claro que el conjunto de los teoremas derivables será mayor en la medida que más se aproxima un sistema a la lógica clásica. Sin embargo, ocurre lo contrario cuando se toma en cuenta la capacidad de deducir a partir de postulados extralógicos, pues ahí la lógica clásica resulta o muy restrictiva, o salta hacia la trivialización, donde todo es deducible. Por su parte, los sistemas más «débiles» se comportan aquí de modo peculiar, pues surge entonces una diferencia fundamental entre la lógica paraconsistente y la intuicionista. Veamos cuál es la situación. Si no se acepta en general el principio y la regla del tercero excluido, entonces, cuando se ha derivado en una teoría formalizada que *no es el caso que no-p*, de ahí no se puede obtener lógicamente *p*; se dan, en consecuencia, márgenes de indeterminación o subdeterminación, de manera tal que al no aceptar este principio, se está limitando la capacidad deductiva del sistema. Ocurre lo contrario cuando lo que se restringe es la exclusión de toda contradicción, porque, entonces, donde en el sistema clásico sólo se podía llegar digamos a una aseveración *p*, aquí en cambio se puede llegar tanto a *p* como a *no-p*, siempre que sea a partir de postulados extralógicos. El primero es el caso de la lógica intuicionista (y en general el de los sistemas paracompletos) y el segundo es característico de los sistemas paraconsistentes[64]. Por lo tanto, comparada con la lógica clásica, la

[64] Esto se puede describir en los siguientes términos: "Paraconsistent and intuitionistic deductions, indeed, behave in paradigmatic opposite but dual ways, perhaps the more intuitively appealing being the fact that paraconsistent deduction is extremely liberal and intuitionistic deduction is extremely conservative" (Sette / Carnielli 1995: p. 201)

En este punto no se debe olvidar que muchos sistemas paraconsistentes también excluyen el principio del tercero excluido; en estos casos, lo que sucede es que deductivamente estos sistemas paraconsistentes serían tan «débiles» como el intuicionista, es decir, que, en general, si se sabe que un enunciado no es válido, entonces su negación no tiene que ser necesariamente válida, aunque

lógica paraconsistente permite deducir más a partir de los postulados extralógicos y es más «fuerte», en el sentido de resistir más fácilmente a la trivialización. Además, como suele insistir da Costa, la lógica clásica está contenida en la paraconsistente, en el sentido que en un sistema paraconsistente, el manejo de los enunciados de «buen comportamiento» utilizando el operador de negación fuerte, puede coincidir totalmente con el que hace de sus teoremas la lógica clásica, pero la lógica paraconsistente permite, además, hacer deducciones para las que no se comportan clásicamente y agrega otro operador de negación.

Entonces, si se cotejan los distintos sistemas en virtud de su posibilidad de hacer deducciones estrictamente lógicas —es decir, sólo a partir de sí mismos—, es claro que son incongruentes, en la medida en que todo lo que se puede deducir en unos también se puede deducir en otros, pero no viceversa, siendo el sistema clásico el que los contiene a todos[65]. Pero si se los mira en virtud de su capacidad para servir de lógica subyacente en la formalización de una teoría, entonces resultan inconsistentes entre sí, porque en este sentido un sistema paraconsistente permite deducir aseveraciones que no se podrían deducir en un sistema clásico e incluso puede permitir deducir teoremas cuya negación sería deducible, en todos los casos, en los sistemas clásicos, como sería el caso de cualquier contradicción particular.

Además, si tomamos distintas teorías formalizadas utilizando herramientas lógicas, incluso si en cada una de ellas la lógica subyacente es sólo la lógica clásica, es plausible, y de hecho es

---

de todas maneras estos sistemas paraconsistentes y paracompletos seguirían permitiendo que, a partir de los axiomas extralógicos, se deduzca tanto un enunciado como su negación. Esto está intrínsecamente ligado a la doble negación y a qué versiones de ella se aceptan en cada sistema; un muestrario de estas peculiaridades se puede consultar en el Anexo C.

De modo que esos sistemas paracompletos y paraconsistentes, deductivamente serían tanto «conservadores» como «liberales».

[65] Esto asumiendo que la negación clásica «contiene» a las negaciones más débiles.

una realidad cotidiana del quehacer científico, que esta teorías resulten inconsistentes entre sí. Frente a esta situación, se puede alegar que el propósito racional sería buscar que todas las teorías sean entre sí consistentes, buscando también articular a nivel global una representación consistente del mundo. Esto puede ser cierto, pero ese es otro nivel de discurso, pues ahí se estaría hablando de la racionalidad no en virtud de lo que sucede en la práctica cognoscitiva, sino de lo que se espera que suceda, a pesar de que hasta ahora, en general, no parece haber sido así; estaríamos hablando, entonces, de una «racionalidad ideal». Por ende, se hace necesario resaltar la siguiente distinción: una cosa es hablar sobre la práctica racional y otra cosa es hacer planteamientos sobre qué debería ser la racionalidad. Discutir sobre lo segundo puede ser legítimo, espacio en el cual sería procedente tomar en consideración algunos de los planteamientos de los autores que hemos estudiado sobre la razón como idealidad y su vinculación con las inconsistencias, así como los argumentos encaminados a mostrar que hay contradicciones reales. No obstante, lo importante ahora es, a mi juicio, centrarse en la práctica racional, pues, como decía Hegel, la filosofía no se ocupa de lo que debe ser, sino de lo que es.

Ahora bien, limitarse a la práctica cognoscitiva no implica desconocer que la consistencia es un ideal, que de hecho existe, y se manifiesta en los contextos racionales. Es más, si se aspira a una comprensión global al respecto, hay que tomar en cuenta que existe una confrontación entre la reiterada situación de que en los procesos racionales se actúa buscando la consistencia como ideal de racionalidad y la vivencia de que éste no se cumple totalmente. En efecto, parece claro que, tomados en conjunto, los sistemas teóricos suelen resultar inconsistentes, a pesar de todos los intentos que se hacen en sentido contrario. Y, de nuevo, esos intentos para solucionar las inconsistencias pueden, efectivamente, ser el móvil principal de la búsqueda del conocimiento humano, como lo han planteado —desde perspectivas completamente

diferentes, pero que aquí se encuentran— Hegel y Popper; pero la situación es que de hecho hay inconsistencias[66] y, mientras éstas subsistan, se intentará superarlas.

Recogiendo lo planteado, si se quiere caracterizar la lógica que subyace a los sistemas teóricos deductivos tomados en su conjunto, ésta tendrá que tener elementos paraconsistentes, debido a que, por un lado, resulta patente que a ese nivel surgen inevitablemente inconsistencias —así ha sido hasta ahora y no se ve cómo vaya a cambiar en el futuro— y, por otro, parece aún más claro que ese conjunto global de conocimientos no es trivial. De otro modo, aceptar la posibilidad de articular en conjunto nuestro conocimiento sobre el mundo, dado que no parece que esto se pueda hacer sin reunir cuerpos teóricos inconsistentes entre sí, resultaría en un sistema trivial, donde se inferiría —sin más— «todo» lo decible sobre la realidad.

---

[66] Ésta es una realidad que actualmente es muy difícil de negar. De hecho, incluso está presente en el texto de Bunge antes comentado, donde hay un párrafo que merece ser citado en su integridad:

"La racionalidad gnoseológica, e. d. la exigencia de apoyo empírico y de coherencia global, se da por sentada en todas las ramas de la ciencia y de la técnica. Sin embargo, no es fácil satisfacer la condición de coherencia global. En efecto, a veces nos vemos forzados a emplear, en una investigación, pares de teorías mutuamente incompatibles. Por ejemplo, un químico teórico puede emplear tanto la mécanica cuántica como la clásica para calcular constantes de reacción. Sin embargo, lo hará con mala conciencia y con la esperanza de que en el futuro se pueda proceder coherentemente (o sea, se puedan hacer los cálculos *ab initio*). Todos deploramos la necesidad de recurrir a semejantes métodos impuros, hacemos lo posible por evitarlos y esperamos que se descubra la manera de evitarlos. En resumen, la racionalidad gnoseológica es a menudo alcanzable. Y cuando no lo es sigue siendo un ideal y, por tanto, un motor de la investigación." (Bunge 1985: p. 20).

Frente a este reconocimiento, habría que preguntarle al profesor Bunge: Y bueno, mientras se está en esos inevitables estados de «mala conciencia», ¿es cierto que se puede "generar un número ilimitado de proposiciones arbitrarias"? (que es como él había caracterizado, en la p. 17, el fenómeno de la trivialización). ¿Es cierto que cuando se dan esas situaciones en el trabajo científico, todo se torna válidamente afirmable en el respectivo cuerpo teórico?

En suma, si los planteamientos sobre racionalidad quieren abarcar la racionalidad del conjunto de los sistemas de conocimiento racional, es claro que lo que ha señalado la lógica paraconsistente tiene implicaciones a ese nivel. Aunque es importante insistir que esto, hasta ahora, se ha planteado sólo como una sugerencia y que apenas se están haciendo los primeros trabajos en este sentido, como vimos al final del capítulo anterior. Con esto se ha abierto un camino de reflexión muy importante. Y si bien es plausible que en él no se aventuren varios de los autores que han desarrollado la parte lógico-matemática de la propuesta paraconsistente, por considerarlo algo no técnico, sin embargo, sí ha sido enfrentado por autores como Newton da Costa, el más importante de ellos, que desde hace años se ha preocupado por la teoría de la ciencia y actualmente está empeñado en hacer una presentación más sistemática al respecto (ver da Costa 1996).

Después de todo lo que hemos visto, se puede afirmar que no hay una noción de racionalidad que fundamente la lógica paraconsistente, sino que lo que existe es una interacción profunda entre ellas. De hecho, si se pudo desarrollar la lógica paraconsistente fue porque se asumió la posibilidad de desprenderse de los cánones que planteaba la concepción tradicional de la racionalidad. Esto se hizo, por lo menos en el caso de da Costa, buscando ver qué pasaba si se limitaba uno de los principios tradicionales. Por eso, si algo estuvo detrás de la lógica paraconsistente, fue la concepción libertaria que da Costa planteó al inicio de su recorrido intelectual bajo la denominación de «principio de tolerancia en matemáticas», que, como vimos en el capítulo IX, señalaba que, desde el punto de vista sintáctico y semántico, una teoría es admisible siempre que no sea trivial. Así se abrió un abanico de posibilidades que sólo hasta ahora se está comenzando a valorar en sus reales dimensiones. Entre ellas, se están haciendo especialmente notables las relacionadas con la racionalidad, de manera tal que se ha hecho posible, y cada vez más necesario, plantear una concepción sobre la racionalidad que, en cierta

medida, dé cuenta de la posibilidad de manejar racionalmente situaciones inconsistentes; entendiendo —por ahora— la expresión «manejo racional» en el sentido particular de ser al menos articulable de acuerdo con los criterios propios de las ciencias deductivo-formales.

Así pues, el principio de todo fue una visión libertaria sobre la actividad racional, pero que al mismo tiempo buscaba mantener el «rigor» lógico-matemático. Los resultados se han ido dando poco a poco y a partir de ellos están dadas las bases para una perspectiva que no busque a toda costa excluir las inconsistencias en los procesos racionales. Está abierta la posibilidad de estructurar nuevas nociones de racionalidad, a partir de las herramientas de análisis que ha aportado la lógica paraconsistente, pero se debe tener en cuenta que esto *no determina una única visión* «paraconsistente» de la racionalidad; además, cualquier desarrollo que se haga en este sentido ya no pertenecerá propiamente a la «lógica» paraconsistente, por más compatible que sea con ella.

En este sentido, parece viable estructurar una teoría paraconsistente de la racionalidad, la cual, de acuerdo con todo lo que hemos estudiado, parecería tener mucho sentido. De hecho, hay autores como Priest y Routley que afirman que "la teoría de la razón ciertamente tiene que ser paraconsistente." (Priest / Routley 1989c: p. 379 [trad.])[67]. Pero aclaran ellos también que no se debe olvidar que lo que han aportado los desarrollos lógicos es-

[67] "As should by now be very clear, reason and inference do not break down in inconsistent situations (whatever the friends of consistency in logic and artificial intelligence may say). If one finds an inconsistency in one's reasoning one certainly does not invoke *ex falso quodlibet* and conclude that one *ought* to accept everything; nor does one grind to a complete halt. Of course it is common, once one finds a contradiction, to take evasive action, to modify one's views until they are consistent. But common enough though this is, it is by no means rationally obligatory. The rational thing to do may well be to accept the contradiction, or at least to see what emerges from it. [...] The important point now is just that a theory of reason certainly must be paraconsistent." (Priest / Routley 1989c: p. 379).

tudiados sólo toca el aspecto deductivo y que hablar de racionalidad implica referirse a un cúmulo de factores no deductivos, como los inductivos, analógicos y dialécticos (*cf. ibid.* p. 378).

Lo que se ha logrado es muy importante para el manejo de las contradicciones en los sistemas deductivos, pero queda todo un camino por recorrer. Sin embargo, el paso que se ha dado es, sin duda, determinante, ya que, ante la insinuación de sistemas racionales que manejen inconsistencias, el principal argumento que se esgrimía era la supuesta imposibilidad de articularlas en un sistema deductivo; este argumento ya no es válido tal cual. Otra cosa es que se alegue que el manejo que se le pueda dar a las inconsistencias es inapropiado o que sus resultados no son deseables, pues eso habría que discutirlo al interior de los distintos sistemas lógicos; y si se tratase de una objeción más en general, entonces lo importante sería señalar que, más allá del cúmulo de consideraciones que se pueden hacer al respecto, la forma propuesta por la lógica paraconsistente para manejar inconsistencias tiene las características que son propias de los sistemas lógicos contemporáneos. Esto, siempre y cuando no se quiera apelar a la petición de principio de identificar «lo lógico» con aquellos «principios clásicos» que se hallan excluidos en los sistemas articulados para manejar inconsistencias.

Ya para concluir, quisiera resaltar que la lógica paraconsistente no constituye —de modo alguno— algún tipo de planteamiento irracionalista, pues, en realidad, es todo lo contrario: tratar de ser racionales con lo que, a pesar de haber sido tachado de irracional, siempre ha acompañado a la racionalidad. Si a algo se la quiere aproximar, creo que sería a un racionalismo de tipo «pragmático», opuesto a lo que se podría calificar como un «racionalismo fundamentalista». Además, desde mi perspectiva, parece viable relacionar en ciertos sentidos la lógica paraconsistente con la deconstrucción de los metarrelatos universalizantes, rumbo que en los últimos años se ha venido evidenciando a raíz de ciertas reflexiones filosóficas sobre el presente. Esta relación

merece ser tratada por aparte, en un estudio que tendría que tener un tono completamente diferente, por lo cual, aquí, con esta mención, sólo quiero dejarla insinuada.

En general, dado que existe una estrecha relación entre las inconsistencias y la racionalidad, ésta se puede explicar de diversas maneras y en sentidos diferentes, algunos de los cuales se han referido aquí. Sin embargo, vale la pena reiterar que lo que se pueda decir al respecto no pertenece propiamente a la lógica paraconsistente, ni la lógica paraconsistente tiene que tomar una posición al respecto; es una problemática que la toca, pero que se le escapa. Para profundizar en ese sentido, alcanzo a ver ciertos marcos explicativos que, de algún modo, podrían ayudar a aclarar por qué siempre se producen inconsistencias en la actividad racional del ser humano; sin embargo, como estos planteamientos no surgen directamente de lo que se puede entender como lógica paraconsistente, he decidido no señalarlos aquí, en el cuerpo del trabajo, pero sí hacer algunas sugerencias en este sentido en las consideraciones finales.

Hemos llegado, así, al término de este recorrido por la historia, las motivaciones, los desarrollos más importantes y algunas implicaciones de la lógica paraconsistente. El propósito era mostrar su fundamentación y su alcance, así como sus limitaciones. Habiendo llegado al final, no voy a decir que la lógica paraconsistente es un buen «punto de partida», como se suele decir ante las propuestas «novedosas», porque ha habido demasiados buenos «puntos de partida» que no han pasado de ser eso. Antes bien, creo que esta propuesta puede aportar elementos importantes para una reflexión que es tan antigua como el saber occidental; bastante se habrá logrado si en el futuro esta reflexión se ve afectada por lo hecho por un grupo de personas, durante las últimas tres o cuatro décadas. Si esto va a ser así, sólo la historia lo dirá; por ahora, lo cierto es que quienes se aventuraron en la senda de la lógica paraconsistente lo hicieron buscando afrontar a fondo un problema, para lo cual recogieron una pluralidad de

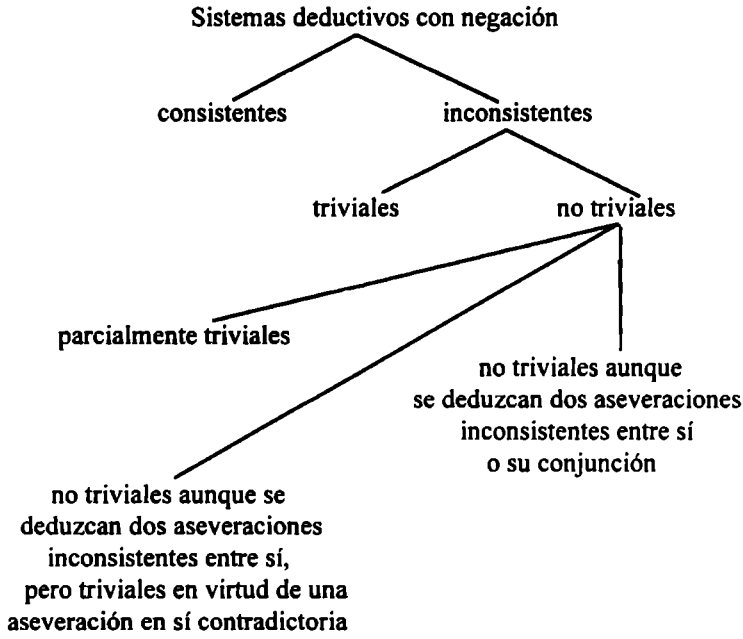
herramientas teóricas planteadas por otros autores, articulándolas desde una reflexión directa sobre el problema, y esto de por sí ya ha valido la pena.

CONSIDERACIONES FINALES

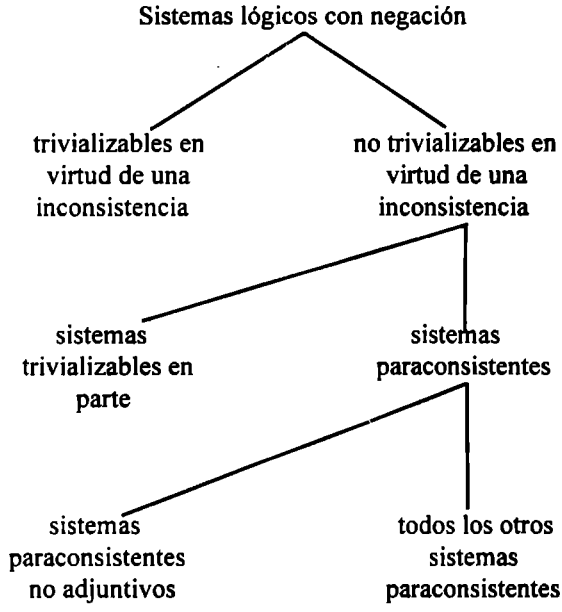
Hemos llegado al final de este libro, y para concluirlo quisiera presentar algunas reflexiones emanadas de todo lo que hemos estudiado, pero que escapan al ámbito estricto de la lógica paraconsistente. Son consideraciones sobre ciertos aspectos, que se hacen visibles a la luz del desarrollo de la lógica paraconsistente, pero que no buscan englobar lo planteado por los distintos autores que han trabajado sobre el tema, sino que aspiran a contribuir en algo a la reflexión sobre la interacción entre las contradicciones y los sistemas racionales.

En primera medida, quisiera presentar una propuesta de clasificación de los distintos sistemas deductivos, tratando de comprehender las distintas opciones que se pueden plantear, en virtud del desarrollo de la lógica paraconsistente, en relación con las contradicciones y la trivialización. Así pues, los sistemas deductivos con negación (nótese que no hablo de los sistemas lógicos, pues aquí estamos contemplando los sistemas que formalizan teorías con axiomas extralógicos) se pueden dividir en dos grandes clases: los consistentes y los inconsistentes, siendo los segundos aquellos en los que son deducibles dos aseveraciones de las cuales una sea la negación de la otra. Por su parte, los sistemas inconsistentes se subdividen en aquellos que son triviales, es decir, en los que a partir de la deducción de esas aseveraciones que se contradicen es posible deducir todas las expresiones bien formadas en dicho sistema, y aquellos que no son triviales, donde esto no es posible. Estos últimos, a su vez, son de tres tipos: primero, los parcialmente triviales, es decir, aquellos sistemas en los cuales a partir de una contradicción se puede deducir

un tipo determinado de expresiones bien formadas, tales como las expresiones negativas en los sistemas que tienen como lógica subyacente un sistema de lógica minimal; segundo, los sistemas que no son triviales aunque en ellos se deduzcan por separado dos aseveraciones inconsistentes entre sí («inconsistencia débil» en el sentido de Rescher), pero que sí serían triviales en caso de que se dedujera su conjunción —es decir, una expresión que fuera en sí contradictoria, una «inconsistencia fuerte»— y que no permiten deducir de dos aseveraciones separadas su conjunción, o sea cuando la lógica subyacente es un sistema no adjuntivo; y tercero, los sistemas que no se trivializan en virtud de dos aseveraciones inconsistentes entre sí, ni de su conjunción, que son los sistemas deductivos que tienen como lógica subyacente cualquiera de los restantes sistemas paraconsistentes. Esto se puede esquematizar de la siguiente manera:



Para hacer una clasificación equivalente de los sistemas lógicos, simplemente habría que cambiar la palabra «trivial» por «trivializable»; de esta manera, la gran mayoría de los sistemas lógicos serían trivializables a partir de una contradicción, como es el caso de los sistemas clásicos e intuicionistas, mientras que habría algunos que no son trivializables; éstos, a su vez, se dividirían en los parcialmente trivializables, que serían los sistemas minimales, y los que no son trivializables a partir de dos aseveraciones inconsistentes entre sí, que serían los paraconsistentes. Estos últimos, a su vez, se dividirían entre los que no son trivializables en virtud de una contradicción y los que no lo son a partir de la deducción de aseveraciones inconsistentes entre sí deducidas por separado, pero sí a partir de su conjunción, o sea los sistemas paraconsistentes no adjuntivos, como los sistemas discursivos. Esta clasificación, en un esquema bastante paralelo al anterior, sería:



Se evidencian, así, diferencias radicales entre los distintos sistemas lógicos y, en consecuencia, entre las teorías formalizadas que tengan como lógica subyacente cada uno de estos tipos de sistemas lógicos. En efecto, cuando se tiene un conjunto de axiomas propios de una teoría, y se la quiere formalizar deductivamente utilizando postulados lógicos, los resultados pueden variar mucho dependiendo de cuales de ellos se escojan y, por lo tanto, de qué sistema de lógica subyacente se utilice; esta variación se hace especialmente evidente en caso de que esos axiomas extralógicos den lugar a deducir dos aseveraciones inconsistentes entre sí o una aseveración en sí contradictoria.

Por lo tanto, cuando se consideran los sistemas lógicos en virtud de su utilidad para estructurar los esquemas de inferencia de alguna teoría, es claro que no todos estos sistemas son equiparables, ni producen los mismos efectos. Lo que a nivel formal puede verse como un «simple juego» de quitar y poner postulados, llega a tener consecuencias muy relevantes al momento de aplicar cada sistema resultante. De la misma manera, si se consideran los distintos sistemas paraconsistentes sólo desde un punto de vista formal, se los podría ver como simples «variaciones formales» a partir de la lógica clásica, considerándolos incluso como simples cambios de notación, pero esa perspectiva resulta del todo insuficiente, pues su sentido va mucho más allá de ver qué pasa si se hacen algunos cambios formales. En efecto, estos sistemas adquieren su real significación en la medida en que permiten afrontar un problema que se ha presentado una y otra vez: la aparición de contradicciones al tratar de estructurar sistemáticamente determinados cúmulos de conocimientos. En esta medida, si alguien no advierte la profundidad que tiene la problemática de las contradicciones en los procesos cognoscitivos, entonces se entiende que pueda tomar la lógica paraconsistente como una simple curiosidad lógico-matemática; pero esta limitación no emanaría de la lógica paraconsistente en sí, sino de la parvedad de perspectiva de quien así la considere.

Al respecto, quisiera señalar que hay dos aportes de la lógica paraconsistente que desbordarían cualquier intento de recluirla al ámbito de las innovaciones formales que carecen de mayor referente.

Primero, haber señalado las peculiaridades del fenómeno de la trivialización y, sobre todo, haber mostrado que existe una relación directa entre la utilización de una mayor cantidad de herramientas de inferencias deductivas y el peligro de que se llegue a producir la trivialización. En la medida en que sea más «dura» la estructura deductiva que se utilice, más probable es que todo el sistema deductivo se rompa ante un problema puntual y, en cambio, mientras más elementos se puedan incorporar en el sistema deductivo (aseveraciones inconsistentes entre sí y/o expresiones en sí contradictorias), menos se puede deducir a partir de ellos. Analógicamente, se puede decir que mientras más alto se pueda llegar con el andamiaje deductivo, más fácil es que todo se venga abajo, y mientras más amplia sea la base y más baja la estructura, más resistente resultará. Estamos ante una codeterminación mutuamente excluyente, donde no es posible una optimización en ambos sentidos. La lógica clásica permite hacer mayores deducciones, pero no puede incorporar contradicciones; la lógica paraconsistente, en cambio, permite incorporar contradicciones, pero sin alcanzar a utilizar en general todas las herramientas de la lógica clásica. No obstante, algunos sistemas de lógica paraconsistente tienen la ventaja de que pueden utilizar todo el aparataje lógico clásico para las fórmulas que se sabe que son «clásicas» y, únicamente para las que no lo son, tienen que usar un aparataje algo restringido; por esto —siguiendo con la analogía— ,en cierta medida, en estos sistemas se amplían las bases, sin perder altura en los sectores manejados por la lógica clásica.

El otro aporte de la lógica paraconsistente, que aquí se debe resaltar, es el relacionado con la negación y con la posibilidad de darle distintas interpretaciones. Varios sistemas paraconsistentes

han mostrado cómo se pueden conformar al menos dos operadores de negación. Y, si bien no se ha profundizado mucho en el sentido intuitivo de cada uno de ellos, ya que su presentación ha sido básicamente formal, parece claro que esos formalismos pueden dar cuenta de operaciones distintas que hacemos los seres humanos cuando negamos: a veces negamos aceptando la posibilidad de que la negación coexista en cierta medida con la afirmación, al paso que otras veces lo hacemos de forma que afirmación y negación se excluyen completamente. Formalmente, se podrían definir muchos operadores de «negación», pero el desarrollo de la lógica paraconsistente ha mostrado que ellos se pueden dividir fundamentalmente en dos: por un lado estaría la negación clásica, como caso extremo donde se cumple el máximo de propiedades, y, por otro, los operadores que, a pesar de ser más «débiles», logran capturar algún sentido en el que se puede decir que una aseveración es la «negación» de otra.

A este respecto, se podría afirmar, y de hecho así lo han planteado algunos críticos, que lo que se maneja en la lógica paraconsistente no son realmente contradicciones, dado que el operador monádico que utiliza para las supuestas contradicciones no es el operador habitual de negación. Esto es evidente, si se toma aquello del «operador habitual de negación» teniendo como referente la formalización clásica, pero cosa diferente es si con esto se alude a lo que se hace cuando se «niega» en los distintos razonamientos, pues ahí habría que probar que nunca se acepta que en alguna medida, o en algún sentido, puedan coexistir una afirmación con su «negación». Esta prueba parece muy difícil, pues son diversos los contraejemplos, a no ser que se haga una petición de principio, diciendo que sólo se está «negando» cuando se excluye la posibilidad de que coexistan dos aseveraciones en las que una sea la negación de la otra; con esto simplemente se cambiarían los términos de la discusión y, entonces, se podría limitar la «negación» a ese caso particular. Sin embargo, en la medida en que se ha visto la posibilidad de establecer uno o varios ope-

radores monádicos, diferentes de la negación clásica, se ha hecho evidente algo que se le ha escapado a la lógica clásica, pero que, intuitivamente, parece ser parte del instrumental que utilizamos los seres humanos cuando razonamos, en el que también se suelen usar partículas negativas o expresiones de negación.

Éste es un punto clave, porque se podría decir que la lógica paraconsistente no es nada más que una parte de la lógica clásica, pero que ha definido un nuevo operador monádico, el cual, a pesar de su nombre, es distinto de lo que realmente es la «negación» (la cual sólo correspondería a lo que ahí se denomina «negación fuerte» o «supernegación»). No obstante, esta interpretación no desvirtúa para nada el «programa paraconsistente», pues se trata de una simple definición de términos. Lo importante, entonces, sería que de todas maneras la lógica paraconsistente ha señalado un aspecto que no es formalizado en la lógica clásica y que parece estar presente reiteradamente en los razonamientos humanos; que se la llame negación o no, en ninguna medida afecta el fondo de la cuestión. Lo importante es que tiene que haber un nuevo instrumento lógico para formalizar esa otra operación que se hace sobre las afirmaciones, estableciendo un tipo de oposición cuyo producto, en ciertos casos, pero no en todos, puede coexistir con la afirmación original en el mismo sistema deductivo.

Esto es una innovación, tanto al interior del cálculo de enunciados como del cálculo de predicados. En la lógica clásica, nunca un enunciado afirmativo y su negación pueden ser ciertos al mismo tiempo. Y en cuanto a las expresiones predicativas, clásicamente no puede darse que dos aseveraciones opuestas sobre lo mismo sean verdaderas al mismo tiempo, excepto cuando ambas sean afirmativas o negativas, o las dos sean particulares. El operador «paraconsistente» de negación permite situaciones que no satisfacen estas restricciones, pues permite que un enunciado y su negación sean ambos verdaderos, e incluso algunos sistemas paraconsistentes permiten que ambos sean falsos; y, en cuanto a

los predicados, la negación paraconsistente permite que aseveraciones que tradicionalmente se presentan, bien sea como contradictorias[1] o bien como contrarias[2], sean verdaderas ambas al mismo tiempo.

Entonces, es claro que, en lo que se refiere a la comprensión de la negación, la lógica paraconsistente aporta más elementos de análisis que los que da la lógica clásica; cosa diferente es si se los quiere utilizar o si se opta por limitarse al instrumental reducido de una sola «negación». Esta opción, no obstante, no implica que tenga que cerrarse la discusión acerca de cuál de estas «negaciones» es la mejor para formalizar lo que se hace en el lenguaje ordinario cada vez que se «niega» algo. Habría que analizar una infinidad de casos, y no parece defendible que en todos ellos, cuando se «niega», se está haciendo una aseveración que excluye del todo la afirmación original, a no ser que se asuma una actitud preceptiva según la cual los casos en que no es así son casos de «negaciones mal hechas»; frente a esto, habría que afirmar que son esos casos los que nos interesan especialmente, porque en la práctica habitual del razonamiento humano parecen suceder una y otra vez.

Ahora bien, determinar cuál es el operador que se usa «en principio» para formalizar las negaciones del lenguaje ordinario es un asunto que no afecta el fondo de la cuestión, pues se puede partir asumiendo que, en principio, todas las negaciones son clásicas y que sólo en ciertos casos serían débiles o «paraconsistentes», o lo contrario. Lo determinante es la posibilidad de manejar distintas herramientas de análisis, bien sea estructurando sistemas formales paraconsistentes, en los que se asumiera que todas las negaciones son fuertes salvo que se demuestre lo contrario, o bien partiendo de asumir que la negación habitual permite que coexistan aseveraciones contradictorias y que sólo

---

[1] Universal afirmativa (A) *vs.* particular negativa (O), o universal negativa (E) *vs.* particular afirmativa (I).

[2] Universal afirmativa (A) *vs.* universal negativa (E).

en ciertos casos es aplicable la negación fuerte, como es habitual en los cálculos paraconsistentes; ahora bien, en ambas hipótesis tienen que darse esos casos clásicos, pues —como se ha señalado— en la lógica paraconsistente se ha visto que no se obtiene mayor cosa si solamente se manejan fórmulas no clásicas.

Frente a estos planteamientos se podría preguntar: ¿cuál es la negación que mejor corresponde a lo que en realidad es la negación? Para abordar esto, a mi parecer, hay que rescatar un esclarecimiento que hicieron Łukasiewicz y Vasiliev, pero que no ha recibido el suficiente realce entre los autores de la lógica paraconsistente. Se trata de la indicación de que no existe percepción de hechos negativos, es decir, que no hay nada que sea el «referente real» de una negación. Ésta es una observación básica, pero con implicaciones profundas. No hay nada en la realidad empírica que sea la «negación» de otra realidad, ni tampoco hay ninguna acción que corresponda a la operación de «negar»; no tiene sentido, entonces, hablar de que se «perciba» una negación, pues lo que se percibe son realidades que se consideran diferentes y que se reputan incompatibles.

Esto se puede entender si se considera que, frente a la pluralidad de percepciones, una de las operaciones más importantes es notar que unas no se dan cuando se dan otras y, a partir de eso, asumir que entre ellas hay una relación de incompatibilidad; entonces, para explicar esto, se establecen esquemas representacionales cuando reúnen percepciones diversas, lo que permite señalar tipos de percepciones que parecen ser incompatibles entre sí y es entonces cuando surge la «negación» en tanto expresión que busca fijar esta distinción. De modo que la negación es una operación que se da en virtud de nuestros esquemas categoriales y, como tal, no tiene ningún referente real. En efecto, primero se establece que el color amarillo es diferente tanto del color rojo como de cierto olor, en la medida en que cada uno puede darse independientemente del otro, y sólo después se establece que el color amarillo es incompatible con el color rojo, pero no con ese

olor característico —de hecho se perciben rosas rojas y rosas amarillas que emanan el mismo olor—. Al predicar que dos tipos de percepciones son incompatibles, intervienen estructuras categoriales que —siguiendo el ejemplo— equiparan los colores, distinguiéndolos de los olores, y luego establecen que los colores son incompatibles entre sí; sólo entonces se puede decir que el amarillo *no es* el rojo y que si decimos que algo es completamente rojo, eso implica que no es amarillo. Así, sólo percibimos cosas azules, amarillas y rojas, etc., y es en virtud de nuestros esquemas categoriales que asumimos que si algo es azul entonces es «no rojo», pues nunca se percibe lo «no rojo», sino otro color que se asume incompatible con el rojo.

No hay nada en la realidad que corresponda con la negación. De manera tal que, frente a la pregunta acerca de cuál de todos los operadores de negación corresponde a lo que es en realidad la negación, habría entonces que hacer ciertas precisiones.

En primera medida, si con esa pregunta se está queriendo aludir a una supuesta realidad «externa» de la negación, que tenga un origen distinto a los procesos categoriales propios de nuestra percepción del mundo, habría que rechazar de plano la pregunta por la inexistencia de ese tipo de realidad, y esto se mantendrá así mientras no se logre mostrar una «percepción» que no sea la percepción de una cualidad particular, sino solamente la «negación» de otra.

Ahora bien, si con esa pregunta se está aludiendo a cuál sea el operador de negación que mejor corresponde con lo que hacemos cuando negamos algo —asumiendo que no existe ningún referente extracategorial para ello—, entonces surgirían dos problemas: primero habría que examinar si eso que se hace cuando se «niega» es siempre lo mismo o si es posible que sean distintas acciones y luego, incluso aceptando que sea una sola, habría que examinar qué justificación tendría el que haya un solo operador de negación que diera cuenta totalmente de eso que se hace cuando se niega. Planteadas así las cosas, la posición de quien

defienda que tiene que haber un único operador de negación sería cuestionable en muchos sentidos.

Mi propósito aquí no es hacer una disquisición sobre la negación, pues para eso habría que adentrarse en lo que al respecto se ha establecido a partir de las distintas investigaciones empíricas de carácter psicológico, y eso sería un estudio diferente. Lo que interesa ahora es hacer un análisis de tipo conceptual que permita mostrar el alcance que tiene la problemática de la contradicción en los procesos racionales y, por lo tanto, la conveniencia de la lógica paraconsistente como andamiaje deductivo.

En este sentido, se puede partir considerando que el conocimiento racional pasa inevitablemente por hacer distinciones y clasificaciones sobre la diversidad de percepciones, y, en ese contexto, la «negación» es uno de los procedimientos más básicos y, quizás, el más determinante. No obstante, no se debe perder de vista que hay mediaciones que hacen posible cada «negación», y eso hace que las «contradicciones» sean igualmente mediadas. En efecto, para decir que dos determinaciones se contradicen, es necesario haber establecido que son incompatibles en virtud de una estructura categorial determinada y, por lo tanto, establecerlo tiene las mismas mediaciones que hacen posible la negación. Ahora bien, para detectar que se están predicando dos determinaciones contradictorias, se tiene que haber mostrado que se asume que son incompatibles y, para esto, el mecanismo «privilegiado» es el de la negación. La afirmación de que una flor es completamente amarilla y completamente roja se asume como una contradicción si se ha establecido que lo amarillo es incompatible con lo rojo, y la mejor forma de expresarlo es diciendo que lo amarillo no es rojo. De ahí los dos significados paralelos que se le dan al término «contradicción»: la afirmación de dos aseveraciones que no pueden ser ambas verdaderas o de dos aseveraciones de las cuales una es la negación de la otra.

Si se toman en consideración estos planteamientos, hay una vieja y larga discusión que pierde sentido. Se trata de la polémi-

ca sobre si hay o no hay contradicciones «reales» o «en la realidad». Frente a esto, primero habría que preguntar qué se quiere decir cuando se habla de contradicciones reales: ¿aludiría esto a alguna realidad que sería la negación de otra, o significaría que nuestras distinciones sobre la realidad corresponden a «distinciones reales»? Ya se ha argumentado bastante en contra de que la primera interpretación pueda tener algún fundamento. Ahora, si seguimos la segunda interpretación, para que se pudiera decir que hay una contradicción, tendría que, en primer lugar, haber algo así como una distinción real que separara radicalmente todos los posibles fenómenos de cierto tipo, pero a la vez tendrían que existir fenómenos de este tipo que escaparan a esta separación radical. Si a lo que alude el principio de no contradicción es que esto es imposible, entonces no hay duda de que es completamente cierto; pero, entonces, estaría diciendo una obviedad que no pasaría de ser una petición de principio: si se asume que hay distinciones reales que no tienen excepciones, entonces no puede haber excepciones; y si resulta que de hecho las hay, entonces deja de ser una distinción que separa radicalmente, razón por la cual nunca conviviría una distinción de esas con un caso en el que no se cumpla, pues si así sucediera, entonces simplemente ya no habría tal distinción. En ese sentido, es claro que nunca podría haber contradicciones, pero no porque en realidad no «existan», sino porque nunca se podría considerar que algo es de hecho contradictorio.

Por otra parte, si fuera cierto que nuestras distinciones corresponden a algo real, ¿cómo se explica que podamos hacer infinidad de diferentes distinciones y que todas parezcan funcionar relativamente bien, dependiendo sólo de para qué se las use? En efecto, un esquema relativamente burdo de aproximación a los fenómenos produce menos diferencias que uno más fino. Es como si diferentes redes se lanzaran sobre la realidad fenoménica y, en la medida en que más fina fuera la trama, mayores particularidades se podrían capturar. Para seguir con el ejemplo, en el

caso de los colores se puede distinguir entre los tres colores básicos, o los siete colores del espectro solar, y así en adelante. Cuando se habla de la longitud de onda de los colores, siempre hay un esquema que establece que lo que se considera rojo es lo que está entre dos longitudes de onda determinadas, anaranjado lo que sigue en otro intervalo, y así sucesivamente, pero lo que hay realmente es un continuo; ese continuo podría discernirse de otra manera, diciendo que el «rojo» ya no vaya de 7.800 Å a 6.100 Å, como se establece actualmente, sino que vaya de 7.600 Å a 6.300 Å, de modo que de 6.300Å a 6.100Å habría «otro color», diferente al rojo y al anaranjado. De hecho, preguntar cuántos colores *hay en la realidad* no parece tener mayor sentido (no sobra aclarar que esta pregunta es diferente de la pregunta: ¿con cuántos colores se puede, al mezclarlos, producir los colores que *vemos*?, que sí tiene sentido).

Aún más, plantear que existen diferencias determinadas por la realidad implica confundir dos niveles: el del discurso y el de la realidad, entendiendo ésta no como una supuesta realidad *en sí*, sino como la realidad fenoménica, siguiendo la terminología kantiana. Nuestras percepciones se dan de forma continua, de forma gradual, pero nuestras afirmaciones sobre ellas son «discretas», en la medida en que tienden a establecer diferencias tajantes. Incluso, la hipótesis sobre la existencia de algún tipo de referente sobre el cual se puedan basar las diferencias que se establecen en un ámbito de realidad, no implica escapar a esta distinción de niveles, pues sólo se puede hablar de una contradicción en la medida en que se haya asumido que cierta determinación es aplicable a *todas* las realidades del ámbito específico, y esta generalización es, sin duda, una afirmación propia del discurso sobre la realidad.

En suma, hablar de contradicciones «reales» o de contradicciones «en la realidad» no parece tener ningún referente. Los objetos no se «contradicen» porque, simplemente, no se «dicen»; es lo que decimos sobre la realidad lo que se puede contradecir.

Por lo tanto, la contradicción no es un problema óntico y sólo tiene significado en cuanto se refiere a nuestra forma de apropiarnos del mundo.

Con esta presentación me separo bastante de lo que han planteado los diferentes autores de la lógica paraconsistente, pues unos plantean que, de hecho, existen contradicciones reales y otros no asumen una posición al respecto, afirmando que esto sólo se podría determinar de acuerdo con una investigación empírica que determine si hay o no contradicciones en la realidad. Desde la perspectiva aquí planteada, no se ve qué sería lo que se «descubriría» en esas investigaciones empíricas. Ellos afirman que aún no se ha comprobado la existencia de contradicciones en la realidad, pero que no se puede descartar que en el futuro se llegue a tal comprobación, pues bastaría sólo un caso. Por mi parte, considero que no se han descubierto «contradicciones reales» porque no es en la realidad donde están las contradicciones y, por lo tanto, no se ve cómo podría llegar a realizarse esa conjetura. Esto no implica asumir que el mundo es «consistente», pues lo que estoy planteando es que «consistencia» o «inconsistencia» sólo se puede predicar de lo que aseveramos sobre el mundo.

Así pues, la discusión sólo puede darse en relación con los sistemas racionales y las estructuras categoriales que los determinan, pues es en ese ámbito en el que se puede hablar propiamente de contradicciones, y ahí es patente que se presentan, y se han presentado, infinidad de contradicciones.

Una vez establecido esto, otra cosa es entender por qué en ese ámbito se dan contradicciones, y para eso se pueden plantear diversas explicaciones, algunas de las cuales se han señalado durante este trabajo. Desafortunadamente, a este punto no se le ha dado la importancia que se le debería dar, probablemente debido a la señalada tendencia a «substancializar» el problema de las contradicciones. Pero, en la medida en que se supere esa ten-

dencia, se hace posible tratar a fondo las contradicciones, aunque sin buscar un fondo que no puede tener.

En este sentido, quisiera delinear una vía por la que parece posible explicar por qué se presentan reiteradamente ciertos tipos de contradicciones. Pero antes hay que aclarar que lo que aquí se va a proponer, si bien ha sido suscitado en cierta medida por los planteamientos de varios de los autores que hemos estudiado, no se identifica necesariamente con lo que ellos piensan al respecto.

Para comenzar, conviene considerar que, por medio de los límites que el conocimiento establece entre los fenómenos, se busca determinar diferencias entre lo que está dentro de esos limites, que supuestamente tendría características homogéneas, y lo que está por fuera de estos límites, que se presentaría como lo ajeno a esa regularidad.

Esto tiene un problema, en tanto que con las diferencias que se establecen entre percepciones, necesariamente se tiene que postular un salto entre ellas, y este salto es un salto cualitativo que establece una discontinuidad, en un flujo que se da en forma continua. Ese salto no está determinado por los fenómenos, pues, como vimos, a ellos se les pueden aplicar diversos esquemas que postulan saltos diferentes, de manera tal que donde uno de esos esquemas ve una especie de continuidad, el otro puede señalar una distinción determinante.

Estas escisiones, que produce cualquier conceptualización al tratar de distinguir unas realidades de otras, aspiran a ser radicales, en el sentido de que se espera que toda realidad a la que le son aplicables quede de un lado o del otro. Sin embargo, no se puede perder de vista que eso se hizo en virtud de un determinado «grado de detalle», lo que implica que desde otra perspectiva se podrían ver realidades que no se habían percibido basándose en el primer esquema, y esas nuevas realidades pueden manifestarse precisamente en el punto donde antes se había postulado el salto distintivo. De manera tal que esa «nueva realidad» com-

partiría las características de los dos lados que antes se habían asumido como incompatibles. Entonces, en el nivel de conocimiento originalmente planteado, este caso particular se presentaría como una realidad con caracterizaciones contradictorias, en la medida en que se asuma que le son aplicables esas determinaciones opuestas, o como una realidad indeterminada, si se asume que no le es aplicable ninguna de las dos, ni las dos al mismo tiempo.

Esto no quiere decir que la situación tenga que permanecer así, pues ante ella siempre parece viable, al menos hipotéticamente, plantear distinciones más finas, que permitan clasificar adecuadamente esa realidad particular, haciendo algo así como un corte más fino en donde antes se había hecho un distinción más burda. No obstante, esto resuelve la situación concreta, pero no el problema en general, porque al interior de esta nueva división también puede emerger otro caso límite que no se deje ubicar de un lado o del otro. El problema está en que ningún esquema cognoscitivo «agota» la realidad fenoménica. Cualquier categorización se puede mostrar insuficiente, y esto se hace evidente cuando ella da lugar a determinaciones contradictorias sobre ciertos casos límites. En este sentido, se puede decir que en los procesos racionales siempre pueden emerger contradicciones; y, aunque éstas son en principio solucionables, esto no impide que surjan nuevas contradicciones a partir de esas soluciones.

Esto se ve aún más claro cuando lo que se está tratando de aprehender cognoscitivamente es un proceso en el que suceden cambios, ya que, para entenderlos, se postulan distintos estados por los que pasaría la realidad cambiante, y esos estados son rangos conceptuales que permiten hablar sobre esa realidad en un momento dado. El problema nuevamente se presenta, en la medida en que algo se aproxima y luego pasa cada límite establecido, ya que si tomamos el ejemplo más sencillo, es decir, cuando algo en un instante estaba en reposo y luego ya está en

movimiento, siempre habrá ahí una situación límite de paso de lo uno a lo otro, en la que se puede decir que no está en ninguno de los dos estados o que está en los dos simultáneamente. Aquí de nuevo se pueden hacer categorizaciones más finas para ir describiendo estados intermedios, pero a su vez en el paso entre cada uno de estos nuevos estados siempre se podrá presentar de nuevo el problema.

Con esto se alude a algo señalado por las viejas y discutidas paradojas de Zenón, pero ya no para discutir si el espacio o el tiempo son infinitamente divisibles o no, pues lo que interesa señalar aquí es que, con cualquier caracterización que hagamos sobre los fenómenos cambiantes, no se agotan las peculiaridades que al respecto se pueden revelar y que siempre se podrán señalar casos límite que desbordan las caracterizaciones establecidas; casos éstos en los que dos caracterizaciones excluyentes parecen darse simultáneamente. Frente a esto, existe la opción de aceptar que ese tipo de contradicciones son inevitables, o plantear que nuestro conocimiento tiene intervalos de indeterminación donde no se pueden aplicar los esquemas conceptuales que para el efecto se han establecido.

Si se quiere formalizar esta situación, la lógica paraconsistente puede aportar un instrumental lógico muy útil, pues —como hemos visto— en su interior se han desarrollado sistemas que pueden ser paraconsistentes o paracompletos, o ambas cosas al mismo tiempo. Para aplicar estos sistemas no se requiere asumir que la *realidad* tenga ciertos puntos de indeterminación o sobredeterminación, pues eso implicaría volver sobre la pretensión substancialista acerca de las contradicciones; por el contrario, basta con asumir que es en nuestro conocimiento donde siempre se pueden detectar puntos de indeterminación y/o sobredeterminación y que es precisamente en esos puntos donde nuestras determinaciones sobre los fenómenos no parecen aplicarse como se esperaba.

Esto me permite volver sobre el planteamiento de si existen diversas negaciones o que si, por el contrario, todos los operadores de negación formalizan distintos aspectos del mismo proceso mental. Sin descartar que la primera hipótesis pueda ser acertada, aunque, como se dijo antes, para tomar una posición al respecto habría que basarse en una investigación de carácter empírico al respecto, quisiera ahora indicar que las dos negaciones que postulan los sistemas de lógica paraconsistente pueden verse como expresiones de lo mismo, pero que son aplicables a situaciones diferentes. La negación «fuerte» o clásica se aplicaría a todos los casos en que parece cumplirse esa escisión tajante que idealmente busca cualquier categorización cognoscitiva, mientras que la «débil» o paraconsistente se aplicaría a los casos límite en los que esta idealidad no parece cumplirse. De ahí la insistencia en que no se puede hacer mayor cosa si no existen enunciados de «buen comportamiento» en los sistemas paraconsistentes, pues, en la medida en que se puedan establecer aseveraciones de esta naturaleza, el conocimiento alcanza su máxima potencia explicativa, y ahí la exclusión que señala la negación clásica es fundamental. Pero eso no siempre es posible, lo cual no quiere decir que por ello el conocimiento desaparezca o se desvirtúe del todo, pues se puede disponer de otros instrumentos cognoscitivos que, a pesar de ser más débiles, mantienen, sin embargo, las características esenciales de los procesos cognoscitivos. Esto es lo que ocurriría en los casos límite que se han señalado, pues en ellos las distinciones categoriales se muestran no tan tajantes como se pensaba, pero sin que eso implique que ya no sigan aportando algo a nuestro afán de conocer la realidad. De este modo, cuando la distinción tajante que busca establecer la negación clásica no logra cumplir su cometido, al revelarse un caso ubicado precisamente donde se establecía el límite, entonces se transformaría en una negación débil, la cual de todas formas nos dice algo sobre esa realidad. Así, cuando se formula una contradicción aseverando que algo se puede decir y no se puede

decir en relación con determinada entidad, lo que se está exponiendo es que ese caso es uno de esos casos límite y que se ubica entre las dos determinaciones enfrentadas, que por ende, en este caso, se muestran insuficientes. Esto no es lo mismo que decir cualquier cosa, pues aquí se está señalando el problema y al mismo tiempo se está precisando cuál es el espacio donde se da; al respecto, no se sabe todo lo que se quisiera saber, pero eso tampoco quiere decir que no se sepa nada.

Se puede afirmar que esas «anomalías» no son más que constructos teóricos; pero entonces habría que agregar que resultan ser tan constructos teóricos como todas las determinaciones que hacemos sobre la realidad, y que tienen una vinculación intrínseca con ellas. En suma, los límites que el conocimiento establece sobre la realidad son así mismo sus propias limitaciones; para que hubiera un conocimiento «sin limitaciones», tendría que ser un conocimiento que no estableciera límites o categorizaciones o conceptualizaciones sobre la realidad, y esa eventualidad parece escapar a los procesos que constituyen la racionalidad humana.

Sea éste el lugar para reiterar que esto no lleva a tener una actitud «conformista» con respecto a cualquier contradicción, en virtud de la cual al llegarse a una contradicción, ésta se tenga que aceptar sin más. Aquí nunca se ha desconocido que la consistencia es un ideal regulativo fundamental para los procesos racionales y que se debe hacer todo lo posible para solucionar las inconsistencias, pero siempre que esto se pondere con otros criterios de «racionalidad». Lo importante es tener conciencia de que nunca se llegará a un conocimiento «perfecto» que no dé lugar a situaciones contradictorias, por lo cual no tiene sentido plantear que se tienen que solucionar todas las contradicciones, pues esto no parece posible, en la medida en que siempre que se solucione una contradicción puede aparecer una nueva al interior de esa solución. Lo que se está planteando es que *cada* contra-

dicción en principio se puede solucionar, pero que no se pueden solucionar *todas* las contradicciones.

Se perfila así una actitud «más racional» con respecto a las contradicciones, en tanto se busque solucionar las que sean determinantes para la estructura conceptual que se esté tratando de formar, pero sin que la consistencia sea el único criterio que oriente nuestra aproximación a las inconsistencias. Hay que establecer otros criterios que nos lleven a establecer cuándo se han solucionado «suficientemente» las contradicciones en un espacio conceptual determinado, sin que necesariamente se haya logrado solucionar ahí «totalmente» el problema de las contradicciones.

Se asume una actitud más racional frente a las inconsistencias, en la medida en que ya no se adopte una rechazo acrítico; lo cierto es que ellas se dan una y otra vez, y su aparición es una realidad que también tiene que ser asumida si se busca abarcar más integralmente los procesos racionales.

Mucho ha aportado el desarrollo de la lógica paraconsistente para poder superar la actitud, en cierto sentido «neurótica», que ha tenido el saber occidental frente a las inconsistencias, y eso tiene un valor que apenas ahora estamos comenzando a estimar.

Ahora bien, este valor se ve amplificado, si se toma en cuenta dónde tomó cuerpo la lógica paraconsistente. En efecto, al haber sido desarrollada principalmente en Latinoamérica, ha tenido que superar no sólo la afianzada tradición de oponerse a cualquier contradicción, sino también la inercia producida por la dependencia cultural que durante muchos siglos ha signado entre nosotros el trabajo intelectual. He dicho que su valor se ve «amplificado» y no «aumentado», porque no creo que lo logrado por la lógica paraconsistente se deba —bajo ninguna circunstancia— juzgar con parámetros más laxos que los que se utilizan para juzgar las propuestas emanadas de espacios intelectuales que se consideran más consolidados; pero, si es el caso que, después de un examen riguroso, esta propuesta se logra mantener como hasta hoy se ha mantenido, entonces se puede pasar a

considerar el contexto en el cual surgió y aprender de ella no sólo por lo que ha hecho, sino por cómo lo ha hecho y —sobre todo— contra qué lo ha hecho.

En el presente, la lógica paraconsistente ha escapado a los límites de su origen y sus planteamientos no tienen restricciones distintas a las propias del rango conceptual de las investigaciones lógico-formales. De ella pueden aprender todos aquellos que se interesan por problemas relacionados con las inconsistencias y los sistemas racionales, pero, además, su historia tiene algo que enseñarle a quienes, en un contexto signado por la dependencia intelectual, están empeñados en articular una visión reflexiva del mundo. En ambos sentidos podemos aprender en Latinoamérica.

En esta parte del mundo, donde hemos heredado la cultura occidental de forma tan contradictoria, se ha hecho posible, después de todo, asumir racionalmente lo contradictorio.

ANEXOS

A. Clasificación de las diversas lógicas

B. Postulados de distintos sistemas de cálculo proposicional

C. Cuadro comparativo de distintos sistemas de cálculo proposicional

D. Esquema sintáctico de diversos sistemas axiomáticos

E. Entrevista con el profesor Newton C. A. da Costa

F. Autores relacionados con la lógica paraconsistente

Anexo A

CLASIFICACIÓN DE LAS DIVERSAS LÓGICAS

1. CRITERIOS HISTÓRICOS GENERALES

Para estudiar la lógica como campo del saber es común dividirla en dos: por una parte, la lógica antigua y medieval, y por otra, la lógica moderna o contemporánea.

En la primera época suele privilegiarse la silogística aristotélica y sus desarrollos escolásticos, prestándosele, además, atención a la discusión que durante la alta Edad Media se dio sobre los universales y los distintos tipos de *consequentiae*.

En la segunda época, lo característico ha sido el desarrollo de una disciplina autónoma que se ha presentado con distintos nombres: lógica formal, lógica matemática, lógica simbólica o logística. El desarrollo de esta disciplina teórica se puede dividir, a su vez, en dos grandes períodos: primero, desde mediados del siglo pasado, fecha de aparición del álgebra lógica de Boole, hasta la segunda década de este siglo, incluyendo los desarrollos de Frege, Peirce y Peano; el segundo período comenzaría con la publicación de *Principia Mathematica* de Russell y Whitehead, así como con el surgimiento de las investigaciones intuicionistas de Brouwer, y las polivalentes de Post y Łukasiewicz.

Durante ese primer período de la lógica moderna se creó y consolidó lo que se conoce como «lógica clásica» u «ortodoxa». Esta lógica encuentra en el libro citado su exposición más célebre, constituyéndose él en un «clásico» que, así mismo, permite señalar lo que se entiende por lógica «clásica». En el segundo período, lo característico es la configuración de una serie de cuestionamientos que llevan tanto a la eclosión de opciones alternativas, como a la profundización de los desarrollos «clásicos». De este último período nos ocuparemos en este anexo, estudiando una serie de propuestas de clasificación de las diversas investigaciones lógicas del presente siglo, asumiendo que su plura-

lidad de enfoques, presupuestos y propósitos, nos permite hablar de distintas «lógicas».

2. CLASIFICACIÓN HISTÓRICO-TEMÁTICA

En el libro *Topics in Philosophical Logic*[1], Nicholas Rescher, uno de los lógicos actuales más connotados, trató de mostrar la diversidad y complejidad que los desarrollos lógicos han ido adquiriendo, especialmente desde mediados de este siglo. Con este fin, propuso una clasificación que buscaba presentar un panorama global, pues consideraba importante ver cómo la orientación general en lógica había variado notablemente. En efecto, a su parecer, ha existido la tendencia de presentar la lógica moderna bajo el prisma de los intereses matemáticos y sus aplicaciones, actitud muy marcada por su inicios (desde Boole a Frege); sin embargo, de modo paralelo se han venido explicitando, de forma algo oculta pero cada vez más notoria, otros intereses que entrañan orientaciones con mayor realce filosófico, entre las cuales ha sido especialmente divulgada la investigación sobre la «lógica» de los lenguajes naturales. El esquema que propone Rescher es el siguiente:

Un mapa de la lógica[2]

A. Lógica básica

1. Lógica tradicional
   a. lógica aristotélica
   b. otros desarrollos
      i. teoría medieval de la *consequentiae*
      ii. discusión de las «leyes del pensamiento» en la lógica idealista

2. Lógica moderna ortodoxa
   a. lógica proposicional

---

[1] Rescher, Nicholas: *Topics in Philosophical Logic* (Dordrecht-Holland: D. Reidel Publishing Company, 1968) p. 1ss.

[2] Presentaré las cinco grandes clasificaciones (letras mayúsculas) que Rescher propone, las divisiones de éstas (números) y las subdivisiones (letras minúsculas); sólo colocaré las divisiones más pequeñas que hace el autor (números romanos) cuando sea aclaratorio. Cuando haya una misma temática abordada desde perspectivas diferentes, se remitirá al apartado respectivo, siguiendo el sistema de numeración.

b. lógica cuantificacional
   i. lógica de predicados
   ii. lógica de relaciones

3. Lógica moderna no ortodoxa
   a. lógica modal
      i. modalidades aléticas
      ii. modalidades físicas (ver D1b)
      iii. modalidades deónticas (ver E1b)
      iv. modalidades epistémicas (ver E3b)
   b. lógica polivalente
   c. sistemas no estándar de implicación
      i. implicación estricta
      ii. lógica intuicionista
      iii. entrañamiento [*entailment*] e implicación relevante
      iv. sistemas no estándar de cuantificación

B. Metalógica

1. Sintaxis lógica

2. Semántica lógica
   a. semántica básica
   b. teoría de modelos
   c. tópicos especiales (teorías de la definición, de los términos, de la descripción, de la identidad, de la existencia, lógica de la información y del procesamiento de información)

3. Pragmática lógica
   a. lingüística lógica y teoría lógica de los lenguajes naturales (ver B4)
   b. análisis retórico
   c. «implicación contextual» (de Grice)
   d. teoría de las falacias informales (o materiales)
   e. aplicaciones no ortodoxas de la lógica

4. Lingüística lógica
   a. teoría de la estructura
   b. teoría del significado
   c. teoría de la validez

C. Desarrollos matemáticos

1. Aritméticos
   a. algoritmos
   b. teoría de la computabilidad
   c. programación de computadores
2. Algebraicos
   a. álgebra booleana
   b. lógica teorética de retículos [*lattice*]
3. Función-teorética
   a. funciones recursivas
   b. conversión Lambda
   c. lógica combinatoria
4. Teoría de la prueba (teoría de la axiomatizabilidad)
5. Lógica probabilística (ver E4b)
6. Teoría de conjuntos
7. Fundamentos de la matemática

D. Desarrollos científicos

1. Aplicaciones físicas
   a. lógica teorética-cuántica
   b. teoría de las modalidades «físicas» o «causales» (ver A3aii)
2. Aplicaciones biológicas
   a. desarrollos al estilo Woodger
   b. lógica cibernética
3. Aplicaciones en ciencias sociales
   a. lógica de las normas (ver E1b)
   b. lógica de la valoración
   c. aplicaciones legales

E. Desarrollos filosóficos

1. Aplicaciones éticas
   a. lógica de la acción
   b. lógica deóntica (ver D3a)
   c. lógica de los imperativos
   d. lógica de la preferencia y la opción

2. Aplicaciones metafísicas
   a. lógica de la existencia (ver B2c, A3d)
   b. lógica cronológica (lógica temporal, lógica del cambio, lógica del proceso)
   c. lógica parte/todo
   d. lógica constructivista
   e. ontología (en el sentido del debate entre nominalismo y realismo)

3. Aplicaciones epistemológicas
   a. lógica de las preguntas (y respuestas)
   b. lógica epistémica (creencia, aserción, conocimiento, relevancia y otros conceptos intencionales)
   c. lógica de la suposición (razonamiento hipotético, contrafácticos)
   d. lógica de la información y del procesamiento de información (ver B2c)
   e. lógica inductiva (ver E3e)

4. Lógica inductiva (ver E3e)
   a. lógica de evidencia y confirmación, reglas de aceptación
   b. lógica probabilística (ver C5)

Como se ve, las indagaciones en lógica han venido abordando una gran diversidad de temas, desde una pluralidad de perspectivas. Ahora bien, este «mapa» muestra, sin hacer énfasis, el enfrentamiento que existe entre lo que se entiende como «ortodoxo» y lo que no se entiende como tal. Al ser nuestro interés el segundo campo, conviene que pasemos a estudiar distinciones que se han elaborado para hacer claridad en este sentido.

3. CRITERIOS GENERALES DE LO «ALTERNATIVO» EN LÓGICA

Como primera aproximación, es diciente que al publicarse el *Handbook of Philosophical Logic*[3], se dividió la obra en cuatro volúmenes: el primero dedicado a la lógica clásica, el segundo a la lógica modal, el tercero a las «alternativas a la lógica clásica» y el cuarto a la teoría del lenguaje.

---

[3] Gabbay, D. / Guenthner, F. (eds.): *Handbook of Philosophical Logic*, 4 vol. (Dordrecht, Boston, Lancaster: D. Reidel Publishing Company, 1983-1989). [*Synthese Library*: "Studies in Epistemology, Logic, Methodology, and Philosophy of Science", J. Hintikka (editor general)].

El tercer volumen[4] define muy sucintamente en el prefacio dos criterios para incluir una lógica como «alternativa»: primero, "el apartarse de la lógica clásica aceptando o rechazando ciertos teoremas de la lógica clásica siguiendo intuiciones surgidas desde importantes áreas de aplicación y/o desde el razonamiento humano"[5]; y segundo, que se haya articulado matemáticamente y que tenga aplicaciones en áreas del conocimiento reconocidas.

De acuerdo con estos parámetros, este libro aborda las siguientes alternativas lógicas: lógicas parciales[6], lógicas polivalentes, lógicas relevantes, lógica intuicionista, lógicas libres[7] y lógica cuántica.

Hemos visto dos clasificaciones expositivas y sus criterios generales. Pasemos ahora a estudiar propuestas que presenten definiciones que busquen distinguir categorialmente un sistema lógico de otro.

4. CLASIFICACIÓN SEMÁNTICA

Maria Luisa Dalla Chiara, que ha trabajado especialmente con la lógica cuántica y la lógica temporal, a modo de primera aproximación a la pluralidad de lógicas propone, en su libro *Lógica*[8], una clasificación que es bastante clara y aplicable. Utiliza tres criterios: 1) «Valencia», que se refiere a cuántos valores de verdad pueden tener las proposiciones, siendo *bivalentes* los sistemas en los que los enunciados sólo

---

[4] Gabbay, D / Guenthner, F. (eds.): *Handbook of Philosophical Logic*, Vol. III. *Alternatives in Classical Logic* (Dordrecht; D. Reidel Publishing Company, 1986).

[5] "The choice of a system presented in this volume was guided by the following criteria for including a logic as an alternative: (i) the departure from classical logic in accepting or rejecting certain theorems of classical logic following intuitions arising from significant application areas and/or from human reasoning, (ii) the alternative logic is well-established and well-understood mathematical and is widely applied in other disciplines such as mathematics, physics, computer science, philosophy, psychology, or linguistics". (Gabbay / Guenthner 1986: p. ix).

[6] "[...] partial logics, that is, systems where sentences do not always have to be either true or false, and where terms do not always have to denote." (Gabbay / Guenthner 1986: p. ix).

[7] "[...] systems of logic known as free logics. These logics agree with classical logic in the propositional part, but differ in the way they deal with non-denoting terms and quantifiers at the predicate logic level." (Gabbay / Guenthner 1986: p. x).

[8] Dalla Chiara, María Luisa: *Lógica*: (Barcelona: Ed. Labor, 1976), p. 44ss.

pueden ser verdaderos o falsos y *polivalentes* los que admiten la posibilidad de valores intermedios entre esos dos extremos. 2) «Referencia», que alude al tipo de relación que se establece entre los operadores lógicos y sus aplicaciones, de manera tal que si los operadores hacen referencia a un único estado de cosas serán *extensionales* y si son aplicables a sistemas de múltiples estados de cosas serán entonces *intensionales*. 3) «Clase de operadores lógicos», que permite distinguir los sistemas lógicos según qué operadores usen: pueden utilizar sólo los operadores *fundamentales*, es decir, las conectivas y cuantificadores tradicionales, así como sus generalizaciones; o también pueden utilizar operadores *especiales*, como los temporales y modales.

Surge así un cuadro referencial que permite ubicar los distintos sistemas lógicos:

	Bivalentes	Polivalentes
Extensionales	Sólo operadores fundamentales	Fundamentales y especiales
Intensionales	Fundamentales y especiales	Fundamentales y especiales

5. Clasificación sintáctica-escalonada

Paralelamente, esta autora propone en el mismo libro otra forma de clasificación (*cf.* Dalla Chiara 1976: p. 52ss) que, habiendo dejado los criterios semánticos a la anterior, pasa a considerar las reglas de deducción en los sistemas lógicos articulados, en lo que se conoce como sistemas de deducción natural (es decir, sin axiomas y sólo con reglas de inferencia). Se establecen así tres lógicas distintas: la clásica, la intuicionista y la minimal; entre ellas se interponen dos reglas fundamentales: la del tercero excluido y la «regla de Duns Scoto»[9]. De manera tal

[9] La autora llama «regla de Duns Scoto» al principio según el cual "una contradicción implica cualquier proposición" (Dalla Chiara 1976: p. 27). La razón para usar este nombre es porque con él habría pasado a la historia, aunque aclara que habría sido planteada originalmente por un Pseudo Scoto, de la siguiente manera: "ex absurdo sequitur quodlibet". (*Ibid.*).

Esta terminología lleva a equívocos históricos, por lo que es preferible hablar de la regla o del principio del Pseudo-Escoto, según sea una regla de infe-

que la lógica *minimal* sería la que tendría el menor número de reglas de inferencia: conjunción, disyunción, implicación, doble implicación (equivalencia), negación, cuantificador universal, cuantificador existencial e identidad. Si a las anteriores se les agrega la regla de [Pseudo]-Escoto, se obtiene la lógica *intuicionista*; y si a ésta a su vez se le agrega la regla del tercero excluido, llegamos a la lógica *clásica* (*cf.* Dalla Chiara 1976: p. 153s).

Ahora, si a partir de estas reglas de inferencia se desarrollan las respectivas leyes lógicas, es decir, los teoremas que se obtienen a partir de estas reglas, y cuya validez depende exclusivamente de ellas (*cf.* Dalla Chiara 1976: p. 57s), tendríamos que las siguientes son las más relevantes para efectos de la clasificación:

Minimales (entre otras)[10]

ley débil del [Pseudo]-Escoto:	$a \rightarrow (\neg a \rightarrow \neg b)$
doble negación débil:	$a \rightarrow \neg\neg a$

Intuicionistas (únicas)

ley fuerte del [Pseudo]-Escoto:	$a \rightarrow (\neg a \rightarrow b)$
ley débil de Filón de Megara[11]:	$\neg a \vee b \rightarrow (a \rightarrow b)$

Clásicas (entre otras)[12]

---

rencia o un teorema del sistema lógico en cuestión. Basta aquí esta aclaración, pues este punto ha sido tratado ampliamente en el cuerpo del trabajo, especialmente en el capítulo IV, donde se hacen las precisiones históricas del caso.

[10] La autora presenta todo el conjunto como "Algunas leyes lógicas de importancia" (Dalla Chiara, 1976: p. 155 s.) y, además de las citadas, incluye las siguientes: Minimales: principio del a fortiori '$a \rightarrow (b \rightarrow a)$', ley de Frege '$[a \rightarrow (b \rightarrow c)] \rightarrow [(a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c)]$', ley de cambio del antecedente '$[a \rightarrow (b \rightarrow c)] \rightarrow [b \rightarrow (a \rightarrow c)]$', ley de importación-exportación de la implicación '$[a \rightarrow (b \rightarrow c)] \leftrightarrow [(a \wedge b) \rightarrow c]$', ley de Brouwer '$[\neg\neg\neg a \rightarrow \neg a]$', ley de contraposición débil o del «tollendo tollens» '$(a \rightarrow b) \rightarrow (\neg b \rightarrow \neg a)$', primera y segunda ley débil de De Morgan '$(a \wedge b) \rightarrow \neg(\neg a \vee \neg b)$' y '$(a \vee b) \rightarrow \neg(\neg a \wedge \neg b)$'; y algunas de los cuantificadores: '$\forall x a \rightarrow \exists x a$', '$\forall x a \rightarrow \neg\exists x \neg a$', '$\exists x a \rightarrow \neg\forall x \neg a$', '$\exists y \forall x a(x,y) \rightarrow \forall x \exists y a(x,y)$'.

[11] Esta ley y su versión fuerte, en conjunto con las fórmulas que permiten definir el condicional en virtud de la conjunción, se conocen generalmente como las reglas o principios de la «implicación material», tal como se señala en Copi 1981.

[12] Clásicas

primera y segunda ley fuerte de De Morgan '$(a \wedge b) \leftrightarrow \neg(\neg a \vee \neg b)$' y '$(a \vee b) \leftrightarrow \neg(\neg a \wedge \neg b)$', ley de Peirce '$[(a \rightarrow b) \rightarrow a] \rightarrow a$'; y las de negación de los cuantificadores pero como equivalencia '$\forall x a \leftrightarrow \neg\exists x \neg a$' , '$\exists x a \leftrightarrow \neg\forall x \neg a$'.

tercero excluido: $a \vee \neg a$
doble negación fuerte: $a \leftrightarrow \neg\neg a$
ley fuerte de Filón de Megara: $(a \rightarrow b) \leftrightarrow \neg a \vee b$[13]
ley de contraposición fuerte o del «tollendo ponens»:
$(\neg a \rightarrow b) \rightarrow (\neg b \rightarrow a)$

6. Clasificación según el alcance, fundamento y campo de aplicación

Uno de los autores que más se ha ocupado de las lógicas alternativas ha sido Susan Haack. Ya su tesis de doctorado, con el título *Deviant Logic*[14], constituyó una nueva aproximación a la problemática de la pluralidad de lógicas. En la primera parte de este texto, la autora británica aborda genéricamente las razones que pueden llevar a la necesidad de adoptar sistemas alternativos a la lógica clásica y los argumentos encaminados a desvirtuar esta pretensión. En la segunda parte analiza ciertos problemas con las cuales se ha pretendido mostrar la insuficiencia de la lógica clásica: futuros contingentes, vaguedades, términos singulares y sus connotaciones existenciales; junto a esto, presenta la concepción intuicionista de la lógica y la matemática y los problemas que la mecánica cuántica ha planteado, para mostrar en qué medida ellos cuestionan la concepción clásica en lógica.

A modo de parámetro general, Haack considera que la actitud de quienes proponen un sistema alternativo al clásico se puede dividir en las siguientes oposiciones (*cf.* Haack 1980: p. 16 s): primero, los que proponen sistemas «rivales» al sistema clásico, frente a los que sólo plantean sistemas «suplementarios»; segundo, los que asumen una actitud «realista», es decir que "piensan que la lógica, en un sentido absoluto, puede ser verificada o falsada" (*ibid.* p. 17), frente a los que asumen una actitud «pragmatista» que, al escoger un sistema, privilegiarían otros criterios como simplicidad, economía o conveniencia. Con esto se articulan cuatro opciones de clasificación, que se amplían a seis, si se tiene en cuenta que aquellos que proponen sistemas rivales pueden plantearse como reformistas «globales», si piensan que sus sistemas deben reemplazar totalmente la lógica clásica, o reformistas «locales», si

---

[13] En la versión en español del libro (Dalla Chiara, 1976: p. 156) aparece '$(a \leftrightarrow b) \leftrightarrow \neg a \vee b$', que no es una tautología. Cristian Robeson me señaló este error.

[14] Haack, Susan: *Deviant Logic (*Cambridge: Cambridge University Press, 1974); traducción: *Lógica divergente* (Madrid: Paraninfo, 1980).

ven la necesidad de sustituir la lógica clásica únicamente en alguna de sus aplicaciones.

7. CRITERIOS PARA DELIMITAR EL ÁMBITO DE LA LÓGICA

Posteriormente, en su libro *Filosofía de las lógicas*[15], Haack vuelve a abordar la problemática, indagando por los parámetros que es posible articular para determinar cuándo un sistema puede considerarse dentro del ámbito de la lógica.

El primer criterio planteado sería distinguir entre sistemas formales «interpretados» y «no interpretados», para excluir a los segundos[16] en los siguientes términos: "la pretensión de que un sistema formal sea un sistema de lógica depende, pienso, de que posea una interpretación según la cual pueda considerarse que aspira a incorporar cánones de argumento válido" (Haack 1982: p. 23).

Un segundo criterio surgiría de considerar la «neutralidad respecto al tópico», en la medida en que hay quienes plantean que sólo serían lógicos aquellos sistemas "que son aplicables al razonamiento independientemente de su contenido" (*ibid.* p. 25); esta distinción involucra la controversia acerca de la separabilidad de la forma y el contenido de un razonamiento, razón por la cual a la autora le parece imprecisa, aunque sea útil.

Otro criterio se articularía alrededor de la exigencia de que un sistema sea *completo* para que se lo considere lógico. Haack recoge los planteamientos de Kneale, como exponente de esta postura, en la medida en que sostiene que si un sistema teórico es incompleto, esto implica que sus conceptos básicos no pueden ser completamente formalizados, lo cual sería una carencia que impediría cumplir con las exigencias de formalización que ha de tener la lógica (*cf. ibid.* p. 27).

Un cuarto criterio se basa en qué tan «análogo» sea un sistema a la lógica «clásica» o «estándar». Para este efecto, Haack perfecciona una clasificación sintáctica que había planteado en su tesis (*cf.* Haack 1980: p.18 s.) y propone el siguiente cuadro (*cf.* Haack 1982: p. 24):

---

[15] Haack, Susan: *Philosophy of Logics* (Cambridge: Cambridge University Press, 1978); traducción: *Filosofía de las lógicas* (Madrid: Cátedra, 1982).

[16] "[...] un sistema formal no interpretado es precisamente una colección de señales, y, por tanto, no puede ser identificado como una lógica formal más bien que como (sic) una formalización de una teoría matemática o física." (Haack 1982: p. 23).

Lógica «tradicional»
- silogística aristotélica

Lógica «clásica»
- cálculo bivalente de oraciones
- cálculo de predicados[17]

Lógicas «extendidas»
- lógicas modales
- lógicas temporales
- lógicas deónticas
- lógicas epistémicas
- lógicas de la preferencia
- lógicas imperativas
- lógicas erotéticas (interrogativas)

Lógicas «divergentes»
- lógicas plurivalentes
- lógicas intuicionistas
- lógicas cuánticas
- lógicas libres

Lógicas «inductivas»

En este esquema, se puede ver cómo unos sistemas lógicos son más «análogos» al clásico y otros se apartan más de él. Se entiende por sistemas «extendidos» aquellos que comparten el vocabulario, los teoremas y las inferencias válidas del sistema de referencia, o sea el «clásico», pero que también poseen un vocabulario adicional y teoremas y/o inferencias válidas adicionales —que involucran ese nuevo vocabulario— (*cf. ibid.* p. 200). Los sistemas «divergentes» son aquellos que tienen el mismo vocabulario, pero que tienen un conjunto de teoremas y/o inferencias válidas diferentes (*cf. ibid.* p. 229), generalmente más restringidos. Finalmente, los sistemas «inductivos» son aquellos que buscan "formalizar una noción de soporte análoga a, pero más débil que, la consecuencia lógica." (*Ibid.* p. 25).

A partir de estos cuatro criterios y la estratificación planteada, se configuran distintas opciones con respecto a qué es esencial en la «lógica clásica» en cuanto lógica, determinando así qué es lo que no puede ser suprimido en un sistema, si se quiere mantener su caracterización como «lógico».

---

[17] Incluye el cálculo de predicados de primer orden y, con "beneficio de la duda", el de segundo orden y la teoría de la identidad.

8. Reacciones al apremio de cambiar el formalismo estándar

Pasemos ahora a ver la otra cara, es decir, a considerar qué actitudes surgen cuando se plantea la necesidad de modificar el aparato lógico estándar. Haack plantea que, desde que se creó lo que se conoce como «lógica clásica», siempre ha habido presiones para mejorarla, modificarla o reemplazarla. Además, acota que "las presiones para cambiar el cálculo estándar de oraciones y de predicados de primer orden han provenido de las preocupaciones acerca de la aparente inadecuación del aparato estándar para representar los diversos tipos de argumento informal acerca de la interpretación y aplicación de dicho aparato." (Haack 1982: p.177). Ante esta situación, han surgido distintas actitudes, que van desde las más conservadoras hasta las más innovadoras; por lo cual, la autora propone compendiarlos así (*cf. ibid.* p. 177-180):

1. *Delimitación del ámbito de la lógica*: consistente en excluir de lo lógico todos aquellos argumentos informales que no se puedan formalizar siguiendo la formalización estándar.
2. *Nueva paráfrasis*: se mantiene el aparato estándar, pero modificando la manera de formalizar, a fin de poder representar los argumentos problemáticos.
3. *Innovación semántica*: se mantiene el aparato estándar a nivel sintáctico, pero dándole una nueva interpretación, para así superar ciertos problemas que impedían la inclusión de determinados argumentos informales.
4. *Extensión de la lógica*: como se vio en la clasificación anterior, en virtud de esta actitud se desarrolla un sistema que incluye nuevos operadores así como reglas y/o axiomas para poder formalizar los argumentos informales excluidos por la formalización estándar, que no es cambiada sino ampliada. Es decir, se considera que la lógica «clásica» es insuficiente, por lo cual se abre espacio para lógicas «extendidas» que la complementen.
5. *Restricción de la lógica*: se mantiene el mismo vocabulario pero se restringen los teoremas o inferencias válidas del sistema estándar. Con ello se considera que la lógica clásica es incorrecta, porque incluye componentes que no son necesarios para que un sistema sea riguroso o «lógico», dándose así lugar a las lógicas «divergentes» que rivalizan con la lógica «clásica», como vimos en la clasificación anterior.
6. *Recusación de los metaconceptos clásicos*: las innovaciones con respecto al formalismo clásico pueden llevar a cuestionar conceptos metalógicos tales como el concepto clásico de verdad, en el caso de

los intuicionistas, o como el de validez, en el caso de los lógicos de la relevancia (*cf. ibid.* p. 179).

7. *Revisión del ámbito de la lógica*: se controvierte la concepción estándar sobre el ámbito y aspiraciones de la lógica; tal es el caso cuando los intuicionistas consideran a la lógica "como secundaria con respecto a la matemática, más bien que como un razonamiento que sirve de base a todo tipo de materias." (*Ibid.* p.179).

Es importante notar que, excluida la primera actitud, que no admite ninguna modificación, las innovaciones se van dando gradualmente. Efectivamente, la segunda actitud deja intacta tanto la sintaxis como la semántica, mientras la tercera mantiene la sintaxis pero modifica la semántica; en cambio, la cuarta y la quinta modifican la sintaxis y, consecuentemente, la semántica, si bien las restricciones tienen generalmente una motivación semántica. Ahora bien, Haack aclara que el marco que ha propuesto contiene estrategias que ni son exclusivas, ni son exhaustivas. De hecho, pueden darse casos como el de la lógica relevante que, siendo una extensión, es también una restricción; y, por otra parte, la restricción de los metaconceptos clásicos y la revisión del ámbito de la lógica pueden presentarse como motivaciones conjuntas detrás de varias de las lógicas extendidas y/o divergentes.

9. CLASIFICACIÓN SEGÚN EL TIPO DE «HETERODOXIA»

En 1976, Francisco Miró Quesada presentó, ante el grupo de lógicos latinoamericanos que habían venido trabajando por años en el campo de las lógicas «alternativas», una propuesta para distinguir entre lo que denominó «lógicas ortodoxas» y «lógicas heterodoxas»[18]. Newton C. A. da Costa, uno de los principales forjadores del grupo, que desde finales de los años cincuenta había comenzado a trabajar en lo que denominaba «sistemas formales inconsistentes», acogió la propuesta de clasificación del lógico peruano e incluso la denominación de «lógica paraconsistente», para el trabajo que venía realizando con sus discípulos en Brasil.

---

[18] "Heterodox logics and the problem of the unity of logic", conferencia pronunciada en el Tercer Simposio Latinoamericano de Lógica Matemática, realizado en Campinas, en 1976. Esta conferencia no se incluyó en la publicación que se hizo de este congreso (Arruda / da Costa / Chuaqui (eds.) 1977), pero su resumen fue publicado en *The Journal of Symbolic Logic* vol. 43, no. 2 (Jun. 1978) p. 354.

En 1980, da Costa perfeccionó esta clasificación en una obra global sobre los fundamentos de la lógica[19]. Comienza por definir qué es una «lógica ortodoxa». Para esto se señalan distintos aspectos que se cumplen en la lógica clásica de la manera siguiente:

1. *Lenguaje*: estructurado con símbolos para variables, constantes y conectivas, así como símbolos auxiliares de agrupación y puntuación[20]. Junto a esto hay ciertos criterios para definir qué es una expresión (término o fórmula) bien formada en un lenguaje. Adicionalmente, puede haber símbolos para predicados y cuantificadores.
2. *Postulados*: reglas de inferencia, axiomas y/o esquemas de axiomas que abarcan lo que, usualmente, se entiende como los postulados clásicos[21]; esto se evidencia en la medida en que de ellos se puedan deducir todos los principios clásicos, tales como los principios de no contradicción, de identidad, del tercero excluido y de doble negación.
3. *Semántica*: por medio de la cual se puede determinar la verificabilidad de sus postulados; esta semántica puede ser formal o informal, pero las fórmulas del sistema, para que éste sea «clásico», tienen que simbolizar expresiones asertóricas, que suelen denominarse proposiciones, aunque también podrían incluirse las suposiciones; los sistemas clásicos no permiten expresar problemas, normas, imperativos o interrogaciones.

De acuerdo con estos parámetros, se pueden establecer caracterizaciones que no son del todo rígidas, pues habría lugar para algunas variantes y casos límite; esto es así porque el criterio que lleva a optar por estas caracterizaciones es la utilidad que pueden reportar, antes que su precisión, pues para da Costa "la expresión «lógica clásica» es vaga" (*ibid.* p. 133).

Teniendo en cuenta los criterios anteriores, se puede decir que si una lógica se aparta en alguno de ellos de lo que se entiende por «clá-

---

[19] Da Costa, Newton C.A.: *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica* (São Paulo: HUCITEC, Editora da Universidade de São Paulo, 1980) p. 132 ss.

[20] El referente básico aquí es la versión simplificada de Chwistek y Ramsey de la teoría ramificada de los tipos lógicos de Russell (*cf.* da Costa 1980a: p. 132 y 34 ss). Para efectos de este lenguaje «clásico», se excluyen explícitamente los operadores que forman términos por medio de ligar variables. También puede tomarse como referencia el sistema formal de Zermelo-Fraenkel, que además tiene símbolos de igualdad y pertenencia (*cf. ibid.* p. 83).

[21] El autor no aclara cuáles son, pero se sabe que existe una infinidad de grupos de axiomas que producen los mismos teoremas clásicos.

sico», bien sea por exceso o por defecto, entonces es una «lógica heterodoxa». Esto puede darse al ser diferente su lenguaje, caso en el cual se la denominará «aliolingüística»; o bien porque no contiene los postulados clásicos, siendo entonces «anómica»; o, finalmente, si tiene otra semántica, en el sentido de que no se limita a las aseveraciones, por lo que se la puede denominar «atética». Ahora bien, los sistemas que sólo están en alguna de las tres categorías forman un grupo de lógicas heterodoxas, que se pueden denominar de «primera serie»; pero también hay sistemas que pertenecen a dos categorías, en virtud de lo cual se conforma una «segunda serie»; e incluso se puede pensar en una «tercera serie», en la medida en que se estructurara un sistema que fuera aliolingüístico, anómico y atético. Estas oposiciones se pueden presentar de la siguiente manera[22]:

Cuadro de las lógicas heterodoxas

Primera serie:

A. Aliolingüísticas [lenguaje diferente]:
   1. Sistemas de lógica que no se oponen a la lógica clásica, sólo lo complementan:
      a. modales típicos
      b. temporales
      c. infinitarios
      d. ciertos sistemas deónticos y epistémicos que tratan sólo proposiciones
      e. sistemas con operadores que forman términos por medio de ligar variables (como el descriptor o el símbolo ε de Hilbert)
   2. Sistemas alternativos a la lógica clásica:
      a. sistema de Lesniewski
      b. lógica combinatoria

B. Anómicas [axiomas o principio diferentes]:
   1. Lógicas paraconsistentes
   2. Lógicas relevantes típicas
   3. Lógicas polivalentes típicas
   4. Lógica intuicionista

Nota: no hay sistemas que sean sólo atéticos, porque serían también aliolingüísticos.

---

[22] *Cf.* da Costa 1980a: p. 133-138. Este cuadro esquematiza lo que el autor desarrolla en esas páginas.

Segunda serie

A. Téticas (aliolingüísticas y anómicas) [tratan proposiciones]:
   1. Sistemas polivalentes que garantizan su completud funcional y donde la ley del tercero excluido no es válida
   2. Algunos sistemas de lógica relevante

B. Atéticas (y aliolingüísticas) [tratan no sólo proposiciones]:
   1. Sistemas epistémicos y deónticos, en los cuales se aceptan normas, hipótesis o ficciones.
   2. Lógicas de los problemas y de los imperativos

Nota: no hay sistemas que sólo sean anómicos y atéticos, porque también tendrían que ser aliolingüísticos.

Tercera serie

Es posible construir sistemas que no cumplan ninguno de los tres criterios, quitándole algo a alguno de los sistemas anteriores, pero no se les ha visto mucha utilidad.

10. COHERENCIA VS. CONSISTENCIA

Dalla Chiara, también en su libro *Lógica* (1976), da las líneas generales de otra clasificación, que es quizás la más relevante para el presente trabajo y que, por lo tanto, es conveniente comentarla aquí. Sabido es que una de las características tradicionales que se busca que tengan los sistemas formales es su «no contradictoriedad», o lo que la autora llama «coherencia», es decir, que en el sistema dado no se pueda deducir tanto una proposición como su negación. Ahora bien, como se evidencia en la presentación sintáctico-escalonada que antes se reseñó, tanto en la lógica clásica como en la intuicionista, en virtud de la aplicación de la regla del [Pseudo]-Escoto, la coherencia del sistema equivale a decir que al menos una fórmula bien formada en el sistema no es deducible en él. Pues bien, Dalla Chiara aclara que esta equivalencia no se da en el caso de las lógicas minimales, pues en ellas hay que distinguir dos propiedades sintácticas diferentes: la «coherencia», entendida como la incapacidad de demostrar contradicciones, y la «consistencia», que sería la incapacidad de demostrar todas las fórmulas; de modo tal que un sistema minimal puede ser incoherente sin ser inconsistente (*cf.* Dalla Chiara 1976: p. 63s). (Esta terminología propuesta por la autora italiana podría modificarse según algunos de los criterios manejados en el cuerpo de este trabajo, de manera tal que lo que ella llama «incohe-

rencia» se puede denominar «inconsistencia fuerte» y la «inconsistencia» sería la «inconsistencia débil»).

Agrega la autora que "esta distinción corresponde a una profunda exigencia intuitiva, la exigencia de poder admitir contradicciones locales, sin que éstas tornen *ipso facto* «inconsistentes» [sic] (en el sentido técnico e intuitivo) a toda la teoría." (*Ibid.* p. 64). No obstante, en otro pasaje aclara que la lógica minimal sólo logra admitir contradicciones locales en forma limitada porque no evita "el principio de inferencia codificado por la llamada «regla débil de Duns Scoto», que dice que «si he demostrado una contradicción, puedo demostrar cualquier fórmula de forma negativa»." (*Ibid.* p. 53).

Precisamente, ese vacío es el que llena la lógica paraconsistente, porque ella evita que se deduzca una proposición cualquiera (de forma afirmativa o negativa) a partir de una contradicción. Así pues, habría que agregar una subdivisión al interior de los sistemas llamados por ella «incoherentes pero no inconsistentes», para distinguir entre los que dan lugar a que se deduzcan todas las fórmulas de un determinado tipo (p. ej. las negativas) a partir de una contradicción, y los que no. Esta situación se describe mejor con el fenómeno de la trivialización, estudiado *in extenso* en el cuerpo del presente trabajo. Aquí era conveniente reseñar estos planteamientos de Dalla Chiara, porque señalan diferencias que alcanzan toda su dimensión en virtud de lo planteado por la lógica paraconsistente. Además, la clasificación por ella planteada, en cierta medida, perfila la que se propone en las "consideraciones finales" del presente trabajo.

Anexo B

POSTULADOS DE DISTINTOS SISTEMAS DE CÁLCULO PROPOSICIONAL

LÓGICA CLÁSICA

RD: A, $A \rightarrow B$ / B

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)\}$
3. $A \rightarrow [B \rightarrow (A \wedge B)]$
4. $(A \wedge B) \rightarrow A$
5. $(A \wedge B) \rightarrow B$
6. $A \rightarrow (A \vee B)$
7. $B \rightarrow (A \vee B)$
8. $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow C]\}$
9. $(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A]$
10. $\neg\neg A \rightarrow A$

(Kleene [1952] 1974: p. 82)

LÓGICA INTUICIONISTA

RD: $A, A \rightarrow B / B$

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)\}$
3. $A \rightarrow [B \rightarrow (A \wedge B)]$
4. $(A \wedge B) \rightarrow A$
5. $(A \wedge B) \rightarrow B$
6. $A \rightarrow (A \vee B)$
7. $B \rightarrow (A \vee B)$
8. $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow C]\}$
9. $(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A]$
10. $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$

(Heyting [1956] 1976; Kleene [1952] 1974: p. 82 y 100)

LÓGICA MINIMAL INTUICIONISTA

RD: A, $A \rightarrow B$ / B

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$
3. $A \rightarrow [B \rightarrow (A \wedge B)]$
4. $(A \wedge B) \rightarrow A$
5. $(A \wedge B) \rightarrow B$
6. $A \rightarrow (A \vee B)$
7. $B \rightarrow (A \vee B)$
8. $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow C]\}$
9. $(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A]$

(Johansson 1936; Alves / Queiroz 1991: p. 70)

SISTEMA LÓGICO PARACONSISTENTE C_1

RD: $A,\ A \rightarrow B\ /\ B$

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)\}$
3. $A \rightarrow [B \rightarrow (A \wedge B)]$
4. $(A \wedge B) \rightarrow A$
5. $(A \wedge B) \rightarrow B$
6. $A \rightarrow (A \vee B)$
7. $B \rightarrow (A \vee B)$
8. $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow C]\}$
9. $B^{\circ} \rightarrow \{(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A]\}$
10. $(A^{\circ} \wedge B^{\circ}) \rightarrow [(A \rightarrow B)^{\circ} \wedge (A \wedge B)^{\circ} \wedge (A \vee B)^{\circ}]$
11. $\neg\neg A \rightarrow A$
12. $A \vee \neg A$

$A^{\circ} =_{def} \neg(A \wedge \neg A)$
$\neg^{*}A =_{def} \neg A \wedge A^{\circ}$

(da Costa 1963; da Costa 1974b: p. 498s; da Costa / Lewin 1995: p. 195)

SISTEMA DE LÓGICA DE LA VAGUEDAD V_0

RD: $A,\ A \rightarrow B\ /\ B$

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)\}$
3. $A \rightarrow [B \rightarrow (A \wedge B)]$
4. $(A \wedge B) \rightarrow A$
5. $(A \wedge B) \rightarrow B$
6. $A \rightarrow (A \vee B)$
7. $B \rightarrow (A \vee B)$
8. $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow C]\}$

9. $(^{\circ}A \wedge B^{\circ}) \wedge \{(A \rightarrow B) \wedge [(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A]\}$
10. $(A^{\circ} \wedge B^{\circ}) \rightarrow [(A \rightarrow B)^{\circ} \wedge (A \wedge B)^{\circ} \wedge (A \vee B)^{\circ}]$
11. $(^{\circ}A \wedge {}^{\circ}B) \rightarrow [^{\circ}(A \rightarrow B) \wedge {}^{\circ}(A \wedge B) \wedge {}^{\circ}(A \vee B)]$
12. $\neg^{*}\neg^{*}A \rightarrow A$
13. $A^{\circ} \rightarrow (\neg A)^{\circ}$
14. $^{\circ}A \rightarrow {}^{\circ}(\neg A)$

$A^{\circ} =_{def} \neg(A \wedge \neg A)$
$^{\circ}A =_{def} A \vee \neg A$
$\neg^{*}A =_{def} A \rightarrow (\neg A \wedge A^{\circ})$
$A^{+} =_{def} A^{\circ} \vee {}^{\circ}A$

(Arruda / Alves 1979)

SISTEMA DE LÓGICA DE LA VAGUEDAD V_1

RD: A, $A \rightarrow B$ / B

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)\}$
3. $A \rightarrow [B \rightarrow (A \wedge B)]$
4. $(A \wedge B) \rightarrow A$
5. $(A \wedge B) \rightarrow B$
6. $A \rightarrow (A \vee B)$
7. $B \rightarrow (A \vee B)$
8. $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow C]\}$
9. $(^{\circ}A \wedge B^{\circ}) \wedge \{(A \rightarrow B) \wedge [(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A]\}$
10. $(A^{\circ} \wedge B^{\circ}) \rightarrow [(A \rightarrow B)^{\circ} \wedge (A \wedge B)^{\circ} \wedge (A \vee B)^{\circ}]$
11. $(^{\circ}A \wedge ^{\circ}B) \rightarrow [^{\circ}(A \rightarrow B) \wedge ^{\circ}(A \wedge B) \wedge ^{\circ}(A \vee B)]$
12. $\neg^{*}\neg^{*}A \rightarrow A$
13. $A \vee \neg^{*}A$
14. $A^{\circ} \rightarrow (\neg A)^{\circ}$
15. $^{\circ}A \rightarrow ^{\circ}(\neg A)$

$A^{\circ} =_{def} \neg(A \wedge \neg A)$
$^{\circ}A =_{def} A \vee \neg A$
$\neg^{*}A =_{def} A^{\circ} \wedge (A \rightarrow \neg A)$

(Arruda / Alves 1979)

SISTEMA DE LÓGICA DE LA VAGUEDAD V_2

RD: $A,\ A \rightarrow B\ /\ B$

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)\}$
3. $A \rightarrow [B \rightarrow (A \wedge B)]$
4. $(A \wedge B) \rightarrow A$
5. $(A \wedge B) \rightarrow B$
6. $A \rightarrow (A \vee B)$
7. $B \rightarrow (A \vee B)$
8. $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow C]\}$
9. $^{\circ}A \wedge \{(A \rightarrow B) \wedge [(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A]\}$
10. $(^{\circ}A \wedge {}^{\circ}B) \rightarrow [^{\circ}(A \rightarrow B) \wedge {}^{\circ}(A \wedge B) \wedge {}^{\circ}(A \vee B)]$
11. $\neg^{*}\neg^{*}A \rightarrow A$
12. $\neg(A \wedge \neg A)$
13. $^{\circ}A \rightarrow {}^{\circ}(\neg A)$

$A^{\circ} =_{def} \neg(A \wedge \neg A)$
$^{\circ}A =_{def} A \vee \neg A$
$\neg^{*}A =_{def} A \rightarrow \neg A$

Nota: Este sistema se puede construir de forma dual a C_1 manteniendo los postulados 10 y 12, eliminando el 13 y cambiando el 9 y el 11, así:

9: $\neg A \rightarrow [(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow \neg B) \wedge B^{\circ}]$
11: $A \rightarrow \neg\neg A$

(Arruda / Alves 1979)

JERARQUÍA DE SISTEMAS LÓGICOS PARACONSISTENTES $C_{n,\ 1<n<\omega}$

RD: $A,\ A \rightarrow B\ /\ B$

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)\}$
3. $A \rightarrow [B \rightarrow (A \wedge B)]$
4. $(A \wedge B) \rightarrow A$
5. $(A \wedge B) \rightarrow B$
6. $A \rightarrow (A \vee B)$
7. $B \rightarrow (A \vee B)$
8. $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow C]\}$
9. $B^{(n)} \rightarrow \{(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A]\}$
10. $(A^{(n)} \wedge B^{(n)}) \rightarrow [(A \rightarrow B)^{(n)} \wedge (A \wedge B)^{(n)} \wedge (A \vee B)^{(n)}]$
11. $\neg\neg A \rightarrow A$
12. $A \vee \neg A$

$A^{\circ} =_{def} \neg(A \wedge \neg A)$
$A^{n} =_{def} A^{\circ \cdots \circ}$, n veces
$A^{(n)} =_{def} A^{\circ} \wedge A^{\circ\circ} \wedge \ldots \wedge A^{n}$
$\neg^{*}A =_{def} \neg A \wedge A^{(n)}$

(da Costa 1963; da Costa 1974b: p. 500s; da Costa / Lewin 1995: p. 195)

SISTEMA LÓGICO PARACONSISTENTE C_ω

RD: $A, A \rightarrow B \ / \ B$

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)\}$
3. $A \rightarrow [B \rightarrow (A \wedge B)]$
4. $(A \wedge B) \rightarrow A$
5. $(A \wedge B) \rightarrow B$
6. $A \rightarrow (A \vee B)$
7. $B \rightarrow (A \vee B)$
8. $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow C]\}$
9. $\neg\neg A \rightarrow A$
10. $A \vee \neg A$

(da Costa 1963; da Costa 1974b: p. 498s y 501; da Costa / Lewin 1995: p. 195)

SISTEMA DE LÓGICA DIALÉCTICA **DL**

RD: $A, A \rightarrow B \ / \ B$

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)\}$
3. $A \rightarrow [B \rightarrow (A \wedge B)]$
4. $(A \wedge B) \rightarrow A$
5. $(A \wedge B) \rightarrow B$
6. $A \rightarrow (A \vee B)$
7. $B \rightarrow (A \vee B)$
8. $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow C]\}$

9. $A \vee (A \rightarrow B)$
10. $\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$
11. $\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$
12. $(A^\circ \wedge B^\circ) \rightarrow [(A \rightarrow B)^\circ \wedge (A \wedge B)^\circ \wedge (A \vee B)^\circ \wedge (\neg A)^\circ]$
13. $(A^\circ \wedge B^\circ) \rightarrow \{(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A]\}$
14. $A^\circ \rightarrow (\neg\neg A \rightarrow A)$
15. $A^{\circ\circ} \leftrightarrow A^\circ$
16. $A^\circ \rightarrow \{(A \vee \neg A) \wedge [(A \rightarrow B) \vee (\neg A \rightarrow B)]\}$
17. $\neg A^\circ \rightarrow \{[(A \vee \neg A) \rightarrow B] \vee (A \wedge \neg A)\}$

$A^\circ =_{def} \neg(A \wedge \neg A)$
$\sim A =_{def} A \rightarrow (p^\circ \wedge p \wedge \neg p)$ donde *p* es una fórmula atómica determinada

(da Costa / Wolf 1980: p. 196ss)

SISTEMA LÓGICO PARACONSISTENTE MAXIMAL **F** ($\mathbf{P}^1$)

RD: $A,\ A \rightarrow B\ /\ B$

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)\}$
3. $A \rightarrow [B \rightarrow (A \wedge B)]$
4. $(A \wedge B) \rightarrow A$
5. $(A \wedge B) \rightarrow B$
6. $A \rightarrow (A \vee B)$
7. $B \rightarrow (A \vee B)$
8. $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow C]\}$

9.* $\neg(B \wedge \neg B) \rightarrow \{(A \rightarrow B) \rightarrow [(A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A]\}$

10. $\neg(A \wedge \neg A)$ **si *A* no es atómica**
11. $\neg\neg A \rightarrow A$
12. $A \vee \neg A$

(da Costa / Alves 1982: p. 84s; [Sette 1973])

* Postulado añadido por E. H. Alves.

SISTEMA LÓGICO PARACONSISTENTE Y PARACOMPLETO π

RD: A, A→B / B

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)\}$
3. $A \rightarrow [B \rightarrow (A \wedge B)]$
4. $(A \wedge B) \rightarrow A$
5. $(A \wedge B) \rightarrow B$
6. $A \rightarrow (A \vee B)$
7. $B \rightarrow (A \vee B)$
8. $(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow C]\}$

9. $A^{\circ} \vee (A \wedge \neg A) \vee \neg(A \vee \neg A)$
10. $(A^{\circ} \wedge B^{\circ}) \rightarrow ((A \wedge B)^{\circ} \wedge (A \vee B)^{\circ} \wedge (A \rightarrow B)^{\circ} \wedge (\neg A)^{\circ})$
11. $\neg(A \wedge \neg A) \rightarrow ((A \wedge \neg A) \rightarrow B)$
12. $\neg(A \vee \neg A) \rightarrow ((A \vee \neg A) \rightarrow B)$
13. $\neg(A \vee \neg A) \rightarrow \neg(A \wedge \neg A)$

$A^{\circ} =_{def} \neg(A \wedge \neg A) \wedge (A \vee \neg A)$
$\sim A =_{def} A \rightarrow \neg(A \vee \neg A)$

(Loparic / da Costa 1984: p. 123s)

Anexo C

CUADRO COMPARATIVO POR TEOREMAS DE DISTINTOS SISTEMAS DE CÁLCULO PROPOSICIONAL

CUADRO COMPARATIVO DE DISTINTOS SISTEMAS DE CÁLCULO PROPOSICIONAL

Sistemas clásico e intuicionista frente a los diversos sistemas paraconsistentes y/o paracompletos

I. POSTULADOS COMUNES

Fórmulas	Nombres	Sistema Clásico S. C.	Sistema Intuic. S.I.	C_1	V_2	V_0	V_1	DL
$A \rightarrow (B \rightarrow A)$	Afirmación del consecuente o Ley paradójica	postulado 1	postulado 1	postulado 1	postulado 1	postulado 1	postulado 1	postulado 1
$(A \rightarrow B) \rightarrow \{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)\}$	Transitividad	p. 2	p. 2	p. 2	p. 2	p. 2	p. 2	p. 2
$A, A \rightarrow B / B$	Modus ponendo ponens	R.D.	R.D.	R.D.	R.D.	R.D.	R.D.	R.D.
$A \rightarrow [B \rightarrow (A \wedge B)]$	Introducción de la conjunción	p. 3	p. 3	p. 3	p. 3	p. 3	p. 3	p. 3
$(A \wedge B) \rightarrow A$	Simplificación	p. 4	p. 4	p. 4	p. 4	p. 4	p. 4	p. 4
$(A \wedge B) \rightarrow B$	Simplificación	p. 5	p. 5	p. 5	p. 5	p. 5	p. 5	p. 5
$A \rightarrow (A \vee B)$	Adición	p. 6	p. 6	p. 6	p. 6	p. 6	p. 6	p. 6
$B \rightarrow (A \vee B)$	Adición	p. 7	p. 7	p. 7	p. 7	p. 7	p. 7	p. 7
$(A \rightarrow C) \rightarrow \{(B \rightarrow C) \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow C]\}$	Dilema constructivo	p. 8	p. 8	p. 8	p. 8	p. 8	p. 8	p. 8

II. CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES

S.C.: *Sí* cumple el principio de no contradicción, *sí* cumple el del tercero excluido.
S.I.: *Sí* " " *no* " "
C_1: *No* " " *sí* " "
V_2: *Sí* " " *no* " "
V_0: *No* " " *no* " "
V_1: Las fórmulas *o* cumplen el principio de no contradicción, *o* cumplen el del tercero excluido.
DL: *No* " " *no* " "

III. POSTULADOS CLÁSICOS

Fórmulas	Nombres	S.C.	S.I.	C_1	V_2	V_0	V_1	D.L.
$(A \to B) \to [(A \to \neg B) \to \neg A]$	Reducción al absurdo («axioma de Kolmogorov»)	p. 9	p. 9	no deducible excepto si B° p. 9	no deducible excepto si °A p. 9	no deducible excepto si °A∧B° p. 9	no deducible excepto si °A∧B° p. 9	no deducible excepto si A°∧B° p. 13
$\neg\neg A \to A$	Eliminación de la doble negación	p. 10	no ded.	p. 11	no ded. excepto* si °A	no ded. excepto si A^+	no ded. excepto si °A	no ded. excepto si A° p. 14
$A \to \neg\neg A$	Introducción de la doble negación	ded.	ded.	no ded.	ded. p. 11	no ded. excepto* si A°	no. ded. excepto* si A°	no ded. excepto* si A°
$\neg A \to (A \to B)$	Forma implicativa del Pseudo-Escoto (tambien llamada "*ex falso sequitur quodlibet*")	ded.	p. 10	no ded.	deducible y vale $(A\wedge\neg A)\to B$	no ded.*	no ded.*	no ded.
$\neg(A \wedge \neg A)$	Principio de (no) contradicción	ded.	ded.	no ded.	p. 12	no ded.	no ded.	no ded.
$A \vee \neg A$	Tercero excluido	ded.	no ded.	p. 12	no ded.	no ded.	no ded.	no ded.
$A \vee (A \to B)$		ded.	no ded.	ded.	ded.	ded.	ded.	p. 9
$\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$	1a. Ley de De Morgan	ded.	no ded.	no ded.	no ded.	no ded.	no ded.	p. 10
$\neg(A \wedge B) \to (\neg A \vee \neg B)$	Ley de De Morgan en un sentido	ded.	no ded.	ded.	no ded.	no ded.	no ded.	ded.
$(\neg A \vee \neg B) \to \neg(A \wedge B)$	Ley de De Morgan en el otro	ded.	ded.	no ded.	no ded.	no ded.	no ded.	ded.
$\neg(A \vee B) \leftrightarrow (\neg A \wedge \neg B)$	2a. Ley de De Morgan	ded.	ded.	no ded.	no ded.	no ded.	no ded.	p. 11

(*): significa que en los textos originales no se menciona si la respectiva fórmula es deducible o no, por lo cual aquí se sugiere lo que llenaría ese vacío, siguiendo los parámetros de cada sistema.

IV. POSTULADOS NO CLÁSICOS

Fórmulas	Nombres	S.C.	S.I.	C_1	V_2	V_0	V_1	DL
$A^\circ \wedge B^\circ \rightarrow (A \rightarrow B)^\circ$	Si dos fórmulas se comportan clásicamente con respecto al principio de no contradicción, entonces su implicación será así mismo clásica.	deducible sin condición	deducible sin condición	p. 10	deducible sin condición	p. 10	p. 10	p. 12
$A^\circ \wedge B^\circ \rightarrow (A \wedge B)^\circ$	Si dos fórmulas se comportan clásicamente con respecto al principio de no contradicción, entonces su conjunción será así mismo clásica.	ded. s. c.	ded. s. c.	p. 10	ded. s. c.	p. 10	p. 10	p. 12
$A^\circ \wedge B^\circ \rightarrow (A \vee B)^\circ$	Si dos fórmulas se comportan clásicamente con respecto al principio de no contradicción, entonces su disyunción será así mismo clásica.	ded. s. c.	ded. s. c.	p. 10	ded. s. c.	p. 10	p. 10	p. 12
$^\circ A \wedge ^\circ B \rightarrow ^\circ(A \rightarrow B) \wedge ^\circ(A \wedge B) \wedge ^\circ(A \vee B)$	Si dos fórmulas se comportan clásicamente con respecto al tercero excluido, entonces también así mismo lo harán sus compuestos veritativo-funcionales.	ded. s. c.	ded. s. c.	ded. s. c.	p. 10	p. 11	p. 11	p.12 ($A^\circ \approx {}^\circ A$)
$^\circ A \rightarrow {}^\circ(\neg A)$	Si una forma es clásica con respecto al tercero excluido, entonces también lo será su negación	ded. si se definiera el operador	ded. si se definiera el operador	ded. si se definiera el operador	p. 13	p. 14	p. 15	p. 12 ($A^\circ \approx {}^\circ A$)
$A^\circ \rightarrow (\neg A)^\circ$	Si una fórmula es clásica con respecto a la no contradicción, entonces su negación también lo será.	ded. si se def. oper.	ded. si se def. oper.	ded.	ded. si se def. oper.	p. 13	p. 14	p. 12
$\neg^*\neg^* A \rightarrow A$	Doble negación fuerte	ded. si se def. oper.	ded. si se def. oper.	ded.†	p. 11†	p. 12†	p. 12†	ded.†
$A \vee \neg^* A$	Tercero excluido con negación fuerte	ded. si se def. oper.	ded. si se def. oper.	ded.†	ded.†	ded.*†	p. 13†	ded.†

(†): aplicando la definición de negación fuerte específica de cada sistema.

V. DEFINICIONES PARTICULARES

Definiciones:	Negación fuerte	Fórmula de «buen comportamiento» o clásica con respecto a la no contradicción	Fórmula de «buen comportamiento» sólo con respecto a tercero excluido	Fórmula de «buen comportamiento» con respecto a la no contradicción y el tercero excluido
C_1	$\neg^*A = \neg A \wedge A^\circ$	$A^\circ = \neg(A \wedge \neg A)$	no tiene	A°(siempre cumple el ter. exc.)
V_2	$\neg^*A = A \rightarrow \neg A$	$A^\circ = \neg(A \wedge \neg A)$	$^\circ A = A \vee \neg A$	no tiene
V_0	$\neg^*A = A \rightarrow (\neg A \wedge A^\circ)$	$A^\circ = \neg(A \wedge \neg A)$	$^\circ A = A \vee \neg A$	$A^+ = A^\circ \wedge {}^\circ A$
V_1	$\neg^*A = (A \rightarrow \neg A) \wedge A^\circ$	$A^\circ = \neg(A \wedge \neg A)$	$^\circ A = A \vee \neg A$	no tiene
DL	$\sim A = A \rightarrow (p^\circ \wedge p \wedge \neg p)$	$A^\circ = \neg(A \wedge \neg A)$	no tiene	A° (cumple ambos)

VI. FUENTES

CLÁSICO **S. C.** e INTUICIONISTA **S. I.**: de Stephen Kleene: *Introducción a la metamatemática* (Madrid: Tecnos, 1974).

PARACONSISTENTE C_1: Newton C. A. da Costa: *Ensaio sobre os fundamentos da lógica* (São Paulo: HUCITEC, Ed. Universidade de São Paulo, 1980) p. 237-240.

LÓGICAS DE LA VAGUEDAD V_0, V_1, V_2: Arruda, A. / Alves, E.H.: "Some Remarks on the Logic of Vagueness", ***Bulletin of the Section of Logic*** **8** (1979) p. 133-138.

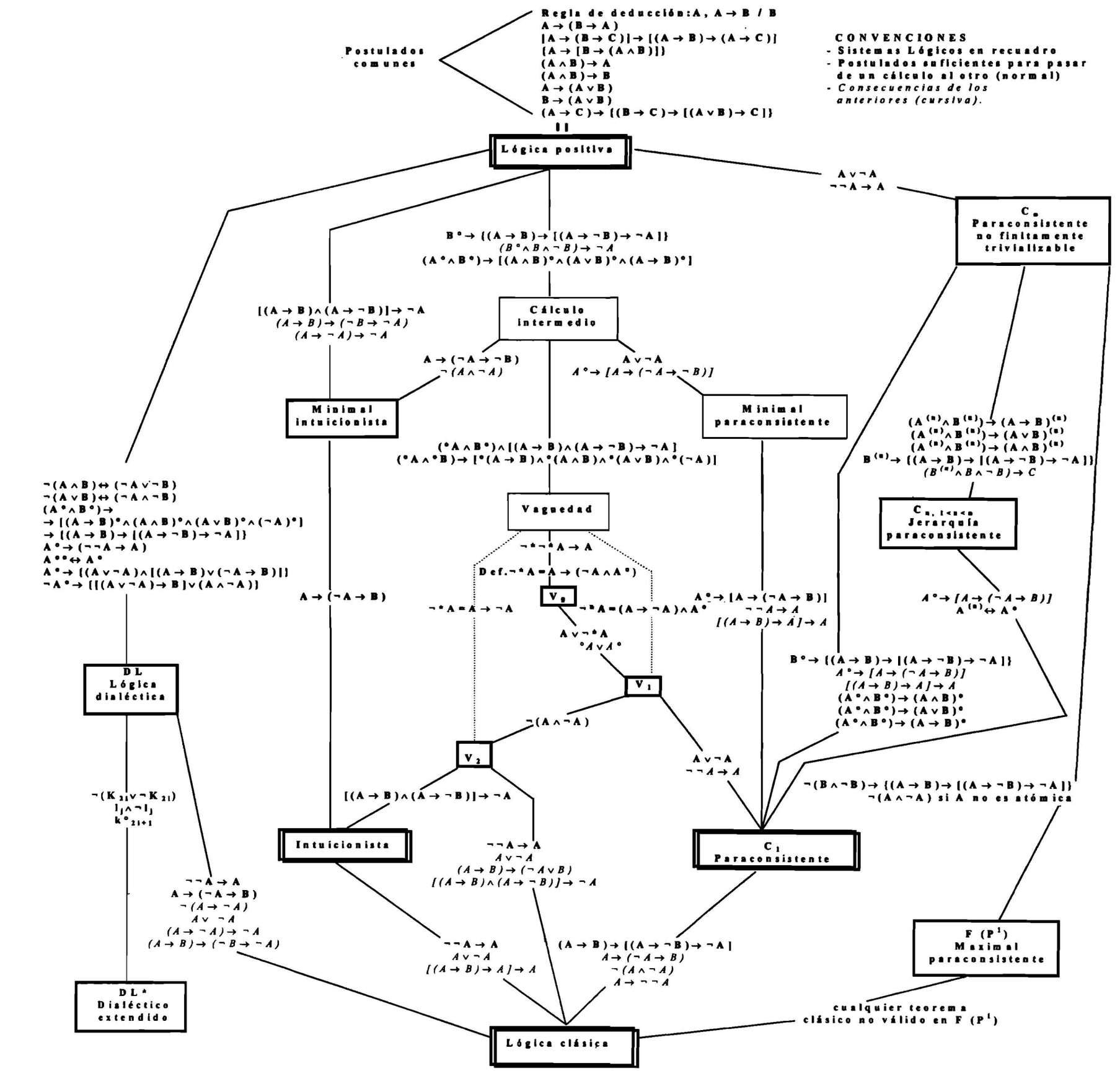
LÓGICA DIALÉCTICA **DL**: da Costa, N.C.A./ Wolf, R: "Studies in Paraconsistent Logic I: the Dialectical Principle of the Unity of Opposites", ***Philosophia*** **9** (1980) p.189-217.

Anexo D

ESQUEMA SINTÁCTICO DE DIVERSOS SISTEMAS AXIOMÁTICOS

(Este esquema tiene como base aquél presentado en Alves, E. H. / Queiroz, G. S.: "The construction of the calculi C_n of da Costa." *The Journal of Non-Classical Logic* vol. 8, no. 2 (Nov. 1991) p. 67-78).

ESQUEMA SINTÁCTICO DE DIVERSOS SISTEMAS AXIOMÁTICOS



Anexo E

ENTREVISTA CON EL PROFESOR NEWTON C. A. DA COSTA

(Bogotá, Universidad Nacional de Colombia, 22 de julio de 1994)

ANDRÉS BOBENRIETH: Profesor da Costa, si bien el surgimiento de la lógica paraconsistente tuvo una motivación matemática, ya transcurridos más de 30 años, ¿se puede afirmar que tiene algún fundamento o referente filosófico característico?

DA COSTA: Bueno, la motivación principal de la lógica paraconsistente, para mí, ha sido, como tú sabes muy bien, una motivación matemática. Pero, paralelamente, siempre me interesé por tres problemas que son muy importantes desde el punto de vista filosófico. El primero era la posibilidad de dar una fundamentación sensata a la teoría de objetos de von Meinong y a la dialéctica; es decir, la lógica simbólica puede ser utilizada como un instrumento para tornar rigurosos algunos aspectos de las teorías paraconsistentes. Otro problema es el problema relativo a la concepción de Freud, es decir, para él aparentemente el inconsciente tiene una lógica diferente de la lógica usual, y entonces habría que estudiar esa lógica; aparentemente esa lógica es una lógica paraconsistente. Y, finalmente, otro punto que me interesa mucho es el problema de la contradicción en la realidad: ¿tiene o no sentido hablar de cosas contradictorias reales?

En general, mi idea básica —y voy a hablar desde el punto de vista metafísico, que son cosas que no se pueden rigurosamente someter a test, o decidir, o resolver— es que el universo es una cosa que está haciéndose, que está en permanente cambio, y que con nuestras categorías mentales como objeto, relación, negación, etc., se le impone a la realidad un cierto orden. La afirmación de que, por ejemplo, los grandes principios de la lógica clásica son aseverados, dados como válidos, es un postulado filosófico fundamental de la lógica clásica, y creo que en ciertos casos, por ejemplo en el caso de conceptos vagos y ciertas situaciones difusas, eso no es correcto. Entonces, mi idea es que es necesario utilizar una lógica distinta, una lógica que permita contradicciones, o una lógica que también permita lagunas. Tal vez la posición básica de quien quiera desarrollar una teoría de la realidad puede ser utilizar una lógica no-alética.

Entonces, la lógica paraconsistente, para mí, está íntimamente relacionada con la estructura de lo real, con la ontología, con la metafísica. Nunca desarrollé mucho esto, porque en realidad son discusiones, son temas en relación con los cuales no tenemos criterios de verificación, criterios para someter a test lo que se dice. En el futuro tal vez me interese y empiece a desarrollar un tipo de elucubración metafísica u ontológica; entonces tengo absoluta certeza de que la lógica paraconsistente desempeñará un papel fundamental; es decir, la lógica paraconsistente tiene la capacidad de proveernos una manera de abrir el horizonte, de liberarnos de ciertos presupuestos. Hay que buscar la estructura de lo real, en mi opinión, con otros presupuestos; en general, uno habla de metafísica y de otras cosas, con el módulo de la lógica clásica, pero ¿por qué?, ¿por qué no intentar conocer lo real, saber qué es lo real, o hacer hipótesis sobre lo real, con otras presuposiciones lógicas, matemáticas, etc.?

A. B.: En esa línea, hasta ahora la función filosófica que podría tener la lógica paraconsistente ha sido más negativa, en el sentido de limitar lo que siempre se había presupuesto a partir de la lógica clásica. ¿O sea la parte positiva estaría por hacerse?

DA COSTA: Sí, yo diría que lo que ha de hacer, por ejemplo, un metafísico es exactamente eso: utilizando la lógica, las técnicas de la lógica, o las posibilidades de la lógica paraconsistente, intentar desarrollar una teoría de la realidad. ¿Qué es lo real? ¿Cómo se puede desarrollar lo real? Una cosa que no me gustá de los metafísicos es que todos en general —por lo menos los que yo conozco— intentan desarrollar una teoría de la realidad, siempre con la lógica clásica. Y yo no sé por qué. No veo a priori ninguna razón para eso. Entonces, la cosa es que, en mi opinión, lo que se debe hacer es exactamente eso: intentar desarrollar una metafísica, en particular una teoría de lo real, con una nueva lógica. Ésta es mi idea básica y que sería una de las aplicaciones más interesantes en Filosofía, con F mayúscula, de la lógica paraconsistente. Pero hasta ahora no he hecho esto, sobre todo porque si uno desarrolla una teoría como esa, la metafísica tiene el problema de que no hay ninguna manera de verificarla, no se tienen criterios para someterla a prueba; entonces, es como si fuera una especie de obra poética, o alguna cosa así. Pero en el futuro seguramente intentaré hacer eso.

A.B.: ¿A pesar de que no haya cómo verificarla?

DA COSTA: Sí, claro, porque esa es la esencia de la metafísica, ¿no? Es decir, cada uno propone su visión del mundo, su idea relativa a lo real, y sabe que no hay posibilidades de someter la metafísica a prueba,

si no, no sería metafísica propiamente dicha, sería ciencia, ¿no?, ciencia en sentido estricto.

A.B.: Pero, en últimas, en la metafísica lo importante no es tanto lo que diga sobre la realidad sino la perspectiva que abre sobre la realidad. En esa línea, una perspectiva no se puede probar, ni se podría probar nunca, pero sí es importante como perspectiva.

DA COSTA: Claro, claro. Como visión del mundo, como cosmovisión.

A.B.: De pronto, lo único que uno puede demostrar es que dentro de esa visión del mundo se pueden ver otras cosas que en la anterior visión del mundo no se podían ver, o se veían demasiado confusas o causando excesivos problemas.

DA COSTA: Sí, esa es la manera de mirar la realidad desde un punto de vista más amplio, si uno percibe que se puede cambiar la lógica, que hay muchas lógicas y —por decir— muchas metafísicas. Habría que estudiar, por ejemplo, el problema siguiente: ¿qué lógica se debe utilizar en la concepción metafísica del mundo? Existe un criterio: cambiar la lógica es cambiar la metafísica, evidentemente; entonces, este *interplay* entre metafísica y lógica creo que es una cosa fundamental para el metafísico, para un filósofo especulativo. Actualmente yo me limito a lo que Hans Reichenbach y otros llaman «filosofía científica», pero tarde o temprano empezaré a trabajar en los problemas de la metafísica.

A.B.: Pero, mientras tanto, una de las utilidades de la lógica paraconsistente podría ser la de servir de herramienta crítica para cuestionar otras versiones metafísicas, o las propuestas metafísicas, en la medida que se limitan sólo a la lógica clásica. Es una realidad que ya estaría a la mano, digamos, sin necesidad de desarrollar todavía una teoría metafísica paraconsistente que eso ya...

DA COSTA: Sí, estoy de acuerdo contigo. Y uno de los autores que me gustó mucho, hace mucho años, fue Hans Driesch, que desarrolló una metafísica interesante, pero siempre con base en la lógica clásica y en la ciencia usual. Y yo creo que ahora el metafísico en sus ocupaciones, en sus teorías, tiene más libertad. Se abrió una nueva puerta y habría que explorar ese camino.

A.B.: Históricamente se ha afirmado que evitar contradicciones es el primer requisito de toda estructura racional. ¿Qué implicaciones tiene a este respecto el desarrollo de una serie de lógicas que soportan contradicciones?

DA COSTA: Bueno, una lógica que soporta contradicciones tiene la ventaja de que puede servir de base para una teoría que contenga con-

tradicciones y que las contradicciones no se deban eliminar. Por ejemplo, en algunas teorías de conjuntos que yo desarrollé, hay conjuntos con propiedades inconsistentes como el conjunto de Russell y la teoría marcha muy bien. Mas no solamente la contradicción es un punto ciego, digamos, un punto muerto, pues también por medio del conjunto de Russell se pueden demostrar propiedades positivas de los otros conjuntos. Éste es el aspecto realmente interesante de la cuestión: por medio de proposiciones inconsistentes, de conjuntos con propiedades inconsistentes, repito, se pueden demostrar propiedades muy interesantes del sistema de teoría de conjuntos, en uno de los sistemas que yo desarrollé. Es decir, la contradicción no es solamente una cosa que, por ejemplo, se mantiene aislada sin ninguna aplicación, ya que puede ser aplicada, se puede sacar alguna cosa de la contradicción. Y yo no sé si eso no será verdadero en general. En todo, incluso en la ciencia empírica, cuando hay una contradicción, pensándose en ciertos contextos lógicos en los que no se cumple la lógica paraconsistente, hay un problema, una contrariedad, y siempre se saca alguna cosa, siempre se requiere una nueva teoría más interesante, o siempre se crean nuevos conceptos para superar la contradicción y no sé si en realidad la contradicción no es una característica, permanente y definitiva, del sistema del conocimiento científico. Nunca, creo, se llegará a un sistema total de conocimiento científico que sea absolutamente consistente. La contradicción siempre se quedará, por lo menos, en las orillas de lo desconocido.

A.B.: ¿Cuando usted habla de contradicciones, éstas deben entenderse como un producto de los procesos conceptuales —o racionales—, o también como contradicciones existentes en la realidad?

DA COSTA: Ése es un problema profundo, un problema muy difícil; pero como yo creo que siempre en cualquier sistema del conocimiento habrá contradicciones, puede ser que esas contradicciones sean un signo indirecto de que en algún sentido de la palabra —habría que estudiarlo— puede haber contradicciones reales. Es decir, si uno interpreta la negación no de una manera puramente negativa, como la ausencia de una propiedad o una cosa así, sino de una manera positiva, diciendo que hay una propiedad que existe y que se opone a otra, y que por eso la otra no está presente, se podría tal vez llegar a la conclusión de que hay contradicciones reales. Por ejemplo, si yo tengo criterios positivos para que un objeto tenga la propiedad P y también tengo criterios para que no tenga la propiedad P —por ejemplo, para que sea verde y no sea verde—, hay una región, una tierra de nadie, donde puede haber contradicciones, como nosotros ya hemos discutido. En el momento, pien-

so que no se puede mostrar que existan o no existan contradicciones reales.

Condensando lo que yo pienso, se puede decir que siempre hay contradicciones en el sistema del conocimiento; no sé cómo en principio eliminarlas; puede ser que esto sea una señal de que hay algún tipo de contradicción real o alguna cosa real que corresponda a las contradicciones.

A.B.: En ese sentido, ¿qué contenido, o qué significado se le podría dar a la negación o a la posibilidad de tener distintas negaciones?

DA COSTA: Bueno, en el caso de la lógica paraconsistente, de la manera como yo desarrollé algunos de mis sistemas, hay una negación, que es la negación fuerte, que puede ser interpretada —y de hecho es interpretada— como la negación clásica, teniendo el mismo sentido. Pero hay también una negación débil, que tiene muchas de las propiedades de la negación clásica, pero es una negación que más o menos es la versión formalizada del concepto de negación sobre el que hablé en la respuesta anterior. Es decir, para negar tú tienes que tener criterios para saber cuándo una cosa no se verifica; entonces, muchas veces puede haber lagunas o contradicciones; por ejemplo, en el caso de los colores, o si se quiere saber si un individuo está muerto o vivo, hay que dar criterios para que esté muerto. Y esos criterios, en general, no son absolutamente rigurosos, son más o menos *fuzzy*. En ciertos casos uno puede llegar a que una persona está viva y está muerta, o que no está viva y no está muerta, que es la característica básica de los conceptos que son *fuzzy*. Yo creo que la gran mayoría de los conceptos en la vida diaria, y también los científicos, tienen exactamente el carácter *fuzzy*, de *fuzziness*, o de vaguedades, digamos. Entonces, la lógica de la vaguedad —hablando ahora en general— es un caso particular de la lógica paraconsistente y está muy relacionada también con la lógica paracompleta y la lógica no-alética.

A.B.: En esa línea, uno podría interpretar que, por un lado, habría varios factores que llevan a afirmar una cosa y, por otro lado, factores que llevan a negarla; y que la negación no es una cosa indivisa y separada, de un lado y otro, sino que hay un cúmulo de factores que se contraponen a factores que llevan a afirmar algo. Muchas veces no hay un solo criterio determinante que establezca un límite, sino que son varios criterios y éstos pueden darse tanto los unos como los otros.

DA COSTA: Exactamente, eso es lo que yo digo en mi artículo "The Philosophical Import of Paraconsistent Logic", que ha sido traducido al portugués y que fue publicado aquí en Colombia en estas notas de clase

que yo dicté. Exactamente esa es la idea también, más o menos, de von Wright, que yo cito en el trabajo. Porque esa concepción de la negación como si fuera una cosa platónica que siempre divide rigurosamente en ser y no ser, eso no me parece muy correcto, especialmente si uno tiene una concepción de la realidad como algo que fluye. Entonces, es muy complicado decir que yo arreglo la realidad, cuando introduzco la noción de objeto, es más bien una cosa *fuzzy*; por ejemplo, tú o yo estamos compuestos de partículas elementales y las partículas elementales no tienen fronteras: un electrón puede ser que llene todo el espacio, entonces nosotros llenamos ese espacio todo. Y, ¿cómo se hace la división arbitraria? Simplemente por la formación de nuestros órganos sensoriales que nos lleva, en los casos más simples, a pensar que hay siempre una línea clara absolutamente divisoria. En la ciencia actual, por ejemplo en la mecánica cuántica, en la física atómica, aparentemente las partículas elementales llenan todo el espacio. Es decir, que un electrón aquí puede influenciar un electrón que está en Plutón, digamos. Entonces, un corte es siempre una cosa arbitraria. Y yo creo, pero esto es una hipótesis filosófica, que la lógica clásica —desde este punto de vista— ha sido muy venerada.

A.B.: ¿Usted, al crear un sistema que permite manejar lógicamente ciertas contradicciones, asume que las contradicciones se podrían en principio resolver, pero que por limitaciones de medios y tiempo no resulta pragmáticamente posible resolverlas, optando más bien por soportarlas? ¿O, por el contrario, asume que todo proceso de racionalización implica un manejar inconsistencias que, si bien se pueden disminuir, nunca se podrían resolver? Esto es como para recapitular lo anterior.

DA COSTA: Bueno, mi opinión es la siguiente. Intentar eliminar las contradicciones que existen en el dominio del conocimiento, significa provocar la existencia de otras; no creo, aunque no sé cómo probarlo, que se puedan eliminar las contradicciones en un sistema general de conocimientos, ni del conocimiento físico. Las contradicciones siempre han existido, es mi opinión, siempre existirán, no veo la posibilidad de eliminarlas. Entonces, mi respuesta es la siguiente: la lógica paraconsistente es absolutamente esencial, porque la contradicción es inseparable del conocimiento, y puede ser que eso sea, como lo he dicho, un reflejo de que hay alguna cosa en la realidad que cause, digamos entre comillas, «las contradicciones».

Desde mi punto de vista, esto pasa porque la realidad es una cosa en evolución, y nosotros le imponemos constructos mentales, tiramos una red para captar la realidad, pero no sé si la red refleja exactamente la

realidad. Y la posibilidad de que en una teoría metafísica se utilicen lógicas distintas es muy importante porque se pueden, entonces, estudiar otros *approaches* a la noción de realidad, otras concepciones metafísicas sobre el universo.

A.B.: ¿Cuál es su concepto de la razón o de la racionalidad?

DA COSTA: Ah bueno, yo diría que la racionalidad tiene tres dimensiones. La dimensión deductiva: una persona actúa racionalmente siempre que actúa de acuerdo con ciertas reglas deductivas, razonables, aceptables. Hay una segunda dimensión, que es inductiva: un ser racional siempre tiene necesidad de hacer inferencias tales que la conclusión sea probable; en efecto, en la ciencia se usan métodos como los razonamientos por analogía, la inducción simple, los métodos de Mill, von Wright, etc., el método hipotético deductivo. Y la tercera, que es una cosa fundamental, es el permanente uso de la crítica: yo creo que la característica básica de las construcciones racionales, de la racionalidad, consiste exactamente en eso, crítica permanente: siempre se critica lo que se acepta, y solamente se acepta algo en la medida en que resista la crítica.

La razón, para mí —como he dicho en mi libro *Ensayo sobre los fundamentos de la lógica*— evoluciona, se transforma en el curso del tiempo, pero ciertos principios se mantienen consciente o inconscientemente, que son los principios que yo llamé «principios pragmáticos de la razón». Por ejemplo, uno es el principio de la adecuación: en cada caso hay que utilizar la lógica (quiero decir la lógica deductiva) que mejor se adapte a las situaciones con las cuales se esté trabajando. Por ejemplo, en la vida usual es seguro que la lógica clásica es la lógica que mejor se adapta a los objetos macroscópicos, pero cuando uno habla de partículas elementales, aparentemente se debe usar una lógica cuántica. Creo que ese asunto no está muy estudiado todavía, o no hay conclusiones finales, pero esa es mi posición: la razón tiene un núcleo básico que son principios pragmáticos que validan el uso de la lógica deductiva, de la lógica inductiva y del ejercicio de la crítica. Bueno, ésta es más o menos mi concepción de razón. Actualmente estoy escribiendo un libro que se llama *El conocimiento científico*. El último capítulo se llama exactamente "la razón en la ciencia", y yo intento desarrollar estas ideas básicas; no veo cómo mirar la razón o caracterizar la razón de otra manera.

A.B.: Pero, ¿habría características comunes a la razón, o la razón es una realidad plural que está determinada históricamente según los espacios conceptuales, según las áreas de conocimiento?

DA COSTA: Yo diría que la razón depende de factores históricos. La razón no es, se hace; pero hay un núcleo más o menos constante. Por ejemplo, desde Aristóteles hasta hoy, uno habla, por ejemplo, de símbolos, utiliza símbolos. Aristóteles ha utilizado variables y todo, y la manipulación de variables y símbolos, en general, es una cosa más o menos intuitiva que se hace más o menos de acuerdo con las ideas de Brouwer. Si uno empieza a analizar, llega a la conclusión de que el núcleo de la razón es una cosa más o menos intuitiva, más o menos como Brouwer la veía, no con la parte filosófica de Brouwer, simplemente la parte técnica; es decir, en la base de la razón hay un núcleo, que es el núcleo que regula las construcciones mentales, las construcciones simbólicas. Ésa es una de las bases invariables de la razón, además de los principios pragmáticos.

No creo que pueda haber razón sin la posibilidad de escribir, sin la posibilidad de comunicar del lenguaje, y el lenguaje —como Brouwer muy bien analizó— presupone una actividad constructiva, mental e intuitiva. Es ése el núcleo, en mi opinión, de la razón, que desde Aristóteles hasta hoy se mantiene más o menos como un núcleo fundamental. La realidad puede ser cambiante, puede estar en flujo constante, pero si yo no tengo la capacidad de hacer construcciones mentales, de construir símbolos lingüísticos, no hay comunicación, no hay ciencia, no hay razón; la manifestación de la razón se hace por medio del lenguaje y el lenguaje es una construcción mental nuestra, que se manifiesta por medio de símbolos. Entonces, la lección que yo saqué de Brouwer es que el núcleo básico de la razón es la capacidad intuitiva y constructiva que nosotros tenemos.

A.B.: ¿Y ese es un problema lingüístico o lógico, o ambos indiscerniblemente?

DA COSTA: Yo diría que estoy de acuerdo con Brouwer: este núcleo es radical, está en la base de todo y no presupone nada. Entonces, no sé si diría que es lógico o no es lógico; aunque entendiendo «lógico» en el sentido usual a partir de la lógica clásica, o de alguna otra lógica que no sea la lógica intuicionista, creo que no es. Ese núcleo es la capacidad que nosotros tenemos de construir, de definir símbolos, de hacer construcciones mentales, de distinguir símbolos, de distinguir palabras, de emitir palabras, de separar palabras, todo esto; y tiene una especie de aritmética intuicionista básica; si alguien pone en duda eso, entonces creo que no se puede argumentar más, no se puede hacer más nada. Se puede, por ejemplo, discutir si la lógica clásica se aplica o no a la física, pero no se puede discutir si hay construcciones mentales, si tenemos

capacidad de hacer construcciones mentales simples que están en la base del lenguaje, etc.; si uno pone en duda eso, no hay razón. Entonces, para mí, ésta es la característica invariable de la razón, y así, poco a poco se empieza a entender mejor este mundo.

A.B.: Y este núcleo sería una característica común a los seres humanos, sería algo propiamente característico de los humanos o se puede decir que es...

DA COSTA: Bueno, eso, francamente, honestamente, yo no sé, yo no creo que tal vez un mono, un pájaro, puedan tener esta capacidad algo intuitiva y bien articulada de distinguir las cosas. Se dice que los pájaros pueden distinguir hasta el número tres o cuatro, tienen los hijitos en el nido, entonces, si tú sacas uno o dos, ellos se dan cuenta. Entonces, yo creo que es una cosa difícil de decir; el problema es que para mí es un postulado el que el ser humano normal tiene una capacidad increíble de hacer construcciones mentales y, por ejemplo, articular símbolos —sean sonidos, sean símbolos escritos— y desarrollar eso, compararlos y todo esto. Sin esta visión brouweriana, no sé, no habría posibilidad de hacerlo, y no hay ninguna lógica clásica o no clásica que sea la base de esto. Estas construcciones, como dije en mi charla[1], están en la base de todo, todo. Es una cosa radical, yo diría que es una de las características de este núcleo; la razón se caracteriza por ese núcleo que es absolutamente radical, intuitivo y constructivo.

A.B.: ¿En ese núcleo, por ejemplo, no estaría el principio de no contradicción, ni el tercero excluido, ni la doble negación?

DA COSTA: Estarían los principios usuales de la lógica intuicionista elemental, por ejemplo las concepciones. Quiero decir lo siguiente, ese núcleo es un núcleo constructivo, la lógica viene después. Es decir, no hay primero un principio de no contradicción y de este principio yo saco algunas verdades lógicas; es exactamente al revés, como ha dicho Brouwer: yo hago las construcciones intuitivamente, sin pensar en ningún principio y después yo miro desde afuera...

[...]

Uno siempre piensa que Brouwer era un tipo que decía: "ah, vamos a eliminar el principio del tercero excluido de aquí, porque no sé, y aquí esto es constructivo...", pero la cosa no es así; él tenía una visión, una concepción de la matemática realmente increíble. Pienso que esa es la única manera de justificar la matemática clásica, si tú partes al menos

---

[1] Se refiere a su curso sobre lógicas no clásicas en la Universidad Nacional de Colombia, en julio de 1994.

desde el punto de vista de la metamatemática de una posición brouweriana; yo creo que si tú tienes la matemática intuicionista, después puedes empezar a construir otras cosas.

A.B.: Como dirían: comenzar a escalar el cielo.

DA COSTA: Claro que sí, exactamente. Según Brouwer, cuya concepción sobre los números naturales en parte respaldo, Frege ha cometido uno de los más grandes errores de todos los tiempos, porque no existe, no hay un criterio, no hay posibilidad de definir los números naturales; pensar lo contrario es un error completo, eso no se puede, para Brouwer eso es absurdo, pues significa que la aritmética no es una ciencia radical, y para él lo es. En todo lo que tú haces, tú presupones la matemática, la aritmética, las ideas básicas de Brouwer. Cuando tú hablas conmigo, intuitivamente tú estás pensando que yo soy uno; cuando tú escribes un símbolo, haces un dibujo, presupones; cuando tú dices voy hablar de conjunto, voy a hablar de concepto, entonces es concepto, es uno. No hay otra posibilidad. Para mí, Frege ha cometido un error fundamental en matemática, el error de los errores.

A.B.: Que es pensar definir todos los naturales a partir de otros elementos.

DA COSTA: Porque antes de definir los naturales él empieza a desarrollar un simbolismo, pero en ese simbolismo ya se presuponen los naturales.

A.B.: ¿Pero uno puede pensar hipotéticamente otra forma de ver esa estructura fundamental, no por la identidad sino por la relación?

DA COSTA: Si uno hace eso, uno presupone la aritmética usual, la aritmética intuitiva; entonces, lo que pasa es lo siguiente: lo que tú defines no son los números, que son radicales, son otras construcciones mentales que tienen unas señas particulares. Hay muchas definiciones de los naturales —von Neumann, etc.—, pero lo que yo digo es que, para los números realmente intuitivos no hay definición posible, en el sentido de que tú puedas reducir Brouwer a la lógica, eso es imposible, porque el desarrollo de la lógica presupone los números naturales. Cuando tú dices «vamos a definir un número dos», escribes un símbolo; antes de escribir el símbolo tú percibes que el símbolo es uno, que es un símbolo solamente. Entonces, no hay posibilidad, no hay regresión de la matemática a nada, en el sentido brouweriano.

A.B.: Eso sería muy en la línea de la tradición filosófica occidental, desde Aristóteles, donde se toma la esencia, las identidades, como la primera aproximación frente a cualquier realidad.

DA COSTA: Sí, pero cuando tú desarrollas la ciencia, tú presupones tus construcciones mentales, hay que construir símbolos, palabras, etc.

A.B.: Manteniendo el criterio de identidad.

DA COSTA: Manteniendo la lógica usual, manteniendo las construcciones como Brouwer quería, si no, tú no puedes hacer nada. Es decir, para hacer lógica, o ciencia, tú necesitas un simbolismo; al hacer un simbolismo, la matemática ya ha empezado.

A.B.: Y ahí se entendería la identidad como base de la matemática. Pero otra opción puede ser no tener como base la identidad, sino las relaciones, y que las identidades fueran producto de relaciones, no relaciones matemáticas, sino relaciones generales.

DA COSTA: Claro, pero cuando tú hablas de relación, tú presupones la matemática. Tú dices una relación, dos relaciones, esta relación es una, esta relación tiene tres lugares, ésta es una relación binaria; no hay salida. Al hablar, al pensar, tú usas matemáticas en el sentido de Brouwer.

A.B.: En el sentido de identidad.

DA COSTA: En el sentido de construcción mental: hay que saber qué es «uno», hay que construir el símbolo «5», hay que construir el símbolo de pertenencia, y todo. Entonces, no hay salida, yo lo veo así. Y creo que Frege fue un genio, pero él le ha dado una dirección a la lógica totalmente errónea, eso no se puede hacer. En los *Principia Mathematica* no hay reducción de la matemática a la lógica, incluso si no hubiera axioma de infinito, ni nada, porque al escribir el simbolismo, hay que saber que esto aquí es una fórmula, esto otro es una fórmula distinta de esa, esta fórmula tiene cinco símbolos, o siete símbolos, y no hay reducción. En un cierto sentido, no hay reducción, no puede haber; sin construcciones mentales tú no haces nada.

A.B.: Pero eso implica identificar construcciones mentales de identidad como matemáticas.

DA COSTA: Cuando digo matemática no quiero decir matemática usual, quiero decir la matemática brouweriana, y para Brouwer la matemática es el estudio de las construcciones mentales, abstractas; tú eliminas el contenido de la unidad, la repites, etc. tienes la matemática.

A.B.: Pero uno podría mirar esas construcciones mentales como estructuras conceptuales y ha habido otras aproximaciones a las estructuras conceptuales que no son matemáticas.

DA COSTA: ¿Y qué son estructuras mentales? Hay que emplear símbolos, distinguir, contarlas, todo, no hay salida.

A.B.: Inevitablemente hay que usar matemáticas.

DA COSTA: Matemáticas en el sentido brouweriano. Ésta es mi opinión, por lo menos.

A.B.: Sí, claro.

¿Son la contradicción o las paradojas un límite de la razón, o un punto muerto de ella, o, por el contrario, se las puede incorporar como algo necesario de los procesos racionales?

DA COSTA: Sí, seguramente la última cosa que tú dijiste es la que realmente yo pienso que es verdadera. Las paradojas, las contradicciones, son como la fuerza propulsora de la razón. La razón camina de una manera constructiva, apoyándose en contradicciones y preservando tal vez alguna de ellas; es mi concepción de la razón.

Hay una frase de Hegel que yo cité aquí, en uno de mis trabajos. Es una exageración, pero yo la cito textualmente. Me gustaría enfatizar este hecho. Es la siguiente: "*Contradictio es regula veri, non contradictio falsi*", Hegel. Eso caracteriza en buena parte mi pensamiento. Pero es una exageración, pero tú exageras para —digamos— aclarar un hecho y creo que eso es definitivo.

A.B.: Sí, eso se puede traducir como "la contradicción es la regla de lo verdadero y la no contradicción de lo falso".

DA COSTA: Claro, en cierto sentido, pero no lo interpreto al pie de la letra. Yo digo que la contradicción es la fuerza propulsora de la razón, al intentar conocer, al hacer la ciencia, la filosofía, etc., lo que intento explicar en mi obra.

A.B.: Yo siempre he tenido curiosidad de cómo usted encontró esa frase, porque yo me pasé algún tiempo buscándola antes de encontrarla[2], pues no es una frase que normalmente se cite de Hegel.

DA COSTA: Esta frase, para ser enteramente honesto, yo la encontré en la tesis de doctorado de Lorenzo Peña. No me acuerdo en qué parte estaba exactamente[3], pero la saqué de Lorenzo Peña, que tiene ideas semejantes a la mía, a algunas de las mismas, pero que es un poquito

---

[2] Es la primera de las doce tesis en latín que Hegel defendió, en 1801, para habilitarse como *Privatdozent*. (Hegel, G. W. F.: *Werke in zwanzig Bänden*. Frankfurt am Main: Suhrkamp, 1970; p. 533). Ver Bobenrieth, Andrés: *La escisión sujeto-objeto: perplejidad en el ámbito del joven Hegel*. Tesis de Grado (Filosofía y Letras), Universidad de los Andes, Bogotá, 1992; Anexo.

[3] Peña, Lorenzo: *Contradiction et vérité. Étude sur les fondements et la portée épistémologique d'une logique contradictorielle* (Université de l'Etat à Liège, Faculté de Philosophie et Lettres, 1979). [La cita de Hegel es el epígrafe de esta tesis, pero no se hace referencia a su origen].

más radical. Tú tienes mi trabajo donde yo analizo la lógica de Lorenzo Peña.

A.B.: Sí lo tengo[4].

DA COSTA: Entonces, creo que es una persona muy interesante, porque es uno de los primeros filósofos que intenta desarrollar una metafísica, una nueva concepción del mundo paraconsistente.

A.B.: Y a usted le parece interesante la propuesta de la lógica transitiva, el...

DA COSTA: Claro. Aunque yo creo que habría que desarrollarla. En ese trabajo, la gran crítica que yo le hago es que Peña es muy *à lui*; yo creo que habría que tener discípulos, discutir su sistema, todo; porque si uno tiene un sistema de lógica, o sea lo que fuere, que nadie desarrolla o estudia, entonces no existe el sistema. Una de las cosas que yo siempre he hecho, o he intentado hacer, en lógica paraconsistente es difundirla, pues si nadie se interesa por la lógica paraconsistente, entonces en cierto sentido no existe. Para mí la filosofía, la ciencia, todo son cosas sociales, son actividades sociales. Muchas veces le he dicho a Peña: lo ideal para ti es que por lo menos en relación a la lógica —a la lógica transitiva y las cosas que tú has hecho— encuentres discípulos, lo que es muy importante.

A.B.: ¿Y el trabajo de los australianos, de Routley, Meyer y Priest?

DA COSTA: También me gusta mucho, pero lo que yo pienso de ese trabajo está en mi *review* de un libro de Routley y Norman, que es una antología de lógica relevante y de temas filosóficos referentes a la relevancia, que publiqué en el último número del *Journal of Symbolic Logic* del año pasado[5]. Ahí yo presenté una conclusión basada en las cosas que ellos dicen: Routley y otros afirman que, aparentemente, no hay ninguna justificación sensata de la relevancia, a no ser la de servir de base para teorías que son inconsistentes pero no triviales. Entonces yo digo que si eso es verdad, entonces la lógica relevante es simplemente un caso particular de la lógica paraconsistente, la conclusión es que se trata de otro *approach* a la lógica paraconsistente.

Pero tiene un defecto grave, un defecto terrible. Tú no puedes construir una teoría de conjuntos, ni una lógica de grado superior, con fun-

---

[4] Se refiera a da Costa, Newton: "Aspectos de la filosofía de la lógica de Lorenzo Peña", *Arbor* t. CXXXII, no. 520 (abr. 1989) p. 9-32.

[5] da Costa, N. C. A.: Reseña de Norman, Jean / Routley, Richard (eds.): *Directions in Relevant Logic* (Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 1989). *The Journal of Symbolic Logic* vol. 58, no. 4 (Dec. 1993) p. 1466-1468.

damento en una lógica relevante. Y, para mí, eso es un defecto. Uno puede decir: «no, eso no es un defecto porque el cálculo proposicional se puede aplicar muy bien». Pero como sistema de lógica es muy malo: tú no puedes —por ejemplo— probar las propiedades básicas del conjunto vacío. Para demostrar esas propiedades del conjunto vacío —que nada pertenece al conjunto vacío— se requiere la implicación material clásica. No hay otra manera de hacerlo. Entonces, ¡no puede ser! No consigo demostrar las propiedades básicas del conjunto vacío.

A.B.: De ahí para adelante es imposible, entonces, crear una matemática.

DA COSTA: Ah no, no es posible, a no ser que uno cambie la noción de relevancia, no sé. Es una cosa muy bonita, la relevancia, todo, pero cuando uno mira desde el punto de vista global, de desarrollar una lógica, una matemática, no marcha; por lo menos hasta ahora, y yo no sé como hacerla funcionar, y para mí esto es un defecto mortal.

A.B.: Y la concepción global que ellos tienen frente a las contradicciones y el compromiso con la existencia de una contradicción en la realidad, lo que ellos llaman la concepción «dialética».

DA COSTA: Es una hipótesis metafísica con la que, en ciertos aspectos, acorde con lo que he dicho, estoy más o menos de acuerdo, pero no como ellos la presentan. Es decir, postular que hay un P tal que P y *no-P*. No sé. No me gusta mucho la filosofía básica de algunos australianos; me gusta mucho la parte técnica, me gusta mucho —por ejemplo— lo que Routley ha hecho con la teoría de Meinong, es una cosa, en mi opinión, genial, pero no sé en cuanto a la otra parte. Routley va a publicar ahora un libro muy lindo sobre pluralismo, con el cual estoy enteramente de acuerdo. En todo caso, es muy difícil hablar de acuerdo completo, porque, por ejemplo, Routley (hoy Sylvan) cree que la lógica clásica está errada: cuando nosotros nos conocimos hace muchos años personalmente, siempre que se me acercaba y antes de decirme buenos días me decía: "la lógica clásica está errada, no comprendo como tú, que eres creador de la lógica paraconsistente, puedes creer en la lógica clásica". Eso yo no creo que sea verdadero, entonces, es una discrepancia entre nosotros. Son muy radicales.

A.B.: ¿Y la postura de que la lógica clásica está equivocada es una postura doctrinal o es en virtud de las limitaciones de la lógica? Es decir, ¿ellos dicen que está equivocada porque no alcanza todo, o porque en sí está equivocada?

DA COSTA: Dicen que está errada porque no es relevante. Esto es con certeza exagerado, no creo en esa tesis. La lógica clásica es la ma-

dre de todas, y hasta el momento la más importante. Lo que se ha hecho con la lógica clásica no se ha hecho todavía con las demás; tal vez en el futuro las cosas cambien. Entonces, para mí, decir que la matemática clásica está errada, que el cálculo también está errado, que todo está errado, no me parece correcto.

Estimo mucho a los australianos; Routley o Sylvan es hoy uno de mis mejores amigos, pero en algunas cosas son muy radicales. Se podría decir que es como si una persona fuera un comunista, que cree que todo se resuelve por el comunismo; y esto es falso, la Unión Soviética volvió hacia atrás. ¡Ah!, ya sé cómo decir lo que no me gusta en los australianos doctrinariamente: ellos marchan de certeza en certeza y de realidad en realidad y para mí eso es falso, nadie marcha así. Pero eso no quiere decir que yo no admire profundamente a los australianos y especialmente a Richard Sylvan, lo tengo como uno de los más grandes pensadores de la actualidad. Hace poco tiempo yo pertenecí a un jurado en que ellos iban a juzgar a Routley y mi reporte ha sido muy elogioso. Mi opinión es que es uno de los más originales pensadores de nuestro tiempo, extremadamente original; pero ser original no significa ser siempre verdadero. Es una de las personas más originales que he conocido en mi vida, yo diría que es más o menos tan extraño como Wittgenstein, con unas ideas absolutamente diferentes, fuera de lo usual; es formidable. Es, indiscutiblemente, uno de los más grandes pensadores de la actualidad, en lógica, en filosofía, en todo.

A.B.: ¿Y dentro de la gente que ha trabajado con usted en Brasil, qué personas cree usted que por sus desarrollos se pueden resaltar especialmente?

DA COSTA: Una persona que empezaba a publicar y que fue conocida, pero podría haber sido mucho más, fue Ayda Arruda, quien murió muy temprano. Pero tengo muchos discípulos, tal vez de la cosa que más siento orgullo son mis discípulos, son como unos veinte. Unos más, otros menos, han hecho mucha cosa, tanto en Brasil, como en Italia, Francia, Estados Unidos. Personas como Antonio Mario Sette, Elias Alves, Itala D'Ottaviano, Walter Carnielli, y muchos otros. Actualmente tengo algunos que son brillantísimos: Jean-Yves Béziau, que en diez años, estoy absolutamente seguro, todo el mundo sabrá de él, y varios otros jóvenes que trabajan conmigo.

A.B.: Y trabajan más por el lado matemático o...

DA COSTA: Hasta ahora más por el lado matemático. Lo que yo busco ahora es alguien que quiera desarrollar un poquito más conmigo la parte filosófica. Pero yo siempre tengo la idea de que antes hay que na-

vegar y conocer formalmente todo, para tener una base. Y después, sobre la base de los desarrollos formales, desarrollar entonces la contraparte filosófica.

A.B.: ¿Qué criterios puede uno utilizar para aplicar una lógica u otra? Hemos hablado mucho de que, según el caso, una lógica puede convenir más. Pero, ¿qué criterios, en últimas, son los que determinan aplicar una lógica o no? Porque, en la medida en que la lógica está como a la partida de las estructuras que pretenden explicar una realidad, o una situación, entonces es como un punto muy de partida, muy a nivel de postulados, y, de pronto, la elección de una u otra lógica puede resultar un tanto arbitraria o por lo menos apriorística.

DA COSTA: Bueno, yo traté de eso en mi *Ensayo sobre los fundamentos de la lógica*; yo digo que hay que reflejar unos aspectos del dominio del conocimiento en el cual estemos trabajando. Pero hay, principalmente, factores pragmáticos: simplicidad, intuitividad, posibilidad de desarrollo matemático, etc. Porque, hablando de la lógica relevante, aplicarla a la física es hoy prácticamente imposible, porque no es cómodo, no tiene una matemática correspondiente. Entonces, hay que mirarlo desde muchos puntos de vista y, en general, son factores pragmáticos; muchas lógicas probablemente podrían ser aplicadas y se elige la lógica más simple, la lógica técnicamente más bella; son factores pragmáticos, fundamentalmente. Pero hay también, claro, un factor filosófico. Todavía, en ciertos contextos, la lógica se impone. Por ejemplo, la lógica apropiada para el pensamiento constructivo...

A.B.: La apropiada sería una lógica intuicionista en el sentido de Brouwer.

DA COSTA: Sí, claro, es esto lo que se obtiene observando las regularidades de las construcciones, como Brouwer ha dicho.

A.B.: Por ejemplo, para aplicarla a los objetos de Meinong, y la posibilidad de construir objetos como él planteó, sería más una lógica paraconsistente.

DA COSTA: Sí, claro, seguro, no hay otra posibilidad. Si tú utilizas la lógica clásica, entonces tienes contradicción y trivialización. Por lo tanto, en el caso de Meinong, obviamente tiene que ser otra lógica. O se sacrifican los objetos de Meinong o se utiliza otra lógica, no sé cómo podría ser de otra manera.

Anexo F

AUTORES RELACIONADOS CON LA LÓGICA PARACONSISTENTE

A continuación, se presenta una lista de las personas que han estado vinculadas de una u otra manera con la lógica paraconsistente, señalando algunos datos puntuales que pueden ser útiles para tener una idea mínima sobre quienes han trabajado en este campo, o en temas que colindan con él.

La información se presenta de la siguiente manera:

APELLIDO [por el que se lo suele citar], Nombre: nacionalidad de origen y/o gentilicio del país en el que ha hecho la mayor parte de su trabajo académico [(?) si se esta presumiendo cierta nacionalidad o si es posible que haya adquirido otra nacionalidad] (año de nacimiento [si se dispone]- año de muerte [en blanco si está vivo(a)]); grados académicos [si tienen un * significa que la respectiva tesis tuvo como director al profesor Newton C.A. da Costa] (área del postgrado) año y universidad; universidades o centros de investigación en las que ha estado vinculado, en su orden.

Para la universidades, se utilizarán las siguientes abreviaturas:

U. (Universidad de, University, etc.), P.U.C. (Pontificia Universidad Católica de ...), U.F. (Universidade Federal do/da ...), Unicamp (Universidade Estadual de Campinas), USP (Universidade de São Paulo).

Esta lista contiene información cierta, pero no completa, por lo cual cuando no se menciona nada respecto a los grados académicos de alguien, es porque no se ha podido encontrar información sobre sus estudios, especialmente sobre cuándo y dónde obtuvo su maestría y/o doctorado.

Debo agradecer a los profesores Newton da Costa, Walter Carnielli, Jean-Yves Béziau y Renato Lewin, que revisaron y complementaron esta lista. También al profesor Robert Meyer que, vía correo electrónico, me proporcionó datos acerca de los autores del ámbito australiano.

ALVES, Elias Humberto: brasileño (1936-); Filosofía 1968 USP, Maestría* (Fil.) 1976 USP, Doctorado (Fil.) 1973 P.U.C. São Paulo; Unicamp, U.F. Paraiba.

APOSTEL, Leo: belga; U. Ghent.

ARRUDA, Ayda Ignez: brasileña (1936-1983); Matemáticas 1959 U.C. Paraná, Doctorado* (Mat.) 1964 U.F. Paraná; U.C. Paraná, U.F. Paraná, Unicamp.

ASENJO, Florencio González: argentino (?); U. de La Plata, U. Southern Illinois, U. Pittsburgh.

BAZHANOV, Valentin: ruso; U. Kasán.

BATENS, Diderik: belga; U. Ghent.

BLAIR, H.: estadounidense; U. Syracuse.

BRADY, Ross T.: australiano; Doctorado U. St. Andrews; La Trobe U. (Victoria).

BUNDER, Martin, W: australiano; Doctorado U. St. Andrews; U. Wollongong.

CARNIELLI, Walter Alexandre: brasileño (1952-); Matemáticas 1975 Unicamp, Maestría (Mat.) Unicamp 1978, Doctorado* (Mat.) Unicamp 1982, Pos-doctorado 1988-1990 Universität Münster; Unicamp.

CHUAQUI, Rolando: chileno (1935-1994); Medicina 1960 U. de Chile, Doctorado (Log.) 1965 U. of California-Berkeley; U. de Chile, U. Princeton, P.U.C. de Chile, Stanford U., Unicamp, San Jose State U., P.U.C. de Chile.

DA COSTA, Newton Carneiro Affonso: brasileño (1929-); Ingeniería Civil 1952 U.F. Paraná, Matemáticas 1956 U.F. Paraná, Doctorado (Mat.) 1961 U.F. Paraná; U.F. Paraná, Unicamp, USP. Presidente de la *International Association for Paraconsistent Logic.*

DE ALCÂNTARA, Luiz Paulo: brasileño (1944-); Matemáticas 1968 U. do Brasil (U.F. Rio de Janeiro), Maestría* (Mat.) 1971 Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Doctorado (Mat.) 1977 P.U.C. São Paulo; U.C. Louvain, Unicamp.

DE MORAES, Lafayette: brasileño; Maestría* 1970 USP, Doctorado* 1973 P.U.C. São Paulo; P.U.C. São Paulo.

DORIA, Francisco A: brasileño; Física y Matemáticas; U.F. Rio de Janeiro.

D'OTTAVIANO, Itala Maria Loffredo: brasileña (1944-); Matemáticas 1966 P.U.C. Campinas, Maestría 1974 Unicamp, Doctorado* 1982 Unicamp, Pos-doctorado 1984-1985 U. California-Berkeley, Pos-doctorado 1988 Oxford U.; Unicamp.

DUBIKAJTIS, L.: polaco; U. Katowice.

FIDEL, Manuel: argentino; U. Nacional del Sur (Bahía Blanca).

FRENCH, Steven: inglés; Doctorado U. Londres; Unicamp, Southeast Missouri State U., U. Leeds.

GODDARD, L.: británico; U. New England, U. St. Andrews, Australian National U., U. Adelaide, U. Melbourne.

GRANA, Nicola: italiano (1949-); Filosofía U. Napoli 1972; U. degli Studi di Napoli.

GRANT, John: estadounidense; U. Florida.

GUILLAUME, Marcel: francés, U. de Clermont.

HAVAS, Katalin G.: húngara.

JAŚKOWSKI, Stanislaw: polaco (1906-1965).

KARPENKO, A.S.: ruso; U. Moscú.

KOTAS, Jerzy: polaco; M. Kopernikâ U. (Torun).

LOPARIĆ, Andréa María Altino de Campos: brasileña (1941-); Filosofía 1961 U.F. Pernambuco, Licencié (Fil.) 1965 U.C. Louvain, Doctorado 1988 (Log.) Unicamp; U.F. Pernambuco, Unicamp, USP.

LÓPEZ-ESCOBAR; Edgardo K.: argentino; M.I.T., U. Maryland.

ŁUKASIEWICZ, Jan: polaco; (1878-1956); Doctorado 1902 U. Lwów; U. Lwów, U. Varsovia, Royal Irish Academy (U. College of Dublin, Queen's U. Belfast, U. Manchester).

MARCONI, Diego: italiano; Dottore in Filosofia 1969 U. Torino, Maestría 1976 U. Pittsburgh, Doctorado 1980 U. Pittsburgh; U. Torino.

MEYER, Robert (Bob): estadounidense (1932-); Bachelor Degree 1953 Lehigh U., Doctorado 1966 U. Pittsburgh; Australian National U.

MIRÓ QUESADA, Francisco: peruano (1919-); U. de Lima, U. de San Marcos, U. Peruana Cayetano Heredia.

MORTENSEN, Chris: australiano (1945-); Doctorado U. Adelaide (U. Pittsburgh); Australian National U., U. Adelaide.

PEÑA, Lorenzo: español (1944-); Doctorado 1979 U. de l'État à Liège; P.U.C. Ecuador, U. de León, CSIC (Madrid).

PETROV, Sava: búlgaro (- 199?); U. Sofia.

PINTER, Charles C.: estadounidense; U. Bucknell (Lewisburg).

PLUMWOOD, Valerie (antes ROUTLEY): australiana; New England U., Australian National U., Macquarrie U. (Sydney), U. Tasmania, U. North Carolina State.

PRIEST, Graham: inglés; Doctorado 1974 U. Londres; U. Western Australia, U. Queensland.

RAGGIO, Andrés Rómulo: argentino (1927-1993); Doctorado 1955 U. Zurich; U. Nacional de Córdoba, U. Brasilia, C.N.R.C.-L.S.I. (Toulouse).

RESCHER, Nicholas: estadounidense; nacido en Alemania (1928-); Doctorado 1951 U. Princeton; U. Lehigh (Pennsylvania), U. Pittsburgh. Fundador y director de *American Philosophical Quarterly*.

ROUTLEY (SYLVAN), Richard: neozelandés (1932-); Doctorado Princeton U; U. Sydney, Australian National U.

ROUTLEY, Valerie: *ver* Plumwood, Valerie.

SETTE, Antonio Mário Antunes: brasileño (1939-); Matemáticas 1966 U.F. Pernambuco, Maestría* (Mat.) 1971 Unicamp, Doctorado* (Mat.) 1978 USP; Unicamp.

SLANEY, John K.: inglés; Maestría 1976 Cambridge U., Doctorado 1980 Australian National U.; U. of Durham, U. St. Andrews, U. Queensland, U. Edimburgh, Australian National U. (Automated Reasoning Project).

SUBRAHMANIAN, V.S.: hindú (?); Syracuse U., U. Maryland.

SMOLENOV, Hristo: búlgaro; Academia Búlgara de Ciencias. Secretario de la *International Association for Paraconsistent Logic*.

SYLVAN, Richard: nuevo apellido de R. Routley desde 198?.

TAMBURINO, J.: estadounidense (?); Doctorado 1972 U. Pittsburgh.

VAKARELOV, Dimiter: búlgaro; Doctorado 1977 U. Varsovia; Academia Búlgara de Ciencias.

VASILIEV, Nikolai Aliexándrovic: ruso (1880-1940); U. Kasán.

VERNENGO, Roberto: argentino; U. Buenos Aires.

VON WRIGHT, Georg Henrik: finlandés (1916-); Academy of Finland, (U. Cornell), U. Helsinki. Vicepresidente de la *International Association for Paraconsistent Logic.*

WOLF, Robert G.: estadounidense; Southern Illinois U. (Edwardsville).

AUTORES MÁS RECIENTES[1]

ABAR, Celina Aparecida Almeida Pereira: brasileña (1948-); Matemáticas P.U.C. São Paulo, Maestría (Mat.) 1979, Doctorado* (Mat.) 1985 P.U.C. São Paulo; P.U.C. São Paulo.

ABE, Jair Minoro: brasileño; Maestría* 1983 USP, Doctorado* 1992 USP; U. Estadual Paulista.

AVRON, Arnon: israelí; Doctorado 1984 U. Tel Aviv; U. Tel Aviv.

BÉZIAU, Jean-Yves: francés y suizo; Maestría 1990 U. Paris VII, Doctorado (Lóg.) 1995 U. Paris VII, Doctorado* (Fil.) USP; Laboratio Nacional de Computação Cientifica Rio de Janeiro.

BUENO, Otávio: brasileño; Doctorado* USP.

BUCHSBAUM, Arthur: brasileño; Maestría 1988 P.U. C. Rio de Janeiro. Doctorado 1995 P.U.C. Rio de Janeiro.

CAIERO, Roque da Costa: brasileño; Maestría* 1995 USP.

DA SILVA, Flavio Corrêa: brasileño; USP.

DA SILVA, Walzi: brasileño; Doctorado* 1990 USP; U.F. Fluminense.

DE SOUZA, Edelcio G.: brasileño, Maestria 1992 USP, Doctorado* 1995 USP; P.U.C. São Paulo.

DOS SANTOS, C.R.M.: brasileño; Maestría 1980 Unicamp; USP.

---

[1] Autores que comenzaron a publicar sobre lógica paraconsistente y temas vinculados, desde 1985, aproximadamente.

KRAUSE, Decio: brasileño; Doctorado* 1990 USP; U. F. Paraná.

LEWIN, Renato: chileno (1951-); Doctorado 1985 U. Colorado-Boulder; P.U.C. Chile.

LOKHORST, Gert-Jan: holandés (?); Erasmus U. (Rotterdam).

MIKENBERG, Irene: chilena (1950-); Doctorado 1978 P.U.C. Chile; P.U.C. Chile.

PEQUENO, Tarcisio Haroldo Cavalcante: brasileño (1948-); Ingeniería Civil 1970 U.F. Ceará, Maestría (Comp.) 1977 P.U.C. Rio de Janeiro, Doctorado (Comp.) 1981 P.U.C. Rio de Janeiro; U.F. Ceará.

PUGA, Leila Zardo: brasileña (1951-); Matemáticas 1974 P.U.C. São Paulo, Maestría 1980 P.U.C. São Paulo, Doctorado* (Mat.) 1985 P.U.C. São Paulo; P.U.C. São Paulo, USP.

PYNKO, Alexe P.: ucraniano; Academia de Ciencias de Ucrania.

SCHWARZE, Gloria: chilena (1950-); Doctorado 1985 P.U.C. Chile; P.U.C. Chile.

URBAS, Igor: eslovenio-australiano; Doctorado 1987 Autralian National U.; U. of Konstanz, Australian National U.

YAMASHITA, Mineko: brasileña (1942-); Matemáticas 1971 USP, Maestría (Mat.) 1978, Doctorado* 1985 P.U.C. São Paulo; P.U.C. São Paulo.

ANDRÉS BOBENRIETH M.

Luis Thayer Ojeda 1795, Providencia, Santiago / Chile.

Instituto de Estudios Humanísticos, Universidad de Valparaíso, 2 Norte 802, Viña del Mar / Chile.

BIBLIOGRAFÍA

Los textos están divididos en nueve grupos:

1. Escritos de Ayda I. Arruda
2. Escritos de Ayda I. Arruda en colaboración
3. Escritos de Newton C.A. da Costa
4. Escritos de Newton C.A. da Costa en colaboración
5. Publicaciones colectivas relacionadas con la lógica paraconsistente
6. Textos de lógica paraconsistente de otros autores
7. Trabajos de tesis sobre lógica paraconsistente
8. Textos sobre contradicción y lógica
9. Bibliografía general

Los cuatro primeros están ordenados en orden cronológico y los otros por orden alfabético según el apellido de sus autores.

La relación que se hace de los textos de Arruda contiene todos los textos publicados por esta autora, hasta donde se sabe. Algo bastante semejante ocurre con los textos de Newton da Costa, pues se han incluido todos los escritos por él solo, al menos hasta 1993, así como todos los textos en coautoría hasta 1985 y los posteriores relacionados con los tema tratados en el presente trabajo.

En toda esta bibliografía los textos más importantes se destacarán con un asterisco *, y, entre éstos, los que son referentes básicos se marcarán con dos **.

Al final de este libro, en el índice de autores, se señalan con **negrilla** las páginas en las que está la referencia bibliográfica de los textos escritos por cada autor, para hacer más fácil encontrar un texto en cualquiera de los nueve grupos.

1. ESCRITOS COMPLETOS DE AYDA IGNEZ ARRUDA

1963 Reseña de COPI, Irving: *Introduction to Logic. Revista Brasileira de Filosofia* vol. XIII, fasc. 49 (1963) p. 133-134.

1963a * "Uma questão de lógica". *Revista Brasileira de Filosofia* vol. XIII, fasc. 50 (1963) p. 261-264.

1963b Reseña de DA COSTA, Newton, C.A.: *Introdução aos Fundamentos da Matemática. Revista Brasileira de Filosofia* vol. XIII, fasc. 50 (1963) p. 301-305.

1964 "A evolução do método axiomático". *Revista Brasileira de Filosofia* vol. XIV, fasc. 54 (1964) p. 209-221.

1964a ***Considerações sobre os Sistemas Formais*** NF_n. Tesis de doctorado, Universidade Federal do Paraná, 1964.

1965 Reseña de DA COSTA, Newton: *Sistemas Formais Inconsistentes. Revista Brasileira de Filosofia* vol. XV, fasc. 60 (1965) p. 594-595.

1967 "Sur certaines hiérarchies de calculs propositionels". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 265 (nov. 1967) p. 641-644.

1968 "Sur certaines hiérarchies de calculs propositionels". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 266 (jan. 1968) p. 37-39.

1968a "Sur certaines hiérarchies de calculs propositionels". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 266 (avr. 1968) p. 897-900.

1968c Resumen "On the postulate of separation". *Notices of the American Mathematical Society* vol. 15 (1968) p. 399-400.

1969 "Sur certaines hiérarchies de calculs de prédicats". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 268 (mar. 1969) p. 629-632.

1969a "Sur certaines algèbres de classes non classiques". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 268 (mar. 1969) p. 677-680.

1970 "Sur les systèmes NF_i de da Costa". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Series A, t. 270, (avr. 1970) p. 1081-1084.

1970a "Sur le système NF_ω". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 270 (mai 1970) p. 1137-1139.

1971 "La mathématique classique dans NF_ω". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 272 (mai 1971) p. 1152-1153.

1971a Resumen de "On Griss' propositional calculus". *The Journal of Symbolic Logic* vol. 36, no. 3 (sep. 1971) p. 579.

1975 "Remarques sur les systèmes C_n". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 280 (mai 1975) p. 1253-1256.

1975a * "Le schéma de la separation dans les systèmes NF_n". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 280 (mai 1975) p. 1341-1342.

1975b * "Sistemas formais inconsistentes e teoria dos conjuntos". En Arruda, A. (ed.) *Atas do Simpósio de Lógica Matemática* (Campinas: IMECC-UNICAMP, 1975) p. 18-25.

1977 * "On the imaginary-logic of N. A. Vasil'év". En Arruda / da Costa / Chuaqui (eds.): *Non-Classical Logics. Model Theory and Computability* [Proceedings of the Third Latin-American Symposium on Mathematical Logic, Campinas 1976] (Amsterdam, New York, Oxford: North-Holland Publishing Co., 1977) p. 3-24. Resumen en *The Journal of Symbolic Logic* vol. 43, no. 2 (Jun. 1978) p. 352.

1978 "Some remarks on Griss' logic of negationless intuitionistic mathematics". En Arruda / da Costa / Chuaqui (eds.): *Mathematical Logic* [Proceeding of the First Brazilian Conference on Mathematical Logic]. Serie: *Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics* vol. 39 (New York: Marcel Dekker, 1978) p. 9-29.

1979 * "N. A. Vasiliev e a lógica paraconsistente". *Relatorio Interno* No. 140 (Campinas: IMECC-UNICAMP, s.f.) [Trabajo realizado como profesora visitante en el Instituto de Matemáticas de la Universidad Católica de Chile, oct-dic 1978].

1980 ** "A survey of paraconsistent logic". En Arruda / Chuaqui / da Costa (eds.): *Mathematical Logic in Latin America* [Proceedings of the IV Latin American Symposium on Mathematical Logic, Santigo, 1978] (Amsterdam, New York, Oxford: North-Holland Publishing Co., 1980) p. 1-41. Resumen en *The Journal of Symbolic Logic* vol. 46, no. 1 (Mar. 1981) p. 181. Traducción al español: ver Arruda 1988.

1980a "The Russell paradox in the systems NF_n". En Arruda / da Costa / Sette (eds.): *Proceeding of the Third Brazilian Conference on Mathematical Logic* (São Paulo: Sociedade Brasileira de Lógica, 1980) p. 1-12.

Publicaciones póstumas:

1984 * "N. A. Vasil'év: a forerunner of paraconsistent logic". *Philosophia Naturalis* vol. 21, no. 2-4 (1984) p. 472-491.

1985a * "Remarks on da Costa's paraconsistent set theories". *Revista Colombiana de Matemáticas* vol. XIX (1985) p. 9-24 [Número especial: Caicedo / Da Costa / Chuaqui: *Proceedings of the Fifth Latin American Symposium on Mathematical Logic*]. También *Relatorio Interno* No. 197 (Campinas: IMECC-UNICAMP, s.f.). Resumen en *The Journal of Symbolic Logic* vol. 48, no. 3 (Sep. 1983) p. 884.

1988 "Panorama de la lógica paraconsistente". En AA.VV. *Antología de la lógica en América Latina* (Valencia y Madrid: Universidad de Carabobo y Fundación Banco Exterior, 1988) p. 157-198.

1989 "Aspects of the historical development of paraconsistent logic". En Priest / Routley / Norman (eds.): *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent* (München, Hamden, Wien: Philosophia Verlag, 1989) p. 99-130.

1990 * ***N. A. Vasiliev e a Lógica Paraconsistente***. Campinas: Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência-UNICAMP, 1990. [Publicación de Arruda 1979].

2. Escritos completos de Ayda I. Arruda en colaboración

1964 con DA COSTA, Newton:
"Sur une théorème de Hilbert et Bernays". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Groupe 1, t. 258 (jui. 1964) p. 6311-6312.

1964a con DA COSTA, Newton:
"Sur une hiérarchie de systémes formels". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Groupe 1, t. 259 (nov. 1964) p. 2943-2945.

1966 con DA COSTA, Newton:
"Transformado no cálculo restricto de predicados". *Anais da Academia Brasileira de Ciências* vol. 38, no. 3/4, (dez. 1966) p. 285-390.

1966a con DA COSTA, Newton:
* "O paradoxo de Curry-Moh Shaw Kwei". *Boletim da Sociedade Matemática de São Paulo* 18, fasc. 1/2 (1966) p. 83-89. También en AA.VV. *Antología de la lógica en América Latina* (Valencia y Madrid: Universidad de Carabobo y Fundación Banco Exterior, 1988) p. 225-231.

1968 con DA COSTA, Newton:
Resumen de "Nota sobre la teoría de los tipos". *Revista de la Unión Matemática Argentina* vol. XXIII, no. 4 (1968) p. 199.

1968a con DA COSTA, Newton:
Resumen de "On the postulate of separation". *Notices of The American Mathematical Society* vol. 15, no. 2 (1968) p. 399-400.

1968b con DA COSTA, Newton:
Resumen de "Further considerations on the postulate of separation". *Notices of the American Mathematical Society* vol. 15 (1968) p. 555.

1970 con DA COSTA, Newton:

* "Sur le schéma de la séparatión". *Nagoya Mathematical Journal* vol. 38 (1970) p. 71-84.

1974 con DA COSTA, Newton:

* "Le schéma de la separation et les calculs J_n". *Mathematica Japonicae* vol. 19, no. 3 (1974) p. 183-186.

1977 con DA COSTA, Newton:

"Une sémantique pour le calcul $C_1^{=}$". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 284 (jav. 1977) p. 279-282.

1977 con DA COSTA, Newton / CHUAQUI, Rolando:

"A short history of the Latin American symposia". En Arruda / da Costa / Chuaqui (eds.): *Non-Classical Logics, Model Theory, and Computability* (Amsterdam, New York, Oxford: North-Holland Publishing Co., 1977) p. ix-xviii.

1979 con ALVES, Elias H.:

* "Some remarks on the logic of vagueness". *Bulletin of the Section of Logic, Polish Academy of Sciences* 8 (1979) p. 133-138 Resumen en *The Journal of Symbolic Logic* vol. 46, no. 1 (Mar 1981) p. 181.

1979a con ALVES, Elias H.:

* "A semantical study of some systems of vagueness logic". *Bulletin of the Section of Logic, Polish Academy of Sciences* 8 (1979) p. 139-144.

1982 con BATENS, Diderik:

* "Russell's set versus the universal set in paraconsistent set theory". *Logique et Analyse* 98 (jui. 1982) p. 121-133.

Publicaciones póstumas:

1984 con DA COSTA, Newton C.A.:

* "On the relevelant systems P and P* and some related systems". *Studia Logica* vol. XLIII, no. 1/2 (1984) p. 33-49.

3. ESCRITOS DE NEWTON C.A. DA COSTA

1954 ***Sôbre a Teoria Lógica da Linguagem.*** Curitiba: Edição «Prata de Casa» 1954. [Ver 1958b y 1962].

1954a "A natureza dos juízos matemáticos". *Anais do Congreso Internacional de Filosofia de São Paulo* vol. III, (1954) p. 807-811.

1955 "Nota sôbre o teorema de Wilson". *Anuario da Sociedade Paranaense de Matemática* vol. II (1955) p. 5-6.

1956 "Uma questão de filosofia de matemática". *Revista Brasileira de Filosofia* vol. VI, no. 3 (1956) p. 381-385. [Ver 1958a].

1956a "Une généralisation du théorème de Bouniakowski". *Anuario da Sociedade Paranaense de Matemática* vol. III (1956) p. 12-16.

1956b "Algums teoremas elementares sôbre divisibilidade". *Anuario da Sociedade Paranaense de Matemática* vol. III (1956) p. 60-63.

1956c "O estado actual da filosofia de matemática". *Anuario da Sociedade Paranaense da Matemática* vol. 3 (1956) p. 17-27. [Conferencia del 18-IX-1956] [Ver 1957a].

1956d ***O Circulo de Viena.*** Curitiba: Edições Prata de Casa, 1956.

1957 "Considerações sôbre o cálculo de Heyting". *Anuario da Sociedade Paranaense de Matemática* vol. 4 (1957) p. 42-46.

1957a "O estado actual da filosofia de matemática". *Revista Brasileira de Filosofia* vol. VII, no. 2 (1957) [Visto en 1956c].

1958 * "Nota sôbre o conceito de contradição". *Anuario da Sociedade Paranaense de Matemática (2a. Serie)* vol. 1 (1958) p. 6-8.

1958a "Uma questão de filosofia de matemática". *Anuario da Sociedade Paranaense de Matemática (2a. Serie)* vol. 1 (1958) p. 21-27. [Visto en 1956].

1958b "Sôbre a teoria lógica da linguagem". *Revista Brasileira de Filosofia* vol.8 (1958) p. 58-70. [Visto en 1954].

1958c "Uma propriedade dos números primos". *Revista da Faculdade de Filosofia da Universidade Católica do Paraná* vol. 3 (1958) p. 272-273.

1958d "Nota sôbre a lógica de Brouwer-Heyting". *Anuario da Sociedade Paranaense de Matemática (2a. Serie)* vol. 1 (1958) p. 9-10.

1959 *Espaços Topológicos e Funções Contínuas.* Tesis de doctorado, Universidade Federal do Paraná. También "Tese apresentada à Facultade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade do Paraná, em concurso para Docência Livre da Cadeira de Análise Matemática e Análise Superior" (Curitiba: s.e., 1959).

1959a * "Observações sôbre o conceito de existência em matemática". *Anuario da Sociedade Paranaense de Matemática (2a. Serie)* vol. 2 (1959) p. 16-19.

1959b "O significado da obra de Kurt Gödel para os fundamentos da matemática". *Revista Brasileira de Filosofia* vol. IX, no. 3 (1959) p. 310-319. [Ver da Costa / Barsotti 1957].

1959c "Lógica e linguagem". *Anais do Tereceiro Congreso Brasileiro de Filosofia* (1959) p. 225-228.

1960 "Conceptualización de la filosofía científica". *Revista de Filosofía de la Universidad de Costa Rica* vol. II, no. 8 (1960) p. 363-366.

1960a "Correções ao artigo 'Considerações sôbre o cálculo de Heyting' ". *Anuario da Sociedade Paranaense de Matemática (2a. Serie)* vol. 3 (1960) p. 38.

1961 *Teoria dos Conjuntos e Espaços Métricos.* [Traducción de un curso dictado por el prof. E.H. Spanier en la Universidad de Chicago] Curitiba: Sociedade Paranaense de Matemática, 1961.

1962 * ***Introdução aos Fundamentos da Matemática.*** Porto Alegre: Globo, 1962 (São Paulo: Ed. Hucitec, 2ª ed. 1977, 3ª ed. 1992).

1962a "Sôbre a naturaleza dos juízos matematicos". *Revista Brasileira de Filosofia* vol. XII, fasc. 46 (1962) p. 207-208.

1962b "Um currículo para a formação do profesor de matemática do ensino secundario". *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática* vol. 5 (1962) p. 45-47.

1962c "A situçao actual da lógica". *Anais do Quarto Congreso Brasileiro de Filosofia* p. 437-441.

1962d Resumen de "Sôbre un sistema do cálculo proposicional clásico". *Resumo das Comunicações, XIV Reunião Anual da Sociedade Brasileira para o Progreso da Ciência* (1962) p. 1.

1962e Reseña de KLEENE, S.C.: *Introduction to Metamathematics. Revista Brasileira de Filosofia* vol. XII, fasc. 47 (1962) p. 407-409.

1962f Reseña de HILBERT, D. / ACKERMANN, W.: *Elementos de lógica teórica. Revista Brasileira de Filosofia* vol. XII, fasc. 48 (1962) p. 543-544.

1963 ** ***Sistemas Formais Inconsistentes.*** ("Tese apresentada à Facultade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade do Paraná, em concurso para profesor catedrático da cadeira de Análise Mathemática e Análise Superior"). Rio de Janeiro: Nucleo de Estudios e Pesquisas Cientificas do Rio de Janeiro, 1963 (Curitiba: Editora UFPR, 2a. ed. 1993).

1963a Reseña de STAHL, Gerold: *Introducción a la lógica simbólica. Revista Brasileira de Filosofia* vol. XII, fasc. 49 (1963) p. 130-131.

1963b Reseña de BETH, E.W.: *Les fondements logiques des mathématiques. Revista Brasileira de Filosofia* vol. XII, fasc. 50 (1963) p. 300.

1963c Reseña de RUSSELL, Bertrand: *Introdução à Filosofia da Matemática. Revista Brasileira de Filosofia* vol. XIII, fasc. 51 (1963) p. 458-460.

1963d "A situação atual da teoria dos conjuntos". *Revista Brasileira de Filosofia* vol. XIII fasc. 52 (1963) p. 529-534 [Conferencia de noviembre de 1962]. También *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática* vol. 6, no. 2/3 (1963) p. 40-43.

1963e "Lições de análise matemática". [Cinco fascículos mimeografiados] *Facultade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade Federal do Paraná.*

1963f * "Calculs propositionnels pour les systèmes formels inconsistants". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Groupe 1, t. 257 (1963) p. 3790-3792.

1964 * "Calculs de prédicats pour les systèmes formels inconsistants". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Groupe 1, t. 258 (jav.1964) p. 27-29.

1964a * "Calculs de prédicats avec égalité pour les systèmes formels inconsistants". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Groupe 1, t. 258 (jav.1964) p. 1111-1113.

1964b * "Calculs de descriptions pour les systèmes formels inconsistants". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Groupe 1, t. 258 (feb. 1964) p. 1366-1368.

1964c * "Sur un système inconsistant de théorie des ensembles". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Groupe 1, t. 258 (mar. 1964) p. 3144-3147.

1964d Reseña de LIARD, L.: *Lógica. Revista Brasileira de Filosofia* vol. XIV, fasc. 53 (1964) p. 146-147.

1964e "Vicente Ferreira da Silva e a lógica". *Revista Brasileira de Filosofia* vol. XIV, fasc. 56 (1964) p. 499-508.

1965 * "Sur les systèmes formels C_i, C_i^*, $C_i^=$, D_i et NF_i". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Groupe 1, t. 260 (mai. 1965) p. 5427-5430.

1965a Resumen de "Some properties of two systems of set theory". *Notices of the American Mathematical Society* vol. 12, no. 4 (Jun.1965) p. 472.

1965b Resumen de "Non-monotone operations in lattices". *Notices of the American Mathematical Society* vol. 12, no. 5 (Aug. 1965) p. 601.

1965c Reseña de HEGENBERG, Leônidas: *Introdução à Filosofia da Ciência. Revista Brasileira de Filosofia* vol. XV, fasc. 60 (1965) p. 583-587.

1965d "On two systems of set theory". *Proceedings Konenkl. Ak. Wetens.* 68 (1965) p. 95-99.

1966 "Opérations non monotones dans les treillis". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 263 (oct. 1966) p. 429-432.

1967 "Filtres et idéaux d'une algèbre C_n". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 264 (mar. 1967) p. 549-552.

1967a "Two formal systems of set theory". *Proceedings Konenkl. Ak. Wetens.* 70 (1967) p. 45-51.

1967b ***Algebras de Curry***. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1967.

1967c "Une nouvelle hiérarchie de théories inconsistents". *Publications du Department de Mathématiques, Université de Lyon* 4 (1967) p. 2-4.

1967d "Un nouveau système formel suggéré par Dedecker". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 265 (juil. 1967) p. 85-88.

1967e Resumen de "Universes of Ehresmann-Dedecker". *Notices of the American Mathematical Society* vol.14, no.5 (1967) p. 712.

1968 Reseña de MATES, Benson: *Lógica Elementar. Revista Brasileira de Filosofia* vol. XVIII, fasc. 70 (1968) p. 236-239.

1968a Reseña de HEGENBERG, Leonidas: *Lógica Simbóllica. Revista Brasileira de Filosofia* vol. XVIII, fasc. 70 (1968) p. 239-241.

1969 "On a set theory suggested by Dedecker and Ehresmann". *Proc. Japan Academy of Sciences* 45 (1969) p. 880-888.

1970 "On the underlying logic of two systems of set theory". *Proceedings Konenkl. Ak. Wetens.* 73 (1970) p. 1-8.

1971 * "Remarques sur le système NF_i". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 272 (mai 1970) p. 1149-1151.

1971a Resumen de "On the systems T and T*". *The Journal of Symbolic Logic* vol. 36, no. 3 (Sep. 1971) p. 578.

1972 "Modèles et universes de Dedecker". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 275 (1972) p. 483-486. Traducción al español "Modelos y universos de Dedecker", en AA.VV. *Antología de la lógica en América Latina* (Valencia y Madrid: Universidad de Carabobo y Fundación Banco Exterior, 1988) p. 443-447.

1973 "Sobre o conceito de transformada no cálculo restrito de predicados". *Serie Matemática USP* No. 2 (1973) p. 53-57.

1974 "α-Models and systems T and T*". *Notre Dame Journal of Formal Logic* vol. XV, no.3 (1974) p. 443-454. Traducción al español: "Los modelos-α y los sistemas T y T(*)", en AA.VV. *Antología de la Lógica en América Latina* (Valencia y Madrid: Universidad de Carabobo y Fundación Banco Exterior, 1988) p. 43-57.

1974a * "Remarques sur les calculs C_n, C_n^*, $C_n^=$ et D_n". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t.278 (mar. 1974) p. 819-821.

1974b ** "On the theory of inconsistent formal systems". *Notre Dame Journal of Formal Logic* vol. XV, no.4 (1974) p. 497-510.

1975 * "Remarks on Jaśkowski's discussive logic". *Reports on Mathematical Logic* vol.4 (1975) p. 7-16.

1975a Reseña de ASENJO, F.G. / TAMBURINO, J.: "Logic of antinomies". *Mathematical Reviews* vol. 50, no. 5 (Nov. 1975) p. 1311-1312.

1980 "A model-theoretical approach to variable binding term operators". En Arruda / Chuaqui / da Costa: *Mathematical Logic in Latin America* [Proceedings of the IV Latin American Symposium on Mathematical Logic, Santiago, 1978] (Amsterdam, New York: North-Holland Publishing Company, 1980) p. 133-162. Resumen en *The Journal of Symbolic Logic* vol. 46, no. 1 (Mar. 1981) p. 184.

1980a ** ***Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica***. São Paulo: Hucitec y Editora da Universidade de São Paulo, 1980.

1981 ***Lógica Inductiva e Probabilidade***. São Paulo: Publicações do Instituto de Matemáticas e Estadística da Universidade de São Pulo, 1981 (São Paulo: Hucitec, Editora da Universidade de São Paulo, 2a. ed. 1993).

1981a "El símbolo ε de Hilbert". *Lecturas Matemáticas* vol. II, no. 1 (1981) p. 1-13.

1981b Reseña de MARCONI, D.: *La Formalizzazione della Dialettica. Cuadernos de História e Filosofia da Ciência* 2 (1981) p. 107-109.

1981c Resumen de "A modal theoretical approach to variable binding term operators". *The Journal of Symbolic Logic* vol. 46, no. 1 (Mar. 1981) p. 184.

1982 ** "The philosophical import of paraconsistent logic". *The Journal of Non-Classical Logic* vol. 1, no. 1 (1982) p. 1-19.

1982a * "Logic and Ontology" *Prepublicações do CLE* No. 3. (Campinas: UNICAMP, 1982) 20 pp. [Ver 1988b].

1982b "Ciencia y verdad" (Informe técnico). *Facultad de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Chile* (Santiago: 1982) 15pp. [ver 1985]

1983 Resumen de "Semantical remarks on modal logic". *The Journal of Symbolic Logic* vol. 48, no. 3 (Sep. 1983) p. 885.

1985 "Ciencia e verdade". *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática (2a. Serie)* vol. 6 (1985) p. 79-93 (traducción de M. Yamashita) [Ver 1982b].

1985a "Scientific Curriculum Vitae". En de Alcântara, L.P. : *Mathematical Logic and Formal Systems* (volumen dedicado al Prof. Newton C.A. da Costa). Serie: *Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics* 94 (New York, Basel: Marcel Dekker, 1985) p. 1-16.

1986 "Tarski, Sebastião e Silva e o conceito de estrutura". *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática (2a. Serie)* vol. 7 (1986) p. 137-145.

1986a * "On Paraconsistent set theory". *Logique et Analyse* 115 (1986) p. 361-371.

1986b "Pragmatic probability". *Erkenntnis* 25, (1986) p. 141-162. Resumen en *The Journal of Symbolic Logic* vol. 49, no.4 (1984) p. 1432.

1987 ** "An overview of paraconsistent logic in the 80's". *Monografias da Sociedade Paranaense de Matemática* No. 5, (Curitiba: 1987) 39pp. [Ver da Costa / Marconi 1989].

1987a "An outline of a system of inductive logic". *Theoria* vol.7 (1987) p. 3-13.

1987b "O conceito de estructura en ciência". *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática (2a. Serie)* vol. 8 (1987) p. 1-22.

1987c "Lógica e psicanálise". *Clínica Lacaniana (Publicação de Psicanálise da Bliblioteca Freudiana Brasileira)* no. 2 (1987) p. 53-67 [Conferencia del 7-12-85].

1988 "New systems of predicate deontic logic". *The Journal of Non-Classical Logic* vol. 5, n. 5 (1988) p. 75-80.

1988a "A new approach to deontic logic". *Anales del Congreso Internacional de Filosofía de Córdoba* (Argentina) (1988) p. 1261-1272.

1988b "Logic and ontology". [Texto en búlgaro] *Critica* vol. 4 (1988) p. 25-34 [Ver 1982a].

1989 * "Aspectos de la filosofía de la lógica de Lorenzo Peña". *Arbor* t. CXXXII, no. 520 (abril 1989) p. 9-32.

1989a "Matemática e paraconsistencia". *Monografias da Sociedade Paranaense de Matemática No.* 7 (Curitiba: 1989) 26pp. (Reseñado por D'Ottaviano en *Mathematical Reviews* 90f:03047).

1989b "Logic and Pragmatic Truth". En Fenstad, J.E. *et al.* (eds.): *Logic, Methodology and Philosophy of Science* VIII. (Elsevier, 1989) p. 247-261.

1990 "Logics that are both paraconsistent and paracomplete". *Atti. Acc. Lincei Rend. Fis.* 83 (1990) p. 29-32. Resumen en *Mathematical Reviews* 92i:03022.

1990a "Novos fundamentos para a lógica deôntica". *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática* vol. 11 (1990) p. 5-9. (Reseñado por Carnielli en *Mathematical Reviews* 92a:03021).

1990b "Razionalità, logica e matematica". *Criterio* VIII (1990) p. 102-106.

1991 Reseñas de AVRON, Arnon: "Relevance and paraconsistency - a new aproach". "Relevance and paraconsistency - a new approach II. The formal systems". *Mathematical Reviews* 91i:03045 y 91i:03046.

1991a Reseña de MORTERSEN, Chris: "Models for inconsistent and incomplete differential calculus". *Mathematical Reviews* 91k:03065.

1992 "Conjetura e quase-verdade". En Lafer, C./ Ferraz jr., T.S. (eds.): *Direito, Política, Poesia. Estudios em Homenagem ao Prof. M. Reale.* (Saraiva, 1992) p. 77-84.

1992a "Logica e inteligencia artificial". En Alves, J.L. (ed.): *Information Technology & Society* (Lisboa: SPF, 1992) p. 127-132.

1992b "La filosofía de la lógica de Francisco Miró Quesada". Posiblemente en Sobrevilla, D./ García B.D. (eds.) *Lógica razón y humanismo: la obra filosófica de Francisco Miró Quesada* (Lima: Universidad de Lima, 1992).

1993 "Memorial científico". [Escrito mecanografiado] São Paulo: marzo de 1993.

1993a Reseña de PRIEST, Graham: "Minimally inconsistent LP." *Mathematical Reviews* 93e:03037.

1993b Reseña de NORMAN, Jean / SYLVAN, Richard (eds.): *Directions in relevant logic. The Journal of Symbolic Logic* vol. 58, no.4 (Dec. 1993) p. 1466-1468.

1996 ***Logiques classiques et non classiques***. Paris: Masson, 1996. [Traducción de *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica* (da Costa 1980a) hecha por Jean-Yves Béziau, con un anexo (Béziau 1996)].

1996+ ***O Conocimiento Científico***. Por aparecer en Brasil. (Al final de cada capítulo incluye notas y complementos del autor y de varios colaboradores: J.Y. Béziau, O. Bueno, R. C. Caiero, A. M. N. Coelho, E. de Souza, F.A. Doria, S. French, D. Krause, N. Papavero, M. Tsuji). [La Universidad Autónoma de México me encargó hacer una traducción de este libro, que probablemente será publicada el próximo año].

4. ESCRITOS DE NEWTON C.A. DA COSTA EN COLABORACIÓN

1956 con CARDOSO, J.M. (Escrito por Odavino TOMIO):
"As estruturas dá matemática". *Anuario da Sociedade Paranaense de Matemática* vol. III (1956) p. 42-49.

1957 con BARSOTTI, Leo:
"Kurt Gödel e os problemas da matemática actual". *Anuario da Sociedade Paranaense de Matemática* vol. 4 (1957) p. 53-60.

1964 con ARRUDA , Ayda I.:
"Sur une théorème de Hilbert et Bernays". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Groupe 1, t. 258 (jui. 1964) p. 6311-6312.

1964a con ARRUDA, Ayda:
* "Sur une hiérarchie de systèmes formels". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Groupe 1, t. 259, (nov. 1964) p. 2943-2945.

1964 con GUILLAUME , Marcel:

* "Sur les calculs C_n". *Anais da Academia Brasileira de Ciências* vol. 36, no. 4 (dez. 1964) p. 379-382.

1965 con GUILLAUME, Marcel:

* "Négations composées et loi de Peirce dans les systèmes de C_n". *Portugaliae Mathematica* vol. 24, fasc. 4 (1965) p. 201-210.

1966 con ARRUDA, Ayda I.:

"Transformada no cálculo restricto de predicados". *Anais da Academia Brasileira de Ciências* vol. 38, no. 3/4 (dez. 1966) p. 385-390.

1966a con ARRUDA, Ayda:

* "O paradoxo de Curry-Moh Shaw Kwei". *Boletim de Sociedade Matemática de São Paulo* 18, fasc. 1/2 (1966) p. 83-89. También en AA.VV. *Antología de la Lógica en América Latina* (Valencia y Madrid: Universidad de Carabobo y Fundación Banco Exterior 1988); p. 225-231.

1967 con DE CAROLI, A.:

"Remarques sur les universes d'Ehresmann-Dedecker". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 265 (dec. 1967) p. 761-763.

1967 con DUBIKAJTIS, L.:

Resumen de "On Jaśkowski's propositional calculus". *Notices of the American Mathematical Society* vol. 14, no.5 (1967) p. 712.

1968 con ARRUDA, Ayda:

Resumen de "Nota sobre la teoría de los tipos". *Revista de la Unión Matemática Argentina* vol. XXIII, no. 4 (1968) p. 199.

1968a con ARRUDA, Ayda:

Resumen de "On the postulate of separation". *Notices of The American Mathematical Society* vol. 15, no. 2 (1968) p. 399-400.

1968b con ARRUDA, Ayda:
Resumen de "Further considerations on the postulate of separtion". *Notices of the American Mathematical Society* vol. 15 (1968) p. 555.

1968 con DUBIKAJTIS, L.:
"Sur la logique discoursive de Jaśkowski". *Bull. Acad. Polonaise des Sciences* 16, p. 551-557.

1969 con BARROS, C.M.:
Resumen de "The predicate calculus of order ω as the underlying logic of set theory". *Notices of the American Mathematical Society* vol. 16, no.5 (1969) p. 845.

1969 con SETTE, Antonio:
"Les algébres C_ω". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciencies de Paris* Serie A, t, 268 (mai 1969) p. 1011-1014.

1970 con ARRUDA, Ayda I.:
* "Sur le schéma de la séparation". *Nagoya Mathematical Journal* vol. 38 (1970) p. 71-84.

1970 con BRIGNOLE, Diana:
"Sur le systèmes D* sugéré par Dedecker". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 270 (mai 1970) p. 841-844.

1970a con BRIGNOLE, Diana:
Resumen de "On supernormal Ehresmann-Dedecker universes". *Notices of the American Mathematical Society* vol. 17, no. 5 (Aug. 1970) p. 833.

1970 con D'OTTAVIANO, Itala:
* "Sur un problème de Jaśkowski". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 270 (mai. 1970) p. 1349-1353.

1971 con BRIGNOLE, Diana:
"On Ehresmann-Dedecker universes". *Math. Zeitschrift* 122 (1971), p. 342-350. Resumen en *Notices of the American Mathematical Society* vol. 17, no. 2 (Feb. 1970) p. 453-454.

1974 con ARRUDA, Ayda I.:
* "Le schéma de la séparation et les calculs J_n". *Mathematica Japonicae* vol. 19, no. 3 (1974) p. 183-186.

1975 con DRUCK, I.F.:
"Sur les «vbtos» selon M. Hatcher". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 281 (1975) p. 741-743.

1976 con ALVES, Elias H.:
* "Une sémantique pour le calcul C_1". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 283 (oct. 1976) p. 729-731.

1976 con DIAS, Matias F.:
"Sur le système D* de théorie des ensembles". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 282 (1976) p. 5-7.

1976 con PINTER, Charles C.:
"α-Logic and infinitary languages". *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* Bd. 22 (1976) p. 105-112.

1977 con ALVES, Elias H.:
* "A semantical analysis of the calculi C_n". *Notre Dame Journal of Formal Logic* vol. XVIII, no. 4 (1977) p. 621-630.

1977 con ARRUDA, Ayda I.:
* "Une sémantique pour le calcul $C_1^{=}$". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris* Serie A, t. 284 (jav. 1977) p. 279-282.

1977 con ARRUDA, Ayda I. / CHUAQUI, Rolando:
"A short history of the Latin American logic symposia". En Arruda / Chuaqui / da Costa (eds.): *Non-Classical Logics, Model Theory and Computability* [Proceedings of the Third Latin-American Symposium on Mathematical Logic, Campinas 1976] (Amsterdam, New York, Oxford: North-Holland Publishing Co., 1977) p. ix-xviii.

1977 con DUBIKAJTIS, L.:

* "On Jaśkowski's Discussive Logic". En Arruda / da Costa / Chuaqui (eds.): *Non-Classical Logics, Model Theory and Computability* [Proceedings of the Third Latin-American Symposium on Mathematical Logic, Campinas 1976] (Amsterdam, New York, Oxford: North-Holland Publishing Co., 1977) p. 37-56. Resumen en *The Journal of Symbolic Logic* vol. 43, no. 2 (Jun. 1978) p. 354.

1977 con KOTAS, Jerzy:

"On some modal logical systems defined in connexion with Jaśkowski's problem". En Arruda, Chuaqui y da Costa (eds.): *Non-Clasical Logics, Model Theory and Computability* [Proceedings of the Third Latin-American Symposium on Mathematical Logic, Campinas 1976] (Amsterdam, New York, Oxford: North-Holland Publishing Co., 1977) p. 57-73. Resumen en *The Journal of Symbolic Logic* vol. 43, no. 2 (Jun. 1978) p. 354-355.

1978 con KOTAS, Jerzy:

* "On the problem of Jaśkowski and the logic of Łukasiewicz" En Arruda / da Costa / Chuaqui (eds.): *Mathematical Logic* [Proceedings of The First Brazilian Conference] Serie: *Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics* vol. 39 (New York: Marcel Dekker, 1978) p. 127-139. Resumen en *The Journal of Symbolic Logic* vol. 43, no. 2 (Jun. 1978) p. 354.

1979 con KOTAS, Jerzy:

"A New Formulation of Discussive Logic". *Studia Logica* vol. XXXVIII, no.4 (1979) p. 429-445.

1980 con KOTAS, Jerzy:

"Some problems on logical matrices and valorizations". En Arruda / da Costa / Sette (eds.): *Proceeding of the Third Brazilian Conference on Mathematical Logic* (São Paulo: Sociedade Brasileira de Lógica, 1980) p. 131-146.

1980 con SÁNCHEZ, Clara H.:

"La formación de la Escuela Matemática Polonesa". *Lecturas Matemáticas* vol. I, no. 3 (1980) p. 292-296.

1980 con WOLF, Robert G.:

** "Studies in paraconsistent logic I: The dialectical principle of the unity of opposites". *Philosophia (Philosophical Quarterly of Israel)* vol. 9, no. 2 (1980) p. 189-217.

1981 con ALVES, Elias H.:

* "Relations between paraconsistent logic and many-valued logic". *Trabalhos do Departamento de Matemática* No. 15. (São Paulo: Universidade de São Paulo, 1981). También *Bulletin of the Section of Logic, Polish Academy of Sciences* vol. 10 (1981) p. 185-191.

1981 con MORTENSEN, Chris:

"Variable binding term operators in modal logic". *Prepublicações do CLE* (Campinas: Unicamp, 1981). También posiblemente en Figueiredo, D.G. / Izé, A.F./ Hönig C.S. (eds.) *Atlas da Sociedade Brasileira de Matemática* 10.

1982 con ALVES, Elias H.:

* "On a paraconsistent predicate calculus". En Alas, O.T. / da Costa, N.C.A. / Hönig, C.S. (eds.) *Collected papers dedicated to profesor Edison Farah on the occasion of his retirement* (São Paulo: IME-USP, 1982) p. 83-90.

1983 con MORTENSEN, Chris:

"Notes on the theory of variable binding term operators". *History and Philosophy of Logic* 4 (1983) p. 63-72.

1984 con ARRUDA, Ayda I.:

* "On the relevalant systems P and P* and some related systems". *Studia Logica* vol. XLIII, no.1/2 (1984) p. 33-49.

1984 con LOPARIC, Andrea:

"Paraconsistency, paracompleteness and valuations". *Logique et Analyse* no. 106 (jui. 1984) p. 119-131.

1985 con CHUAQUI, Rolando:

"The logic of pragmatic truth". Prepublicación de la Pontificia Universidad Católica de Chile (Santiago: 1985).

1985a con CHUAQUI, Rolando:

"Interpretaciones y modelos en ciencia". *Revista Universitaria* (Universidad Católica de Chile) no. 16 (1985) p. 72-79.

1985 con WOLF, Robert G.:

** "Studies in Paraconsistent Logic II: Quantifiers and The Unity of Opposites". *Revista Colombiana de Matemáticas* vol. 19 (1985) p. 56-67 [Número especial : Caicedo / da Costa / Chuaqui: *Proceedings of the Fifth Latin American Symposium on Mathematical Logic*] Resumen en *The Journal of Symbolic Logic* vol. 48, no. 3 (1983) p. 890.

1986 con CARNIELLI, Walter A.:

* "On paraconsistent deontic logic". *Philosophia (Philosophical Quarterly of Israel)* vol. 16 (1986) p. 293-305.

1986 con DE ALCÂNTARA, Luiz P.:

"A note on type theory". *C. R. Acad. Bulgare des Sciences* 39 (1986) p. 5-7.

1986 con FRENCH, Steven:

"The Logic of Self-Deception". Escrito mecanografiado, sin datos.

1986 con LOPARIC, Andrea:

"Paraconsistency, paracompleteness and induction". *Logique et Analyse* no. 113 (jui. 1984) p. 73-80.

1986 con MARCONI, Diego:

"A note on paracomplete logic". *Rendiconti dell'Accad. Naz. dei Lincei* 80 (1986) p. 504-509. (Reseñado por D'Ottaviano en *Mathematical Reviews* 90c:03016).

1986 con MIKENBERG, Irene / CHUAQUI, Rolando:

* "Pragmatic Truth and Approximation to Truth". *The Journal of Symbolic Logic* vol. 51 (1986) p. 201-221. Resumen en *The Journal of Symbolic Logic* vol. 49 no. 4 (1984) p. 1432.

1987 con DE ALCÂNTARA, Luiz P.:

"Remarks on higher-order modal logic". *Acta Científica Venezolana* 38 (1987) p. 282-284.

1987 con MARCONI, Diego:

"An overview of paraconsistent logic in the 80s". *Monografias da Sociedade Paranaense de Matemática* No. 5 (Curitiba: 1987) 39pp. [Ver da Costa / Marconi 1989]

1987 con PUGA, Leila Z.:
"Sobre a lógica deôntica não-clásica". *Crítica* vol. XIX, no. 55 (abr. 1987) p. 19-36.

1987a con PUGA, Leila Z.:
"Lógica deôntica e direito". *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática (2a. Serie)* vol. 8 (1987) p. 141-154.

1988 con CARRION, Rejane:
Introdução à Lógica Elementar. Porto Alegre: Ed. da Universidade UFRGS, 1988.

1988 con CHUAQUI, Rolando:
"On Suppes' set theoretical predicates". *Erkenntnis* 29 (1988) p. 95-112.

1988 con DE ALCÂNTARA, Luiz P.:
* "The scientific work of A. I. Arruda". En Carnielli / de Alcântara (eds.): *Methods and Aplications of Mathematical Logic* [Proceedings of the VII Latin American Symposium on Mathematical Logic, 1985 in Campinas]. Serie: *Contemporary Mathematics* vol. 69 (Providence, Long Island: American Mathematical Society, 1988) p. 1-15.

1988 con FRENCH, Steven:
* "Belief and contradiction". *Crítica* 20 (1988) p. 3-11.

1988a con FRENCH, Steven:
"Pragmatic probability, logical omniscience and the Popper-Miller argument". *Fundamenta Scientiae* no. 9 (1988) p. 43-53.

1988 con PUGA, Leila Z.:
"On the imaginary logic of N. A. Vasiliev". *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* Bd. 34 (1988) p. 205-211.

1988 con PUGA, Leila Z. y CARNIELLI, Walter A.:
* "Kantian and non-Kantian logics". *Logique et Analyse* vol. 31, no. 121-122 (1988) p. 3-9.

1988 con SYLVAN, Richard:
"Cause as an implication" *Studia Lógica* vol. 47, no. 4 (1988) p. 413-428. (Reseñado por R. Girle en *Mathematical Reviews* 91a:03054).

1989 con FRENCH, Steven:
"Pragramatic truth and the logic of induction". *The British Journal for the Philosophy of Science* 40 (1989) p. 333-356.

1989a con FRENCH, Steven:
"On the Logic of Belief". *Philosophy and Phenomenological Research* 49 (1989) p. 431-446.

1989b con FRENCH, Steven:
"In contradiction". *The Philosophical Quarterly* vol. 39, p. 498-502.

1989 con KOTAS, J.:
"Problem of modal and discussive logics". En Priest / Routley / Norman (eds.): *Paraconsistent Logic. Essays on the Inconsistent* (München, Hamden, Wien: Philosophia Verlag, 1989) p. 227-244.

1989 con MARCONI, Diego:
** "An overview of paraconsistent logic in the 80s". *The Journal of Non-Classical Logic* vol. 6, no. 1 (1989) p. 5-32.

1989 con SUBRAHMANIAN, V.S.:
"Paraconsistent logic as a formalism for reasoning about inconsistent knowledge bases". *Artificial Intelligence in Medicine* 1 (1989) p. 167-174.

1990 con DORIA, F.A. / DE BARROS, J.A.:
"A Suppes predicate for general relativity and set-theoretically generic spacetimes". *International Journal of Theoretical Physics* 29 (1990) p. 935-961.

1990 con FRENCH, Steven:
"Belief, contradiction and the logic of self-deception". *The American Philosophical Quarterly* vol. 27, no. 3 (Jul. 1990), p. 179-197.

1990a con FRENCH, Steven:
"The model-theoretic approach in the philosophy of Science". *Philosophy of Science* no. 57 (1990) p. 248-265.

1990 con PUGA, L.C. / VERNENGO, R.J.:
"Derecho, moral y preferencias valorativas". *Theoria (2a. Época)*, año V, no. 12-13 (nov. 1990) p. 9-29.

1991 con CHUAQUI, Rolando:
"The Logic of Quasi-Truth". Informe técnico 8 (Santiago: Pontificia Universidad Católica de Chile, Facultad de Matemáticas, 1991) 17pp. [Ver da Costa / Chuaqui / Bueno 1996+]

1991 con DORIA Francisco A.:
"Undecidability and incompleteness in classical mechanics". *International Journal of Theoretical Physics* vol. 30, no. 8 (1991) p. 1041-1073.

1991 con FRENCH, Steven:
** "Paraconsistency". En Burkhardt, H. / Smith, B. (eds.): *Handbook of Metaphysics and Ontology* (Munich, Vienna: Philosophia, 1991) p. 656-658.

1991 con SUBRAHMANIAN, V.S.:
"Remarks on annotaded logic". *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* Bd. 37 (1991) p. 561-570.

1991 con SUBRAHMANIAN, V.S. / HENSCHEN, L.J.:
"Reasoning in paraconsistent logics". En Boyer, R.S. (ed.): *Automated Reasoning* (Dordrecht: Kluger Academic Pub., 1991) p. 181-204.

1991 con SUBRAHMANIAN V.S. / VAGO, Carlo:
"The paraconsistent logic P$\mathscr{T}$". *Zeitschrift für mahematische Logik und Grundlagen der Mathematik* Bd. 37 (1991) p. 139-148.

1991/2 con DE ALCÂNTARA, L.P. :
"On paraconsistent set theories". *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática (2a. Série)* vol. 12/3, no. 1/2 (1991/2) p. 77-81.

1992 con DORIA, Francisco A.:
"On the incompleteness of axiomatized models for the empirical sciences". *Philosophica* 50 (1992) p. 901-928.

1992a con DORIA, Francisco A.:
"Suppes predicates for classical physics". En Echeverría, J. *et al.* (eds.): *The Space of Mathematics* (Berlin / New York: Walter de Gruyter, 1992).

1992+ con DORIA, Francisco A.:
"Structures, Suppes predicates and boolean-valued models in physics", por aparecer en Hintikka, J. (ed.): *Festschrift in Honor of Prof. V. Smirnov on his 60th Birthday.*

1992 con PUGA, Leila Z./ VERNENGO, Roberto J.:
"Normative logics, morality and law". En Martino, A. (ed.): *Experts Systems in Law* (Elsevier Publischers B.V., 1992) p. 345-365.

1993 con BÉZIAU, Jean-Yves:
"Carnot's logic". *Bulletin of the Section of Logic, Polish Academy of Sciences* 22 (1993) p. 98-105.

1993a con BÉZIAU, Jean-Yves:
"La theorie de la valuation en question". En Abad, M. (ed.): *Proceedings of the Ninth Latin American Symposium on Mathematical Logic* (Bahía-Blanca: Universidad del Sur, 1993) p. 95-104.

1993 con DORIA, Francisco A. / FURTADO DE AMARAL, A. F.:
"Dynamical system where proving chaos is equivalent to proving Fermat's conjecture". *International Journal of Theoretical Physics* vol. 32 (1993) p. 2187-2206.

1993 con FRENCH, Steven:
"Towards an acceptable theory of acceptance: partial structures, inconsistency and correspondence". En French, S. / Kamminga, H. (eds.): *Correspondence, Invariance and Heuristics* (Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1993) p. 137-158.

1993a con FRENCH, Steven:
"A model theoretic approach to 'natural' reasoning". *International Studies in Philosophy of Science* vol. 7, no. 2 (1993) p. 177-190.

1994 con BÉZIAU, Jean-Yves:
"Theorie de la valuation". *Logique et Analyse* 145-146 (1994).

1994 con DORIA, Francisco A.:
"Gödel incompleteness in analysis, with an application to the forecasting problem in the social sciences". *Philosophia Naturalis* vol. 31, no. 1 (1994) p. 1-24.

1994+ con DE SOUZA, Edelcio G. / BUENO, Otávio A.S. / WERTHEYSER, Martin:
* "Multideductive logic: An application to physics". Prepublicación (1994).

1994+ con QING-YU, Zhang:
"The weak paraconsistent conditional logic C_n^{ω}". Por aparecer en *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática.*

1995 con BÉZIAU, Jean-Yves / BUENO, Otávio A. S.:
"Aspects of paraconsistent logic". *Bulletin of the Interest Group in Pure and Applied Logics* vol. 3, no. 4 (1995) p. 597-614.

1995a con BÉZIAU, Jean Yves / BUENO, Otávio A. S.:
"What is semantics? A brief note on a huge question". *Sorites, an Electronical Quarterly of Analytical Philosophy* vol. 3 (1995) p. 43-47.

1995+ con BÉZIAU, Jean-Yves / BUENO, Otávio A.S.:
"Topics in paraconsistent logic". Por aparecer en *Philosophical Alternatives* (Sofía, Bulgaria).

1995+ con BÉZIAU, Jean-Yves:
"Theories paraconsistantes des ensembles". Por aparecer en *Logique et Analyse.*

1995 con DORIA, Francisco A.:
"On Jaśkowski's discussive logic". *Studia Logica* no. 54 (1995) p. 33-60.

1995 con FRENCH, Steven:
"Partial structures and the logic of Azande". *American Philosophical Quarterly* vol. 32, no. 4 (Oct. 1995) p. 325-339.

1995 con FRENCH, Steven / BUENO, Otávio A. S.:
"Estructuras para o espaço-tempo: uma abordagem via predicados de Suppes". En Gutiérrez, Carlos B. (ed.): *El trabajo filosófico de hoy en el continente* [Actas del XIII Congreso Interamericano de Filosofía, Bogotá, julio 4 al 9 de 1994] (Bogotá: ABC, 1995) p. 607-613.

1995 con LEWIN, Renato A.:
** "Lógica paraconsistente". En Alchourrón / Méndez / Orayen (eds.): *Lógica* (*Enciclopedia IberoAmericana de Filosofía*, vol. 7) (Madrid: Trotta / Consejo Superior de Investigaciones Científicas, 1995) p. 185-204.

1996+ con BÉZIAU, Jean-Yves / BUENO, Otávio S. A.:
"Malinowski and Suszko about manyvaluedness: on the reduction to manyvaluedness to two-valuedness". Por aparecer en *Modern Logic*.

1996a+ con BÉZIAU, Jean-Yves / BUENO, Otávio S. A.:
Teoría Paraconsistente dos Conjuntos. Por aparecer en Campinas publicado por el CLE-UNICAMP.

1996+ con BUENO, Otávio S. A.:
"Paraconsistency: towards a tentative interpretation". Por aparecer.

1996a+ con BUENO, Otávio S. A.:
"Paraconsistent logic: comments on Priest's paper. I". Por aparecer.

1996b+ con BUENO, Otávio S. A.:
"Consistency, paraconsistency and truth (logic, the whole logic and nothing but logic)". Por aparecer.

1996+ con CHUAQUI, Rolando / BUENO, Otávio S. A.:
"The Logic of Quasi-Truth". Por aparecer en *Notas de la Sociedad de Matemáticas de Chile*. [Ver da Costa / Chuaqui 1991].

1996+ con PRADO, J..P. de A. / ABE, J. M. / ÁVILA, B.C. / RILLO, M.:
"Paralog: um Prolog paraconsistente baseado em lógica anotada". Por aparecer.

1996+ con BUENO, Otávio / FRENCH, Steven:
"The logic of pragmatic truth, modal logic and paraconsistent logic: some connections". Por aparecer

5. PUBLICACIONES COLECTIVAS QUE CONTIENEN TEXTOS DE LÓGICA PARACONSISTENTE

AA. VV.:
1988 * ***Antología de la lógica en América Latina*** (Compilación a cargo de Francisco Miró Quesada y Roque Carrión Wam, hecha entre 1978 y 1980). Valencia, Madrid: C.E.L.I.J.S.-Universidad de Carabobo, Fundación Banco Exterior, 1988.

ARRUDA, A. / DA COSTA, N.C.A. / CHUAQUI, R. (eds.):
1977a * ***Non-Classical Logic, Model Theory and Computability*** (Proceedings of the Third Latin-American Symposium of Mathematical Logic, Campinas, July 11-17 1976). Amsterdam, New York, Oxford: North-Holland Publishing Co., 1977.

ARRUDA, A. / DA COSTA, N.C.A. / CHUAQUI, R. (eds.):
1978 ***Mathematical Logic*** (Proceedings of the First Brazilian Conference on Mathematical Logic, Campinas July 4-6 1977). New York: Marcel Dekker, 1978.

ARRUDA, A. / CHUAQUI, R. / DA COSTA, N. C. A. (eds.):
1980 ***Mathematical Logic in Latin America*** (Proceedings of the IV Latin American Symposium on Mathematical Logic, held in Santiago, December 1978). Amsterdam, New York, Oxford: North-Holland Publishing Co., 1980.

ARRUDA, A. / DA COSTA, N.C.A. / SETTE, A.M. (eds.):
1980 ***Proceeding of the Third Brazilian Conference on Mathematical Logic***. São Paulo: Sociedade Brasileira de Lógica, 1980.

CAICEDO, X. / DA COSTA, N.C.A. / CHUAQUI, R. (eds.):
1985 ***Proceedings of The Fifth Latin American Symposium on Mathematical Logic*** (Universidad de los Andes, Bogotá, July 27-31 1981). *Revista Colombiana de Matemáticas* vol. XIX, no. 1-2 (mar-jun 1985) [número especial].

CARNIELLI, W. / DE ALCÂNTARA, L.P. (eds.):
1988 ***Methods and Applications of Mathematical Logic*** (Proceedings of the VII Latin American Symposium on Mathematical Logic, held in Campinas, July 29-August 2, 1985). Serie: *Contemporary Mathematics 69.* Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 1988.

DE ALCÂNTARA, L.P. (ed.):
1985 ***Mathematical Logic and Formal Systems*** (volumen dedicado al Prof. Newton C.A. da Costa, con prólogo sobre él de Rolando Chuaqui). Serie: *Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics 94.* New York, Basel: Marcel Dekker, 1985.

DI PRISCO, C.A. (eds.):
1985 ***Methods in Mathematical Logic*** (Proceedings of The 6th Latin American Symposium on Mathematical Logic, held in Caracas, Venezuela, August 1-6 1983). Serie: *Lecture Notes in Mathematics 1130.* Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1985.

MARCONI, D. (ed.):
1979 * ***La Formalizzazione della Dialettica.*** Torino: Rosenberg & Sellier, 1979.

PRIEST, G. / ROUTLEY, R. (eds.):
1984 * ***Paraconsistent Logics.*** *Studia Logica* vol. XLIII, no. 1/2 (1984). [Número especial en honor de la Prof. Ayda I. Arruda, entonces recientemente fallecida, que contiene los artículos que no habrían de ser publicados en Priest / Routley / Norman (eds.)1989].

PRIEST, G. / ROUTLEY, R. / NORMAN, J. (eds.):
1989 ** ***Paraconsistent Logic, Essays on the Inconsistent.*** München, Hamden, Wien: Philosophia Verlag, 1989.

6. TEXTOS DE Y SOBRE LÓGICA PARACONSISTENTE DE OTROS AUTORES

ABE, Jair Minoro:
1989 "A lógica inductiva". *Revista Brasileira de Filosofia* vol. XXXVIII, fasc. 155 (1989) p. 202-209.

ABE, Jair M. / DA SILVA, F. C. / RILLO, Marcio:
1994 "Paraconsistent logics and artificial intelligence". Prepublicación.

ALVES, Elias Humberto:
1984 "Paraconsistent logic and model theory". *Studia Logica* vol. 43, no. 1/2 (1984) p. 17-32.

1988 "Sobre a decidibilidade de un sistema de da Costa e Wolf". En AA.VV. 1988: p. 219-223. [Muy probablemente versión en portugués del artículo "On the decidability of a System of Dialectical Propositional Logic". *Bulletin of the Section of Logic, Polish Academy of Sciences* vol. 7 (1978) p. 17-32].

1992 "The first axiomatization of a paraconsistent logic". *Bulletin of the Section of Logic, Polish Academy of Sciences* vol. 21, no. 1 (1992) p. 19-20.

ALVES , Elias H. / MOURA, J.E. de A.:
1978 "On some higher-order paraconsistent predicate calculi". En Arruda / da Costa / Chuaqui (eds.) 1978: p. 1-8.

ALVES, Elias H. / QUEIROZ, Giovanni S.:
1991 * "The construction of the calculi C_n of Da Costa". *The Journal of Non-Classical Logic* vol. 8, no. 2 (Nov. 1991) p. 67-78.

ARAUJO, A.L. de / ALVES, E. H. / GUERZONI, J. A. D.:
1987 "Some relations between modal and paraconsistent logic", *The Journal of Non-Classical Logic* vol. 4, no. 2 (Nov. 1987) p. 33-44.

ASENJO, Florencio G.:
1965 "Dialectic logic". *Logique et Analyse* vol. VIII (1965) p. 321-326. Traducción al español: "Lógica dialéctica". *Teorema* no.1 (mar. 1971) p. 7-13.

1966 "A calculus of antinomies". *Notre Dame Journal of Formal Logic* vol. VII, no.1 (Jan. 1966) p. 103-105.

1972 "Sobre la lógica dialéctica". *Teorema* no. 6 (jun. 1972) p. 133-134.

1989 * "Toward an antinomic mathematics". En Priest / Routley / Norman (eds.) 1989: p. 394-414.

ASENJO, F.G. / TAMBURINO, J.:
1975 * "Logic of antinomies". *Notre Dame Journal of Formal Logic* vol. XVI, no. 1 (1975) p. 17-44.

AVRON, Arnon:
1990 "Relevance and paraconsistency — A new approach". *The Journal of Symbolic Logic* vol. 55, no. 2 (Jun. 1990) p. 707-732. (Reseñado por da Costa en *Mathematical Reviews* 91i:03045).

1990a "Relevance and paraconsistency — A new approach. Part II: The formal systems". *Notre Dame Journal of Formal Logic* vol. 31, no.2 (Spr. 1990) p. 169-202. (Reseñado por da Costa en *Mathematical Reviews* 91i:03046).

1991 "Relevance and paraconsistency — A new approach. Part III: Cut-free Gentzen-type systems". *Notre Dame Journal of Formal Logic* vol. 32, no. 1 (Win. 1991) p. 147-160. Resumen en *Mathematical Reviews* 92a:03032.

BAAZ, Mathias:
1986 "Kripke-type semantics for da Costa's paraconsistent logic C_ω". *Notre Dame Journal of Formal Logic* vol. 27, no. 4 (Oct. 1986) p. 523-527.

BATENS, Diderik:
1980 * "Paraconsistent extensional propositional logics". *Logique et Analyse* vol. 90-91 (1980) p. 195-234.

1986 "Dialectical dynamics within formal logics". *Logique et Analyse* vol. 114 (jui. 1986) p. 161-173.

1990 "Against global paraconsistency". *Studies in Soviet Thought* vol. 39 (1990) p. 209-229.

BAZHANOV, V. A.:
1989 *N. A. Vasilev*. Moscú: Nauka, 1989.

BÉZIAU, Jean-Yves:
1989 "Calcul des sequents pour logique non-alethique". *Logique et Analyse* 125/126 (1989) p. 143-155.

1990 "Logiques construites suivant les méthodes de da Costa I, [logiques paraconsistantes, paracomplètes, non-alèthiques construites suivant la première méthode de da Costa]". *Logique et Analyse* vol. 131/132 (1990) p. 259-272.

1993 "Nouveaux resultats et nouveau regard sur la logique paraconsistante C1". *Logique et Analyse*141-142 (1993) p. 45-58.

1996 "La logique paraconsistante". Anexo de DA COSTA, Newton: *Logiques classiques et non classiques* (Paris: Masson, 1996).

1996+ "Overclassical logic". Por aparecer.

1996a+ "Negation: what it is and what it is not". Por aparecer en *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática.*

BÉZIAU, Jean-Yves / SCHIRESON, Kern:

1996+ "Paraconsistent logic!" Por aparecer posiblemente en *The Journal of Philosophical Logic.*

BOBENRIETH, Andrés:

1995 "Razón y contradicción: ¿Una unión ahora viable?" En Gutiérrez, Carlos B. (ed.): *El trabajo filosófico de hoy en el continente* [Actas del XIII Congreso Interamericano de Filosofía, Bogotá, julio 4 al 9 de 1994] (Bogotá: ABC, 1995) p. 567-576.

BRADY, Roos T.:

1984 "Depth relevance of some paraconsistent logics". *Studia Logica* vol. 43, no. 1/2 (1984) p. 63-73.

1989 "The non-triviality of dialectical set theory". En Priest / Routley / Norman (eds.) 1989: p. 437-471.

BUCHSBAUM, Arthur / PEQUENO, Tarcisio:

1993 "A reasonig method for a paraconsistent logic". *Studia Logica* 52 (1993) p. 281-289.

BUNDER, Martin:

1980 "A new hierarchy of paraconsistent logics". En Arruda / da Costa / Chuaqui (eds.) 1980: p. 13-22.

1983 "On Arruda and da Costa's logics J_1 to J_5". *The Journal of Non-Classical Logic* vol. II, no. 1 (1983) p. 43-48.

1989 "Some results in some subsystems and in an extension of C_n". *The Journal of Non-Classical Logic* vol. 6, no. 1, (1989) p. 45-56.

1989a "The logic of inconsistency". *The Journal of Non-Classical Logic* vol. 6, no. 1 (1989) pp. 57-62.

CAORSI, Carlos E.:
1991 "La lógica paraconsistente y el primer modelo freudiano de la mente". *Revista Latinoamericana de Filosofía* vol. 17, no. 1 (oto. 91) p. 117-132.

CARNIELLI, Walter / DE ALCÂNTARA, Luiz P.:
1984 "Paraconsistent algebras". *Studia Logica* vol. 43, no. 1/2 (1984) p. 79-88.

CARNIELLI, Walter / LIMA MARQUES, Mamede:
1991 "Razão e irracionalidade na representación do conhecimiento". *Trans/Form/Ação* (São Paulo) vol. 14 (1991) p. 165-177.

CARNIELLI, Walter / FARIÑAS DEL CERRO, Luis / LIMA MARQUES, Mamede:
1991 * "Contextual negations and reasoning with contradictions". *Knowledge Representation: Reasoning with Inconsistency* (Proceedings of the Twelfth International Conference on Artificial Intelligence [IJCAI-91]. Sydney, Australia: 24-30 August 1991) p. 532-537.

CARNIELLI, Walter / LIMA MARQUES, Mamede:
1992 * "Reasoning under inconsistent knowledge". *Journal of Applied Non-Classical Logic* vol. 2, no. 1 (1992) p. 49-79.

CARNIELLI, Walter / SETTE, Antonio M.: ver SETTE, Antonio M. / CARNIELLI, Walter.

DALLA CHIARA, M. L. / GIUNTINI, R.:
1989 "Paraconsistent quantum logics". *Foundations of Physics* 19 (1989) p. 891-904.

DE MORAES, Lafayette:
1977 "A lógica discursiva de Jaśkowski". *Revista Brasileira de Filosofía* vol. XXVII, fasc. 108 (1977) p. 367-381.

1983 Reseña de DA COSTA, N.C.A.: *Ensaio sobre os Fundamentos da Lógica. Revista Brasileira de Filosofía* vol. XXXIII, fasc. 131 (1983) p. 333-334.

D'OTTAVIANO, Itala M. L.:
1985 "The completeness^3 and compacteness of a three-valued first-order logic". En Caicedo / da Costa / Chuaqui (eds.), 1985: p. 77-94.

1985a "The model extension theorems for JL_3-theories". En Di Prisco C.A. (ed.) 1985: p. 157-173.

1987 "Definability and quantifier elimination for J3-theories". *Studia Logica* vol. 46, no. 1 (1987) p. 37-54.

1990 ** "On the development of paraconsistent logic and da Costa's work". *The Journal of Non-Classical Logic* vol. 7, no. 1/2 (1990) p. 89-152.

199+ Reseñas en *Mathematical Reviews*:

90c:03016: da Costa / Marconi 1986.

90e:03029: Popov, V.M.: "Paraconsistent sequential calculi".

90e:03030: Rozonoer 1989.

90 f:03047: Da Costa 1989a.

91a:03055: Urbas, I.:"On the positive parts of the J-systems of Arruda and da Costa".

92g:03039: Urbas 1990.

* 92m:03036: Priest / Routley / Norman (eds.) 1989.

92m:03037: Cohen, D. H.: "Gödelian incompleteness and paraconsistent logics. Or: why Gödel's paradox is really a dilemma".

D'OTTAVIANO, Itala / DA COSTA, Newton C.A.: ver DA COSTA con D'OTTAVIANO.

D'OTTAVIANO, Itala / LOPEZ-ESCOBAR, Edgardo:

1985 "The conditional and paraconsistent logics". En de Alcântara, L.P. (ed.) 1985: p. 141-159.

D'OTTAVIANO, Itala / EPSTEIN, Richard:

1990 "A paraconsistent logic: J_3". En Epstein, Richard L.: *The Semantic Foundations of Logic: volume 1: Propositional Logics* (Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1990) p. 263-289.

ELVANG-GØRANNSSON, M. / HUNTER, Antony:

1995 "Argumentative logic: reasoning with classically inconsistent information". *Data & Knowledge Engineering 16* (1995) p. 125-145.

FIDEL, Manuel:
1977 "The decidability of the calculi C_n". *Reports on Mathematical Logic* 8 (1977) p. 31-40. Traducción "La decidibilidad de los cálculos C_n". En AA.VV. 1988: p. 199-211.

FRENCH, Steven:
1990 * "Rationality, Consistency and Truth". *The Journal of Non-Classical Logic* vol. 7, no. 1/2 (May-Nov. 1990) p. 51-71.

GIAMBRONE, Steve:
1989 * "Bibliography of Paraconsistency". En Priest / Routley / Norman (eds.), 1989: p. 691-702.

GOLDSTEIN, L.:
1989 "Wittgenstein and paraconsistency". En Priest / Routley / Norman (eds.), 1989: p. 540-562.

GRANA, Nicola:
1983 * ***Logica Paraconsistente: Una Introduzione***. Napoli: Loffredo Editore, 1983.

1990 ***Sulla Teoría delle Valutazioni di N. C. A. da Costa***. Nàpoli: Ligoure, 1990.

1990a ***Contradizione e Incompletezza***. Nàpoli: Ligoure, 1990.

1990b "On a minimal non-alethic logic". *Bulletin of the Section of Logic, Polish Academy of Sciences* vol. 19, no. 1 (1990) p. 25-29.

1990c "On minimal non-alethic predicate logic" *Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática (2a. Serie)* vol. 11, no. 1 (1990) p. 1-4.

1990d ***Logica Deontica Paraconsistente***. Nàpoli: Ligoure, 1990.

GRANT, John:
1975 "Inconsistent and incomplete logics". *Mathematics Magazine* vol. 48 (1975) p. 154-159.

1978 "Classification for inconsistent theories". *Notre Dame Journal of Formal Logic* vol. XIX, no. 3 (Jul. 1978).

HEGENBERG, Leonidas:
1988 "Lorenzo Peña". *Revista Brasileira de Filosofía* vol. XXXVII, fasc. 149 (1988) p. 74-79.

JAŚKOWSKI, Stanislaw:

[1948] ** "Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych". *Studia Societatis Scientiarum Torunensis*, Sectio A, I, (1948) p. 57-77. Traducción al inglés: "Propositional calculus for contradictory deductive systems". *Studia Logica* t. XXIV (1969) p. 143-157. Traducción italiana: "Calcolo delle proposizioni per sistemi deduttivi contraddittori" en Marconi (ed.) 1979: p. 281-303.

[1949] * "O konjunkcji dyskusyjnej w rachunku zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych". *Studia Societatis Scientiarum Torunensis*, Sectio A, I, (1949) p. 171-172. Traducción italiana: "Sulla congiunzione discussiva nel calcolo proposizionale per sistemi deduttivi contradditori". En Marconi (ed.) 1979: p. 304.

KARPENKO, A.S.:

1986 "Paraconsistent structure inside of many-valued logic". *Synthèse* 66 (1986) p. 63-69.

KOTAS, Jerzy / DA COSTA, Newton C.A.: ver DA COSTA con KOTAS

KRAUSE, Décio:

1989 "A filosofía da ciência de Newton C.A. da Costa". *Revista Brasileira de Filosofia* 39 (1989) p. 117-155. También en *Coleção Documentos, Serie Lógica e Teoria da Ciência* No. 9 (São Paulo: USP-Instituto de Estudos Avançados, 1991).

1993 * "Apresentação" de la reedición de DA COSTA, N.C.A.: *Sistemas Formais Inconsistentes* (Curitiba: Ed. da UFRGS, 1993) p. vii-xxii.

LEWIN, RENATO / MIKENBERG, IRENE F. / SCHWARZE, M. GLORIA:

1990 "Algebraization of paraconsistent logic P^1". *The Journal of Non-Classical Logic* vol. 7, no. 1/2 (May-Nov. 1990) p. 79-88.

1991 "C_1 is not algebraizable". *Notre Dame Journal of Formal Logic* vol. 32, no. 4 (Fal. 1991) p. 609-611.

1994 "P^1 algebras". *Studia Logica* 53 (1994) p. 21-28.

LOKHORST, Gart-Jan:
1988 * "Multiply modal extensions of da Costa's C_n, logical relativism, and the imaginary". *The Journal of Non-Classical Logic* vol.5, no.2 (Nov. 1988) p. 7-22.

LOPARIC, Andréa:
1977 "Une étude semantique de quelques calculs propositionnels". *Comptes Rendus de l'Académie de Sciences de Paris*, Serie A (1977) p. 835-838. Traducción: "Un estudio semántico de algunos cálculos proposicionales". En AA.VV. 1988: p. 213-217.

1978 "The method of valuation in modal logic". En Arruda / da Costa / Chuaqui 1978: p. 161-172.

LOPARIC, Andréa / ALVES, Elias H.:
1980 "The Semantics of the systems C_n of da Costa". En Arruda / da Costa / Sette (eds.) 1980: p. 161-172.

LOPARIC, Andréa / DA COSTA, Newton C.A.: ver DA COSTA, N. con LOPARIC, A.

MARCONI, Diego:
1979 * "La Formalizzazione della Dialettica". Introducción de Marconi (ed.) 1979: pp. 9-84.

1980 "A decision-method for the calculus C_1". En Arruda / Da Costa / Sette (eds.) 1980: p. 211-223.

1981 * "Types of non-Scotian logic". *Logique et Analyse* 95-96 (1981) p. 407-414.

MIKENBERG, Irene / DA COSTA, Newton C.A. / CHUAQUI, Rolando: ver DA COSTA con MIKENBERG / CHUAQUI.

MIRÓ QUESADA, Francisco:
1978 ** Resumen de "Heterodox logics and the problem of the unity of logic". *The Journal of Symbolic Logic* vol. 43, no. 2 (Jun. 1978) p. 354.

1982 "Nuestra lógica". *Revista Latinoamericana de Filosofía* vol. VIII, no. 1 (mar. 1982) p. 3-13.

1982a * "La filosofía de la lógica de N. C. A. da Costa". *Crítica* vol. XIV, no. 42 (1982) p. 65-85.

1982b "Conocimiento científico, dialéctica e ideología". En *Filosofía y Ciencias Sociales, problemas teóricos y metodológicos* 6. (Valencia: Universidad de Carabobo - O.L.I.J.S., 1982); p. 9-50.

1988/9 ** "La lógica paraconsistente y el problema de la racionalidad de la lógica". En AA.VV. 1988: p. 593-622. Versión en inglés: "Paraconsistent logic: some philosophical issues". En Priest / Routley / Norman (eds.) 1989: p. 627-652.

MORTENSEN, Chris:

1980 "Every quotient algebra for C_1 is trivial". *Notre Dame Journal of Formal Logic* vol. 21, no. 4 (Oct. 1980) p. 694-700.

1989 "Paraconsistency and C_1". En Priest / Routley / Norman (eds.), 1989: p. 289-305.

1990 Reseña de D'Ottaviano / Epstein 1990. *Mathematical Reviews* 90m:03053.

1990a "Models for inconsistent and incomplete differential calculus". *Notre Dame Journal of Formal Logic* 31 (1990) p. 274-285.

1995 ***Inconsistent Mathematics***. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995.

MOSTOWSKI, Andrzej:

1949 Reseña de Jaśkowski 1948. *The Journal of Symbolic Logic* vol. 14, no. 1 (Mar. 1949) p. 66.

PÁRAMO, Guillermo:

1989 "Lógica de los mitos: lógica paraconsistente". *Ideas y Valores* no. 79 (1989) p. 27-67.

1995 "Mito, lógica y geometría. La cerbatana de Wma Watú y el espejo de Poincaré". En Gutiérrez, Carlos B.: *El trabajo filosófico de hoy en el continente* [Actas del XIII Congreso Interamericano de Filosofía, Bogotá, julio 4 al 9 de 1994] (Bogotá: ABC, 1995) p. 547-565.

PEÑA, Lorenzo:

1979 ***Contradiction et vérité. Etude sur les fondements et la portée épistémologique d'une logique contradictorielle.*** Tesis de doctorado. Université de l'Etat à Liège, Faculté de Philosophie et Lettres, 1979.

1982 "A critical study of da Costa's foundations of logic". *Logique et Analyse* 100 (1982) p. 447-466.

1983 * "Significación filosófica de la lógica transitiva". *Ideas y Valores* no. 63 (1983) pp. 59-101.

1983a "Negación dialéctica y lógica transitiva". *Crítica* vol. XV, no. 43 (abr. 1983) p. 51-78.

1984 "Identity, fuzziness and noncontradiction". *Noûs* no. 18 (1984) p. 227-259.

1984a "Tres enfoques en lógica paraconsistente (I)". *Contextos* (II) no. 3 (1984) p. 81-130.

1984b "Tres enfoques en lógica paraconsistente (II)". *Contextos* (II) no. 4 (1984) p. 49-72.

1984c Reseña de RESCHER, N./ BRANDOM, R.: *The Logic of Inconsistency: A Study in Non-Standard Possible-World Semantics and Ontology*. *Contextos* vol. 3 (1984) p. 241-245.

1987 * ***Fundamentos de ontología dialéctica***. Madrid: Siglo XXI, 1987.

1988 * "La defendibilidad lógico-filosófica de teorías contradictorias". En AA. VV. 1988: p. 643-676.

1988a "A philosophical justification of many-valued extensions of classical logic". En Cauchy, V.: *Philosophie et Culture* vol. 5 (Montreal: Editions Montmorency, 1988) p. 497-504.

1990 "Partial truth, fringes and motion: three applications of a contradictorial logic". *Studies in Soviet Thought* 39 (1990) p. 283-312.

1991 ** ***Rudimentos de lógica matemática***. Madrid: Consejo Superior de Investigaciones Científicas, 1991.

1991a "Algunos aspectos del desarrollo de la lógica en el Brasil". [Ponencia presentada el 27 de noviembre de 1991 en el Encuentro Español de Americanistas celebrado en la Fundación Ortega en Madrid].

1993 * ***Introducción a las lógicas no clásicas***. México: Universidad Nacional Autónoma de México, 1993.

1995 "Lógicas multivalentes". En Alchourrón / Méndez / Orayén 1995: p. 323-349.

PETERSEN, Uwe:
1983 "What do the antinomies teach us?" *The Journal of Non-Classical Logic* vol. II, no. 1 (1983) p. 67-97.

PIACENZA, Eduardo:
1988/9 "Sobre la heterodoxia de algunas lógicas paraconsistentes". *Investigaciones Semióticas* vol. 7/8 (1988/1989) p. 33-42.

PINTER, Charles:
1980 "The logic of inherent ambiguity". En Arruda / da Costa / Sette (eds.): *Proceedings of the Third Brazilian Conference on Mathematical Logic* (São Paulo: Sociedade Brasileira de Lógica, 1980) p. 253-262.

PRIEST, Graham:
1979 * "The logic of paradox". *Journal of Philosophical Logic* vol. 8 (1979) p. 219-241.

1987 ***Contradiction, A Study of the Transconsistent.*** Dordrecht: Nijhoff, 1987.

1989 * "Classical logic aufgehoben". En Priest / Routley / Norman (eds.) 1989: p. 131-148.

1996+ "Paraconsistent Logic". Por aparecer en *Handbook of Philosophical Logic* (2a. edición). [1a. ed.: Gabbay / Guenthner 1986].

PRIEST, Graham / ROUTLEY, Richard:
1982 "Lessons from Pseudo Scotus". *Philosophical Studies* vol. 42 (1982) p. 189-199.

1989 * "First historical introduction: A preliminary history of paraconsistent and dialethic approaches". En Priest / Routley / Norman (eds.) 1989: p. 3-75.

1989a * "An outline of the history of (logical) dialectic". En Priest / Routley / Norman (eds.) 1989: p. 76-98.

1989b * "Systems of paraconsistent logic". En Priest / Routley / Norman (eds.) 1989: p. 151-186.

1989c "Applications of paraconsistent logic". En Priest / Routley / Norman (eds.) 1989: p. 367-393.

1989d * "The philosophical significance and inevitability of paraconsistency". En Priest / Routley / Norman (eds.) 1989: p. 483-539.

PUGA, Leila Zardo:
1989 "A lógica paraconsistente". *Revista Brasileira de Filosofia* vol. XXXVIII, fasc. 155 (1989) p. 192-201.

PUGA / DA COSTA (y otros): ver DA COSTA con PUGA (y otros).

RAGGIO, Andrés R.:
1968 "Propositional sequence-calculi for inconsistent systems". *Notre Dame Journal of Formal Logic* vol. IX, no. 4, (Oct. 1968) p. 359-366.

1978 "A proof-theoretic analysis of da Costa's C_ω^*". En Arruda/ da Costa/ Chuaqui (eds.) 1978: p. 233-240.

1983 * "Algunas observaciones sobre la filosofía de la lógica de Newton C.A. da Costa". *Revista Latinoamericana de Filosofía* vol. IX, no. 3 (nov. 1983) p. 237-241.

RIBEIRO, Hugo:
1959 Reseñas de da Costa: 1954a; 1957; 1958b; da Costa / Barsotti 1957. *The Journal of Symbolic Logic* vol. 24, no. 1 (1959) p. 231-233 y 272.

ROETTI, Jorge Alfredo:
1991 "Algunos límites del principio de no-contradicción". En *Homenaje a Ludwig Wittgenstein.* Tomo II (Buenos Aires: Sociedad Argentina de Filosofía, Colección Perspectivas, 1991) p. 91-101.

ROUTLEY, Richard:
1979 * "Dialectical logic, semantics and metamathematics". *Erkenntnis* 14 (1979) p. 301-331.

ROUTLEY, Richard / MEYER, Robert:
1976 * "Dialectical logic, classical logic and the consistence of the world". *Studies in Soviet Thought* 16 (1976) p. 1-25.

ROUTLEY, Richard / LOPARIC, Andrea:
1979 "Semantical analysis of Arruda da Costa ***P*** systems and adjacent non-replacement relevant systems". *Studia Logica* 37 (1979) p. 301-320.

ROUTLEY, Richard / ROUTLEY, V.:
1985 "Negation and contradiction". En Caicedo / da Costa / Chuaqui (eds.) 1985: p. 201-231. Resumen en *The Journal of Symbolic Logic* vol. 48, no. 3 (Sep. 1983) p. 891.

SETTE, Antonio M.:
[1973] "On the propositional calculus P^1". *Mathematica Japonicae* vol. 18 (1973) p. 173-180. Traducción: "Sobre el cálculo proposicional P^1". En AA.VV. 1988: p. 233-241.

SETTE, Antonio M. / CARNIELLI, Walter:
1995 "Maximal weakly-intuitionistic logics". *Studia Lógica* 55 (1995) p. 181-203.

SMOLENOV, Hristo:
1987 "Paraconsistency, paracompleteness and intentional contradictions". *The Journal of Non-Classical Logic* vol. 4, no.1 (May 1987) p. 5-35.

SLATER, B.H.:
1995 "Paraconsistent logics?" *Journal of Philosophical Logic* 24 (1995) p. 451-454.

SYLVAN, Richard: [nuevo nombre de ROUTLEY, R.]
1990 "Variations on da Costa C systems and dual-intuitionistic logics I. Analyses of C_ω and CC_ω". *Studia Logica* vol. XLIX, no. 1 (1990) p. 47-65.

TURZY, Konrad:
1993 "Remarks on Duns Scotts law". *Bulletin of the Section of Logic*, Polish Academy of Sciences vol. 22, no. 4 (1993) p. 169-177.

URBAS, Igor:
1988 "Paraconsistency and the J-systems of Arruda and da Costa". *Logique et Analyse* vol. 31, no. 121-122 (1988) p. 27-44.

1988a "Paraconsistency and subsystems of the system J_1 of Arruda and da Costa". *The Journal of Non-Classical Logics* vol. 5, no. 1 (May. 1989) p. 49-73.

1989 "Paraconsistency and the C-Systems of da Costa". *Notre Dame Journal of Formal Logic* vol. 30, no. 4 (Fal. 1989) p. 583-597.

1990 "On subsystems of the system J_1 of Arruda and da Costa". *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* Bd. 36 (1990) p. 95-106. (Reseñado por D'Ottaviano en *Mathematical Reviews* 92g:03039).

1990a * "Paraconsistency". *Studies in Soviet Thought* vol.39 (1990) p. 343-354.

7. TRABAJOS DE TESIS SOBRE LÓGICA PARACONSISTENTE

ABAR, Celina:
1985 *Descrição e Paraconsistencia.* Tesis de doctorado, P. U. Católica de São Paulo, 1985.

ALVES, Elias:
1976 *Logica e Inconsistência: um Estudio dos Calculos* C_n, $1 \leq n \leq \omega$. Tesis de maestría, U. de São Paulo, 1976.

ARRUDA, Ayda I.:
1964a *Considerações sobre os Sistemas Formais* NF_n. Tesis de doctorado, Universidade Federal do Paraná, 1964.

AVRON, Arnon:
1984 *The Semantics and Proof Theory of Relevance Logic and Non Trivial Theories Containing Contradiction.* Ph.D. Thesis, U. Tel Aviv, 1984.

BAUKS, D. / SINSEL, J.:
1980 *Syntaktische und Semantische Untersuchung parakonsistenten Logiker.* «Diploamarbeit», Karl-Marx Universität 1980.

BÉZIAU, Jean-Yves:
1990 *La logique paraconsistante* C_1 *de Newton da Costa.* Tesis de Maestría, U. Paris VII-Denis Diderot, 1990.

BOBENRIETH, Andrés:
1995 *Inconsistencias, ¿por qué no? Trazos filosóficos en la senda de la lógica paraconsistente.* Tesis de magíster, U. Nacional de Colombia, 1995.

BOTTURA, P.:
1982 *Logiche Paracoerenti.* «Tesis di Laurea», U. Milano, 1982.

BUCHSBAUM, Arthur:
1988 *Um Método Automático de Prova para la Lógica Paraconsistente.* Tesis de maestría, P. U. Católica de Rio de Janeiro, 1988.

CÂNDIDO, Susana L.:
1992 *Sobre a lógica não-alética.* Tesis de maestría, P. U. São Paulo, 1992.

CORADESCHI, Silvia:
1990 *Logiche Paraconsistenti.* «Tesis di Laurea» (dirigida por Maria Luisa Dalla Chiara), U. Firenze, 1990.

D'OTTAVIANO, Itala L.:
1982 *Sobre uma Teoria de Modelos Trivalente.* Tesis de doctorado, UNICAMP, 1982.

DA SILVA, Walzi C. S. :
1990 *Relativismo e Paraconsistença: Um Estudo de Caso.* Tesis de doctorado, Universidade de São Paulo, 1990.

DE MORAES, Lafayette:
1970 *Sôbre a Lógica Discursiva de Jaśkowski.* Tesis de maestría, Universidade de São Paulo, 1970.

DE SOUZA, Edelcio G.:
1995 *O problema de Destouches e as Lógicas Heterodoxas: Ensaio sobre o Uso da Lógicas Não Clássicas no Tratamento de Inconsistências em Terorias Físicas.* Tesis de doctorado, Universidade de São Paulo, 1995.

DOS SANTOS, C. R. M.:
1980 *Sobre o Sistema* NF_{ω}. Tesis de maestría, UNICAMP, 1980.

GRAZIOSI, L.:
1985 *Il Metodo delle Valutazioni in Logica.* «Tesis di Laurea», U. Milano, 1985.

PUGA, Leila Z.:
1985 *Uma Lógica do Querer.* Tesis de doctorado, P. U. Católica de São Paulo, 1985.

MUSSINI, L.S.:
1985 «Tesis di Laurea», U. Bologna 1985.

SETTE, Antonio M.:
1971 *Sobre as Álgebras e Hiper-Reticulados* C_{ω}. Tesis de maestría, UNICAMP, 1971.

TAMBURINO, J.:
1972 *Inconsistent Systems of Mathematical Logic*. Ph.D. Thesis, U. of Pittburgh, 1972.

URBAS, Igor.:
1987 *On Brazilian Paraconsistent Logic*. Ph.D. Thesis, Australian National U., 1987.

YAMASHITA, Mikeko:
1985 *O Simbolo ε de Hilbert em Lógica Paraconsistente*. Tesis de doctorado, P. U. Católica de São Paulo, 1985.

8. TEXTOS SOBRE CONTRADICCIÓN Y LÓGICA

BARNES, Jonathan:
1969 "The law of contradiction". *Philosophical Quarterly* vol. XIX, (1969) p. 302-309.

CAORSI, Carlos E.:
1994 ***Lógica, filosofía y psicoanálisis***. Montevideo: Ed. Roca Viva, 1994.

COMEY, David D.:
1965 Reseña de SMIRNOV, V.A.: "The logical views of N. A. Vasil'ev" [en ruso]. *The Journal of Symbolic Logic* 30 (1965) p. 368-371.

COPI, Irving M.:
1971 Reseña de JOHNSTONE, Henry W.: "The Law of non-contradiction". *The Journal of Symbolic Logic* vol. 36, no. 3 (1971) p. 550-551.

GOODMAN, Nicolas D.:
1981 "The logic of contradiction". *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* Band 27, Heft 2 (1981) p. 119-126.

GUCCIONE, Salvatore:
1980 "A semantics for a dialectical logic" *Logique et Analyse* vol.23, no. 92 (dec. 1980) p. 461-470.

JEFFREYS, Harold:
1938 "The nature of mathematics". *Philosophy of Science* vol. 5, no. 4 (Oct. 1938) p. 434-451.

1942 * "Does a contradiction entail every proposition?" *Mind* vol. 51, n. 201 (Jan. 1942) p. 90-91.

JOHNSTONE, Henry W.:
1960 "The law of non-contradiction". *Logique et Analyse* vol. 3 (1960) p. 3-10.

KLINE, Georg L.:
1959 Reseñas a artículos de *Voprosy Filosofii*, especialmente al de STAZKIN, N.I.: "On logical paradoxes and their relation to dialectical contradictions". *The Journal of Symbolic Logic* vol. 24, no. 1 (1959) p. 232-234.

1965 "N. A. Vasil'ev and the development of many-valued logics". En Tymieniecka, Anna-Teresa (ed.): *Contribution to Logic and Methodology in Honor of J.M. Bocheński* (Amsterdam: North-Holland, 1965) p. 315-326.

LARAUDOGOITIA, Jon:
1988 "Contradicciones, contraintuiciones y paradojas". *Pensamiento* vol. 44, no. 174 (1988) p. 233-240.

LOBKOWICZ, N.:
1961 "The Principle of contradiction in recent soviet philosophy". *Studies in Sovieth Thought* vol. 1 (1961) p. 44-51. (Traducción de "Das Widerspruchsprinzip in der neueren sowjetischen Philosophie" *Sovietica Veröffentlichungen 4* [Dordrecht: 1959]).

ŁUKASIEWICZ, Jan:
[1910] ** "Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles". *Bulletin International de l'Académie des Sciences de Cracovie, Classe d'Historie et de Philosophie* (1910) p. 15-38. Traducción al inglés: "On The Principle of Contradiction in Aristotle". *Review of Metaphysics* XXIV (1971) pp. 485-509.

MALATESTA, Michele:
1982 ***Dialettica e Logica Formale***. Napoli: Ed. Liguori, 1982.

MCGILL, V.J. / PARRY, W.T.:

1948 * "The unity of opposites: a dialectical principle". *Science and Society* vol. 12 (1948) p. 418-444.

MIRÓ QUESADA, Francisco:

1975 * "Sobre el concepto de razón". *Revista Latinoamericana de Filosofía* vol. I, no. 3, (nov. 1975) p. 183-191.

1985 "Discusión acerca de las ideas de Orayén sobre deducibilidad y relevancia". *Revista Latinoamericana de Filosofía* vol. XI, no. 3 (nov. 1985) p. 239-255.

NAGEL, Ernest:

1944 * "Logic without ontology". En Kikorian, Y. H. (ed.): *Naturalism and the Human Spirit.*(New York: s.e., 1944). Traducción: "Lógica sin ontología". En Nagel, E.: *Lógica sin Metafísica* (Madrid: Tecnos, 1961) p. 61-90.

NELSON, D.:

1959 "Negation and separation of concepts in constructive systems". En Heyting, A. ed.: *Constructivity in Mathematics* (Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1959) p. 208-225.

ORAYÉN, Raúl:

1985 "Entailment, deducibilidad y condicionales del lenguaje ordinario". *Revista Latinoamericana de Filosofía* vol. XI, no. 5 (nov. 1985) p. 217-238.

1988 "Discusión sobre relevancia, deducibilidad y condicionales: respuesta a Miró Quesada y Dorothy Edgington". *Revista Latinoamericana de Filosofía* vol. XIV, no. 1 (mar. 1988) p. 53-74.

PETROV, S.:

1972 "Paradoksi v filosofskoj interprétacii". *Voprosy Filosofii* 1 (1972).

1978 "Hegel's thesis of contradictory truths". *International Logic Review* no. 17-18 (1978) p. 69-76.

PIAGET, Jean:

1978 ***Investigaciones sobre la contradicción***. Madrid: Siglo Veintiuno. Traducción de *Recherches sur la contradiction. 1) Les différentes formes de la contradiction.*[*Études d'Épistémologie Génetique* XXXI] *2) Les relations entre affirmations et négations* [*Études d'Épistémologie Génetique* XXXII] (s.l.: Presses Universitaries de France, 1974).

POPPER, Karl R.:

1940 "What is dialectic". *Mind* vol. 49, n. 196 (Oct. 1940) p. 403-426.

1943 "Are Contradictions embracing". *Mind* vol. 52, (1943) p. 47-50.

1963 ***Conjectures and Refutations. The Growth of Scientific Knowledge***. London: Routledge and Kegan Paul, 3a. ed 1969. Traducción: *Conjeturas y refutaciones. El desarrollo del conocimiento científico* (Barcelona, Bs. Aires: Gedisa, 1983 [traducción de la 4a. ed. 1972]).

POPOV, P. S.:

1945 "The logic of aristotle and formal logic". *Philosophy and Phenomenological Research* vol. VIII, no. 1 (Sep. 1947) p. 1-22. Traducción de *Izvestiya Akademii Nauk SSSR* No. 5 (1945) p. 301-318.

QUINE, Willard V. O.:

1937a Reseña de JOHANSSON, Ingebrigt: "Der Minimalkalkül, ein intutionistischer Formalismus". *The Journal of Symbolic Logic* vol. 2 (1937) p. 47.

RESCHER, Nicolas:

1981 ***Sistematización cognoscitiva***. México: Siglo Veintiuno eds., 1981. Traducción de *Cognitive Systematization. A Systems-Theoretic Approach to a Coherentist Theory of Knowledge* (Oxford: Basil Blackwell, 1979).

1989 ***La primacía de la práctica***. Madrid: Tecnos, 1980. Traducción de *The Primacy of Practice* (Oxford: Basil Blackwell, 1973).

1988 ***Racionality. A Philosophical Inquiry into the Nature and the Rationale of Reason***. Oxford: Clarendon Press. Traducción: *La racionalidad. Una indagación filosófica sobre la naturaleza y la justificación de la razón* (Madrid: Tecnos, 1993).

RESCHER, Nicolas / BRANDOM, Robert:
1980 * ***The Logic of Inconsistency***. Oxford: Basil Blackwell, 1980.

RESCHER, Nicholas / MANOR, Ruth:
1970 "On inference from inconsistent premisses". *Theory and Decision* vol. 1 (1970) p. 179-217.

ROZONOER, L.I.:
1989 "On interpretation of inconsistent theories". *Information Sciences* vol. 47 (1989) p. 243-266 (Reseñado por D'Ottaviano en *Mathematical Reviews* 90e:03030).

SMITH, Joseph W.:
1986 "Logic and consistency of the world". *Erkenntnis* 24 (1986) p. 105-114.

VAN BENTHEM, J.F.A.K.:
1979 "What is dialectical logic?" *Erkenntnis* vol.14 (1979) p. 333-347.

VON WRIGHT, G.H.:
1968 * ***Time, Change and Contradiction***. Cambridge: Cambridge University Press, 1968.

1986 * "Truth, negation and contradiction". *Synthèse* 66 (1986) p. 3-14.

WILLIAMS, John N.:
1981 "Inconsistency and contradiction". *Mind* vol. 90 (1981) p. 600-602.

9. BIBLIOGRAFÍA GENERAL

ALCHOURRÓN, Carlos / MÉNDEZ, José M. / ORAYÉN, Raúl (eds.):
1995 ** ***Lógica*** (*Enciclopedia IberoAmericana de Filosofía*, volumen 7). Madrid: Trotta / Consejo Superior de Investigaciones Científicas, 1995.

ANDERSON, Alan R. / BELNAP, Nuel, D.:
1975 ***Entailment: The Logic of Relevance and Necessity***. Vol. I. Princeton: Princeton University Press.

BOCHEŃSKI, Józef M.:
1982 ***Compendio de lógica matemática***. Madrid: Paraninfo, 1982. Traducción de *A Précis of Mathematical Logic* (Dordrecht: D. Reidel Publishing Co., s.f.).

1985 ***Historia de la lógica formal***. Madrid: Ed. Gredos, 1985. Traducción de *Formale Logik* (Freiburg / München: Verlag Karl Albert, 1956).

BROUWER, L.E.J.:
[1912] "From «Intuitionism and formalism»". En Calinger, R. (ed.) *Classics of Mathematics* (Oak Park: Moore Publ. Co., 1982) p. 693-700.

BUNGE, Mario:
1985 ***Racionalidad y realismo***. Madrid: Alianza ed., 1985.

CAMPOS, Alberto:
1994 ***Axiomática y geometría, desde Euclides hasta Hilbert y Bourbaki***. Bogotá: s.e., 1994

CARNAP, Rudolf:
1958 ***Introduction to Symbolic Logic and its Applications***. New York: Dover, 1958. Traducción de *Einführung in die symbolische Logik* (Wien: Julius Springer, 1954).

CARNIELLI, Walter:
1987 "Systematization of finite many-valued logics through the method of tableaux". *The Journal of Symbolic Logic* vol. 52, no. 2 (1987) p. 473-493.

CARNIELLI, Walter / PEIXOTO, Nathalia L.V.:
1994 "Lógicas difusas: perspectivas, problemas e aplicações". Monografia (Campinas: UNICAMP, sep. 1994).

COPI, Irving M.:
1981 ***Lógica simbólica***. México: C.E.C.S.A. 2a. ed. 1981. Traducción de *Symbolic Logic* (New York: Macmillan Publishing Co., 1973).

1987 ***Introducción a la Lógica***. Buenos Aires: EUDEBA. Traducción de *Introduction to Logic* (New York: Macmillan Publishing Co., 4a. ed. 1972).

CROSSLEY, J.N. / ASH, C.J. / BRICKHILL, C.J. / STILLWELL, J.C. / WILLIAMS, N.H.:

1983 ***¿Qué es la lógica matemática?*** Madrid: Tecnos 1983. Traducción de *What is Mathematical Logic?* (Oxford: Oxford University Press, 1972).

CHURCH, Alonzo:

1936 "A bibliography of symbolic logic". *The Journal of Symbolic Logic* vol. 1, no. 4 (Dec. 1936) p. 121-218.

1938 "Additions and corrections to *A bibliography of symbolic logic*". *The Journal of Symbolic Logic* vol. 3, no. 4, (Dec. 1938) p. 178-212.

DALLA CHIARA, Maria Luisa:

1976 * ***Lógica***. Barcelona: Ed. Labor, 1976. Traducción de *La Logica* (Milan: ISEDI, 1974).

DE ALEJANDRO, José Mario:

1970 ***La lógica y el hombre***. Madrid: B.A.C.

DE GORTARI, Elí:

1979 ***Introducción a la lógica dialéctica***. México: Ed. Grijalbo, 1a. ed. 1959, 7a. ed. 1979.

DELOG, Howard:

1971 ***A Profile of Mathematical Logic***. Reading, Menlo Park, London, Don Mills: Addison-Wesley Publishing Company, 1971.

FERRATER MORA, José:

1982 ***Diccionario de filosofía*** (4 Volúmenes). Madrid: Alianza ed., 1a. ed. 1979, 2a. 1982.

FERRATER MORA, José / LEBLANC, Hugue:

1983 ***Lógica matemática***. México: Fondo de Cultura Económica 1a. ed. 1955, 2a. ed. 8a. reimp. 1983.

FEYS, Robert / FITCH, Federic:

1980 ***Los símbolos de la lógica matemática***. Madrid: Paraninfo, 1980. Traducción de *Dictionary of Symbols of Mathematical Logic* (Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1969).

GABBAY, D. / GUENTHNER, F.:

1986 * ***Handbook of philosophical logic. Volume III: Alternatives in Classical logic***. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co., 1986.

GARCIADIEGO, Alejandro R.:

1992 ***Bertrand Russell y los orígenes de las «paradojas» de la teoría de conjuntos***. Madrid: Alianza ed., 1992

Gödel, Kurt:

1980 ***Obras Completas***. Madrid, Alianza ed., 1989.

HAACK, Susan:

1980 * ***Lógica divergente***. Madrid: Paraninfo, 1980. Traducción de *Deviant Logic* (Cambridge: Cambridge University Press, 1974).

1982 * ***Filosofía de las lógicas***. Madrid: Ed. Cátedra, 1982. Traducción de *Philosophy of Logics* (Cambridge: Cambridge University Press, 1978).

HEYTING, Arend:

1976 ***Introducción al intuicionismo***. Madrid: Ed. Tecnos, 1976. Traducción de *Intuitionism, an Introduction* (Amsterdam: North-Holland Publishing Co., 1971 [1a. ed. 1956]).

HILBERT, David:

[1923] "Die logischen Grundlagen der Mathematik" *Mathematische Annalen* Bd. 88 (1923) p. 151-165. Incluido en Hilbert, David: *Gesammelte Abhandlungen* (Berlin: Verlag von Julius Springer, 1a. ed. 1935, 2a. ed. 1970) p. 178-191.

1953 ***Fundamentos de la geometría***. Madrid: Publicaciones de Instituto «Jorge Juan» de Matemáticas. Traducción de *Grundlagen der Geometrie* (Leipzig, Berlin: Teubner, 7a ed. 1930).

1981 "Los problemas de Hilbert". *Lecturas Matemáticas* vol. II, no. 1 (abr. 1981) p. 23-55 y vol. II, no. 2 (ago. 1981) p. 171-198. [No dice de qué versión es traducción].

HILBERT, David / ACKERMANN, Wilhelm:

1928 ***Grundzüge der Theoretischen Logik***. Berlin: Julius Springer Verlag, 1928.

1938 ***Grundzüge der Theoretischen Logik***. Berlin: Julius Springer Verlag, 2a. ed. 1938.

1959 ***Grundzüge der Theoretischen Logik*** Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verlag, 4a. ed. 1959. Traducción: *Elementos de lógica teórica* (Madrid: Ed. Tecnos, 1a. ed. 1962).

1972 ***Grundzüge der Theoretischen Logik***. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 6a. ed. 1972. Traducción: *Elementos de lógica teórica* (Madrid: Ed. Tecnos, 2a. ed. 1975).

HILBERT, David / BERNAYS, Paul:

1934 ***Die grundlagen der Mathematik*** I. Berlin: Verlag von Julius Springer, 1934, 2a. ed. 1968.

1939 ***Die grundlagen der Mathematik*** II. Berlin: Verlag von Julius Springer, 1939, 2a. ed. 1970.

HUGHES, G.E. / CRESSWELL, M.J.:

1973 ***Introducción a la lógica modal***. Madrid: Tecnos, 1973. Traducción de *An Introduction to Modal Logic* (London: Methuen and Co., 1968).

IZUZQUIZA, Ignacio:

1989 ***Guía para el estudio de la filosofía: referencias y métodos***. Barcelona: Anthropos, 1989.

JAŚKOWSKI, Stanislav:

[1934] "On the rules of suppositions in formal logic". En McCall (ed.) 1967: p. 232-258.

JOHANSSON, Ingebrigt:

1936 "Der Minimalkalkül, ein reduzierter intuitionistischer Formalismus". *Compositio Mathematica* vol.4, no. 1 (1936) p. 119-136.

JORDAN, Zbigniew:

1967 "The development of mathematical logic in Poland between the two Wars". En McCall 1967: p. 346-397.

KLEENE, Stephen Cole:
1974 * ***Introducción a la metamatemática***. Madrid: Tecnos, 1974. Traducción de *Introduction to Metamathematics* (Amsterdam: North-Holland Publishing Co., s.f. [1952]).

KNEALE, William y Martha:
1980 ***El desarrollo de la lógica***. Madrid: Tecnos, 1a. ed., 2a. reim. 1980. Traducción de *The Development of Logic* (Oxford: Clarendon Press, 1962).

KOLMOGOROV, Andrei N.:
[1925] * "On the principle of excluded middle". En Van Heijenoort (ed.) 1967: p. 414-437. Traducción de "О принципе tertium non datur".

KOTARBINSKI, Tadeusz:
1967 "Notes on the development of formal logic in Poland in the years 1900-39". En McCall 1967: p. 1-14.

KRETZMANN, Norman / KENNY, Anthony / PINBORG, Jan (eds.):
1988 ***The Cambridge History of Later Medieval Philosophy***. Cambridge: Cambridge University Press, 1a. ed. 1982, 1a. ed. (*paperback*) 1988.

KUPPERMAN, Joel / MCGRADE, Arthur:
1973 ***Fundamentos de lógica***. Barcelona: Labor, 1973. Traducción de *Fundamentals of Logic* (New York: Doubleday & Co., s.f.).

LADRIÈRE, Jean:
1969 ***Limitaciones internas de los formalismos***. Madrid: Tecnos, 1989. Traducción de *Les Limitations Internes des Formalismes* (Louvain: Eds. Nauwelaerts, 1957).

LEFÈBVRE, Henri:
1988 ***Lógica formal, lógica dialéctica***. México: Siglo Veintiuno, 1a. ed. 1970, 15a. ed. 1988. Traducción de *Logique formelle, logique dialectique* (Paris: Anthropos, 1969).

LEWIS, Clarence I. / LANGFORD, Coopert Harold:
1932 ***Symbolic Logic***. New York: Dover, 1a. ed. 1932, 2a. ed. 1959.

ŁUKASIEWICZ, Jan:

1963 ***Elements of Mathematical Logic***. Oxford, New York: A Pergamon Press Book / The Macmillan Company, 1a. reimp. 1966. Traducción de *Elementy Logiki Matematycznej* (Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe [PWN], 1953).

1970 ***Selected Works*** (BORKOWSKI ed.). Amsterdam, Warszawa: North Holland Publishing Company / PWN, 1970.

1975 ***Estudios de lógica y filosofía*** (Selección, traducción y presentación de DEAÑO). Madrid: *Revista de Occidente*. [Es una selección y traducción de la edición de Borkowski de 1970].

1977 ***La silogística de Aristóteles, desde el punto de vista de la lógica formal moderna***. Madrid: Tecnos, 1977. Traducción de *Aristotle's Syllogistic* (Oxford: The Clarendon Press, 1a. ed. 1957, 2a. ed. s.f.).

ŁUKASIEWICZ, Jan / TARSKI, Alfred:

[1930] "Recherches sur le Calcul Propositionel". En Tarski, Alfred: *Logique, Sémantique, Metamathématique* t. 1, 1923-1944 (Paris: Librairie Armand Colin, 1972) p. 46-65. Traducción de "Untersuchunger über den Aussagenkalkül" *Comptes Rendus des Scéances de la Société des Sciences del Lettres de Varsovie* c. III, vol. 23 (1930) p. 1-21.

MARCISZEWSKI, Witold (ed.):

1981 * ***Dictionary of Logic as Applied in the Study of Language***. The Hague: Martinus Nijhoff Publishers, 1981.

MCCALL, Storrs (ed.):

1967 ***Polish Logic 1920-1939***. Oxford: Clarendon Press, 1967.

MÉNDEZ, José M.:

1989 "Introducción a los conceptos fundamentales de la lógica de la relevancia". *Arbor* t. CXXXII, no. 520 (abr. 1989) p. 75-93.

1995 "Lógica de la relevancia". En Alchourrón / Méndez / Orayén 1995: p. 237-279.

MENNE, Albert:

1979 ***Introducción a la lógica***. Madrid: Ed. Gredos, 1979. Traducción de *Einführung in die Logik* (Bern: A. Francke A. G. Verlag, 1973).

MÜLLER, Gert (ed. de la colección) / RAUTENBERG, Wolfgang (ed. del volumen):

1987 ***Ω-Bibliography of Mathematical Logic***. *Volume II: Non-Classical Logics*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1987.

NAGEL, Ernest:

1961 ***La lógica sin metafísica***. Madrid: Tecnos, 1961. Traducción de *Logic without Metaphysics* (s.l.: The Free Press, 1956).

NAGEL, Ernest / NEWMAN, James R.:

1959 ***La prueba de Gödel***. México: Universidad Nacional Autónoma de México, 1959. Traducción de *Gödel's Proof* (New York University Press, 1958).

NIDDITCH, P. H.:

1983 ***El desarrollo de la lógica matemática***. Madrid: Ed. Cátedra, 1983. Traducción de *The Development of Mathematical Logic* (s.d., s.f.).

POPPER, Karl:

1959 ***The Logic of Scientific Discovery***. London: Hutchinson, 10a. ed. 1980. Traducción: *La lógica de la investigación científica*. México: Rei, 1991.

POST, Emil:

[1921] "Introduction to a general theory of elementary propositions". En Van Heijenoort 1967: p. 265-283.

QUINE, Willard V. O.:

1937 "New foundations for mathematical logic". *American Mathematical Montly* vol. 44 (1937) p. 70-80.

1963 ***Set Theory and its Logic***. Cambridge, Mass.: Harvard Univ. Press, 1a. ed. 1963, 2a. ed. 1969.

1984 ***Desde un punto de vista lógico***. Madrid: Orbis, 1984. Traducción de *From a Logical Point of View* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1953). [Incluye una versión revisada de Quine 1937].

1970 ***Philosophy of Logic***. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1a. ed. 1970, 2a. ed., 1986. Traducción *Filosofía de la lógica*. Madrid: Alianza Ed., 1973, 4a. reimp. 1991.

RASIOWA, Helena:

1974 ***An Algebraic Approach to Non-Classical Logics***. Warsaw, Amsterdam: PWN - Polish Scientific Publishers / North-Holland Publishing Co., 1974.

RESCHER, Nicholas:

1968 ***Topics in Philosophical Logic***. Dordrecht: D. Reidel Publishing Co., 1968.

ROSSER, J. Barkley:

1953 ***Logic for Mathematicians***. New York: McGraw-Hill Book Company, 1953.

ROUTLEY, R. / PLUMWOOD, V. / MEYER, R.K. / BRADY, R. T.:

1982 ***Relevant logics and their rivals***. Atascadero: Ridgeview Publishing, Co., 1982.

RUSSELL, Bertrand:

[1903] ***The Principles of Mathematics***. Cambridge: Cambridge University Press, 1903 (2a. ed. 1938). Traducción: *Los principios de la matemática*. (Madrid: Espasa-Calpe 1977).

1990 ***Autobiografía, 1872-1914***. Barcelona: Edhasa, 1990. Traducción de *The Autobiography of Bertrand Russell, 1872-1914* (New York: George Allen & Unwin, 1967).

STAHL, Gerold:

1968 ***Introducción a la logica simbólica***. Santiago: Universitaria, 1a. ed. 1959, 4a. ed. 1968.

TURABIAN, Katel:

1987 ***A Manual for Writers of Term Papers, Theses, and Dissertations***. Chicago, London: The Chicago Uni. Press, 1987.

VAN DALEN, Dirk:
1986 "Intuitionistic logic". En Gabbay / Guenthner 1968: p. 225-339.

VAN HEIJENOORT, Jean (ed.):
1967 ***From Frege to Gödel. A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931***. Cambridge , Mass.: Harvard University Press, 1967.

WHITEHEAD, Alfred North / RUSSELL, Bertrand:
1910 ***Principia Mathematica*** Vol. I. Cambridge: Cambridge University Press, 2a. ed. 1927, 3a. reimp. 1960.

WITTGENSTEIN, Ludwig:
[1922] ***Tractatus logico-philosophicus. Logisch-philophische Abhalung***. [Edición bilingüe] Madrid: Alianza ed. 1a. ed. 1973, 5a. ed. 1987.

ÍNDICE DE TEMAS

abstracción o separación, postulado de 199, 200, 210, 212, 214, 236, 238, 243, 329
adecuación, principio pragmático 371
agnosticismo, posición paraconsistente 345
álgebra de la lógica [*ver* modelos algebraicos] 1
aritmética 80, 81, 82, 83
autocontradicción 36, 43, 380, 383
axioma de Kolmogorov 166, 193, 214, 232, 234, 455
axiomático-deductivo, método y/o estructuras 2, 9, 39, 66, 85, 91, 102, 113, 114, 134, 145, 154, 156, 169, 178, 186, 208, 286, 319, 325, 357, 385
cálculo (matemático infinitesimal) 289
cálculo C_ω 195, 196, 210, 218, 234, 262, 327, 450, 461
cálculo C_1 188, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 232, 234, 251, 258, 259, 260, 262, 264, 265, 279, 295, 305, 327, 335, 445, 455, 461, 496, 509, 523, 527, 528, 529
cálculo de antinomias 216, 217, 218
cálculo DL 277, 279, 280, 354, 358, 451, 455, 461
cálculo F^1 233, 234, 251, 259, 263, 288, 452, 461, 527, 533
cálculo V_0 259, 446, 455, 461
cálculo V_1 259, 447, 455, 461
cálculo V_2 259, 260, 448, 455, 461
cálculo(s) clásico(s) xxxi, 142, 175, 178, 188, 193, 194, 233, 430, 455, 461
cálculo(s) de descripciones 198
cálculo(s) de predicados xxx, xxxv, 2, 60, 71, 80, 169, 186, 197, 214, 238, 254, 273, 280, 298, 332, 405, 425, 433, 434, 436
cálculo(s) intuicionista(s) xxxi, 120, 134, 142, 144, 175, 208, 258, 263, 430, 455, 461
cálculo(s) minimal(es) xxxi, 120, 143, 176, 190, 262, 335, 430, 461
cálculo(s) paracompleto(s) 260, 261, 265, 390, 415, 471
cálculo(s) paraconsistente(s) xxxi, 211, 261, 265, 266, 277
cálculo(s) sentencial(es) o proposicional(es) xxx, xxxv, 39, 49, 50, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 93, 126, 156, 160, 163, 164, 168, 175, 186, 188, 192, 193, 197, 213, 260, 277, 332, 405, 424, 434, 441, 455, 480
cálculos (jerarquía) C_n 194, 196, 197, 210, 214, 215, 232, 251, 252, 253, 260, 262, 264, 267, 270, 271, 277, 305, 324, 381, 449, 461, 493, 501, 502, 507, 509, 521, 523, 526, 528
cambio de tema, argumento del 311, 312, 313

caos lógico 36, 319, 320, 321, 331, 380
ciencia (como actividad) 3, 45, 111, 115, 173, 181, 207, 240, 241, 296, 311, 314, 319, 342, 372, 373, 374, 392, 469, 472, 473, 474, 476, 477, 478, 479
ciencias deductivas y/o formales xxvi, 2, 8, 80, 107, 113, 154, 203, 206, 209, 299, 308, 345, 351, 354, 358, 385, 386, 395, 419
ciencias empíricas y/o naturales 29, 42, 86, 113, 152, 172, 288, 342, 344, 385, 412, 470
ciencias sociales 288, 385, 426
clasificación de las lógicas xxx, 303, 309, 423, 428, 431
clasificación de los sistemas deductivos 399
completud de un sistema deductivo 58, 80, 114, 133, 279, 382, 432
completud, demostración de 60
compuestos veritativo-funcionales 192, 278
computación e informática 289, 291, 293, 425, 427
conjunto de Russell 199, 201, 238, 240, 243, 345, 470, 496
conjunto potencia 3
conjuntos inconsistentes 243, 287, 470
consequentiae, teoría de 97, 423, 424
consistencia / inconsistencia de la realidad 2, 20, 21, 69, 102, 111, 240, 250, 269, 282, 286, 318, 335, 337, 338, 339, 341, 342, 343, 347, 348, 349, 357, 363, 373, 376, 379, 380, 383, 392, 410, 411, 412, 414, 467, 470, 472, 480
consistencia «absoluta» 377
consistencia «minimal» 380
consistencia de un sistema deductivo 58, 69, 70, 82, 83, 93, 114, 176, 179, 208, 220, 268, 279, 323, 379, 385, 392, 412, 418
consistencia, demostración de 60, 64, 65, 70, 71, 74, 81
constructibilidad 127, 130, 135, 187, 472, 474, 475
contextos racionales 342, 343, 370, 373, 385, 387, 392
contradicción, definiciones xxxv, 256, 332, 404
contradicciones «reales» 52, 111, 272, 282, 283, 337, 338, 342, 343, 344, 346, 347, 349, 392, 410, 411, 412, 467, 470, 472, 480
contradicciones, niveles de 115, 194, 200, 234, 270, 278, 336, 347, 366, 380
contradicciones, origen 286, 338, 411, 413
convencionalismo lógico 206
creencias 289, 297, 383, 427
criterios de racionalidad 365, 376, 378, 379, 382, 384, 385, 388, 389, 417
criterios pragmáticos 371
cuantificadores / cuantificación xxx, 2, 31, 71, 93, 213, 214, 281, 332, 425, 429, 430, 436
culturas, cruce de 297
decidibilidad 81, 232, 251, 280
decidibilidad por cuasi-matrices 252
decidibilidad por matrices finitas 214, 252
deducción natural, sistemas 144, 149, 169, 429
deducibilidad de cualquier fórmula xxvi, 55, 59, 65, 66, 68, 69, 71, 73, 75, 76, 86, 89, 90, 91, 95, 96, 98, 99, 100, 102, 103, 104, 108, 111, 113, 119, 120, 123, 127, 133, 144, 146, 147, 148,

154, 166, 177, 185, 189, 211, 213, 248, 269, 272, 280, 287, 294, 311, 319, 320, 323, 324, 325, 327, 328, 351, 380, 382, 383, 387, 390, 391, 399, 417, 438, 439
deducibilidad de cualquier formula negativa 118, 147, 148, 155, 157, 190, 400, 439
descriptor 198, 437
determinismo 49, 306
dialéctica 3, 109, 218, 220, 225, 235, 240, 247, 273, 283, 315, 351, 354, 356, 357, 360, 362, 374, 376, 467
dialéctica hegeliana 182, 225, 247, 266, 268, 275, 352, 353, 355, 358, 376
dialéctica, formalización de la xxviii, 218, 225, 247, 267, 268, 287, 351, 360, 361, 362, 368
dialéctico, proceso 122, 268, 280, 287, 351, 355, 356, 364, 388
dialécticos, planteamientos 122, 218, 266, 269, 270, 274, 281, 354, 355, 356, 357, 360, 364, 385, 396
dialética (posición paraconsistente fuerte) 337, 346, 480
dilemas éticos 263, 289
doble negación, eliminación 131, 135, 136, 184, 190, 191, 195, 214, 253, 261, 263, 271, 278, 279, 335, 431, 455
doble negación, introducción 135, 193, 253, 261, 263, 271, 279, 430, 455
elección, axioma de 211
empirismo 376
equivalencia, relación de 259, 266
esquemas axiomáticos 55, 191, 284, 295, 325, 327, 328, 360, 389
estático / dinámico 269, 281, 357, 360
evidencia, criterio de 17
existencia en matemáticas 9, 130, 180, 316, 342
extensionalidad, postulado de 199, 433
falsedad lógica 120, 143, 144, 146, 147
falsedad, definición de 18, 19, 102, 319
filosofía (como actividad) xxvii, xxviii, 171, 181, 182, 240, 241, 307, 308, 309, 317, 318, 319, 377, 392, 398, 419, 467, 468, 478, 479, 481, 482
filosofía / filosófico xxviii, xxix, xxxii, 43, 45, 49, 79, 177, 181, 182, 209, 216, 223, 230, 281, 301, 305, 308, 424
filosofía analítica 173, 207
filosofía científica 181, 182, 206, 209, 469
filosofía de la ciencia 172, 297
filosofía de la lógica 301, 302, 303, 304, 306, 310, 432
filosóficas, concepciones 301, 306, 396
filosóficos, aspectos 178, 223, 281, 297, 301, 305, 306, 307, 309, 314, 351
física, fundamentos de 107, 245, 298, 426, 474
formalismo 8, 80, 81, 130, 132, 176, 182, 299
formalización 2, 28, 60, 103, 112, 114, 122, 132, 134, 135, 219, 274, 295, 298, 325, 355, 361, 432, 434
formalización de teorías 298, 324, 325, 326, 331, 360, 389, 391, 393, 394, 399, 426, 474, 482
fórmula «contradictoria» 231, 256, 272, 280, 321, 330
fórmulas de «buen comportamiento» o «clásicas» 190, 192, 194, 260,

261, 264, 277, 278, 279, 321, 331, 335, 368, 403, 407, 416, 455
geometría, formalización de la 60
geometrías no euclidianas 12, 27, 32, 37, 47, 50, 72, 130, 313, 316
gradualidad 284, 285, 347
grupo de Curitiba 183, 205
hiperinconsistencia 380
historicismo 376
ideal o criterio regulativo 22, 275, 379, 380, 392
implicación estricta 85, 86, 87, 90, 91, 94, 142, 158, 235, 425
implicación material 85, 86, 93, 101, 107, 138, 157, 158, 163, 265, 270, 322, 480
inconsistencia «absoluta» 381
inconsistencia «de nivel superior» 261, 381
inconsistencia «débil» 379, 400, 439
inconsistencia «fuerte» 324, 380, 400, 439
inconsistencia, definiciones xxxv, 256, 333, 335, 399
inconsistencias en los sistemas deductivos xxviii, 179, 387, 394, 396, 397, 399
indeterminación 78, 253, 259, 260, 263, 353, 358, 384, 390, 415
inducción matemática 129
inferencia deductiva 39, 79, 87, 91, 92, 112, 113, 122, 124, 135, 155, 235, 239, 248, 260, 272, 287, 294, 322, 326, 357, 364, 374, 375, 376, 377, 387, 390, 391, 403, 473
inferencia inductiva 107, 289, 396, 433, 473
infinito 62, 130, 193, 195, 196, 272, 326, 477
infradeterminación 263, 384, 390
inteligencia artificial 292
interpretación de un sistema formal 432, 434
intervalos o márgenes 276, 278, 279, 358, 363, 415
intuicionismo 8, 11, 129, 145, 146, 180, 182, 312, 423, 431, 435
lenguaje natural 172, 235, 281, 349, 424, 425, 474
lenguajes artificiales o formales 172, 389, 436
ley o regla de absorción o contracción 213, 242, 323, 329
ley o regla de adición 55, 112, 455
ley o regla de exportación-importación 73, 104, 430
ley o regla de Peirce 138, 140, 210, 262, 266, 334, 430
ley o regla de transitividad 377
ley o regla de transposición, o contraposición 126, 193, 210, 232, 265, 321, 430, 431
ley o regla paradójica 141, 235, 271, 430, 455
leyes del pensamiento 1, 42, 424
leyes o reglas de De Morgan 210, 232, 261, 265, 277, 430, 455
leyes o reglas de la implicación material 142, 430
lingüística (perspectiva) 172, 183, 207, 349, 372, 425, 474
lógica / lógico xxvi, xxvii, xxix, xxx, 2, 5, 13, 15, 21, 22, 33, 39, 40, 41, 42, 43, 46, 48, 49, 60, 65, 69, 75, 85, 87, 91, 92, 94, 95, 108, 113, 114, 115, 149, 155, 161, 171, 177, 179, 180, 183, 206, 207, 221, 230, 234, 240, 266, 275, 277, 286, 288, 291, 295, 301, 302, 315, 316, 318, 324, 333, 351, 354, 356, 358, 360, 364, 371, 374, 376, 388, 396, 402, 405, 423, 424, 431, 432, 468, 469, 474, 476, 482
lógica anotada 292, 293

lógica aristotélica 27, 28, 32, 36, 37, 47, 48, 75, 216, 424
lógica clásica 50, 52, 111, 131, 135, 137, 146, 164, 179, 186, 206, 230, 237, 247, 250, 266, 269, 274, 277, 294, 295, 298, 302, 303, 312, 314, 320, 340, 342, 364, 372, 388, 389, 390, 391, 401, 402, 403, 405, 406, 423, 424, 427, 428, 429, 431, 432, 433, 436, 438, 442, 461, 467, 468, 469, 472, 473, 474
lógica combinatoria 426, 437
lógica cuántica 299, 426, 428, 433, 473
lógica de términos 126
lógica deductiva 43, 102, 144, 177, 180, 246, 396, 473
lógica deóntica 263, 289, 425, 426, 433, 437, 438
lógica dialéctica xxxi, 109, 121, 217, 225, 231, 242, 249, 261, 266, 267, 269, 270, 271, 273, 330, 352, 364, 381, 382, 455, 461
lógica difusa [*ver* lógicas de la vaguedad y teoría de conjuntos difusos] 367
lógica discursiva 161, 162, 163, 166, 167, 168, 169, 215, 228, 244, 296, 298, 299, 401
lógica imaginaria 36, 37, 38, 42, 52
lógica implicativa intuicionista 140, 195, 210, 262, 327, 328
lógica inductiva 43, 262, 297, 427, 433, 473
lógica intensional 52, 427, 429
lógica intuicionista 135, 137, 139, 145, 146, 176, 179, 186, 191, 206, 225, 250, 258, 260, 266, 271, 312, 335, 390, 401, 425, 428, 429, 430, 433, 435, 437, 438, 443, 461, 474, 475, 482
lógica matemática [*ver* lógica simbólica] 2, 28, 42, 55, 75, 93, 152, 153, 169, 201, 209, 218, 221, 352, 423
lógica medieval 80, 95, 97, 319, 423, 424
lógica minimal 155, 193, 263, 335, 400, 401, 429, 430, 438, 439, 444, 461
lógica multideductiva 294
lógica normativa o jurídica 290, 426
lógica paraconsistente xxvii, xxviii, 39, 51, 66, 75, 119, 127, 147, 148, 179, 183, 185, 186, 188, 191, 202, 215, 216, 221, 224, 229, 266, 273, 368, 375, 378, 382, 386, 388, 389, 390, 395, 397, 399, 403, 406, 415, 418, 435, 437, 439, 461, 467, 468, 470, 471, 472, 479, 480, 482
lógica paraconsistente, relación con la dialéctica 266, 269, 273, 283, 351, 358, 362, 364, 365
lógica paraconsistente, relación con la filosofía xxvii, xxviii, 301, 307, 309, 314, 317, 318, 345, 386, 468
lógica polivalente 45, 48, 50, 51, 52, 77, 78, 87, 186, 206, 208, 230, 250, 425, 428, 433, 437
lógica positiva xxxi, 23, 119, 136, 145, 157, 189, 191, 196, 233, 262, 277, 327, 328, 461
lógica relevante 235, 237, 242, 271, 272, 273, 375, 382, 425, 428, 435, 437, 438, 479, 480, 482
lógica simbólica [*ver* lógica matemática] 1, 12, 17, 23, 24, 25, 79, 85, 112, 133, 144, 152, 177, 249, 266, 274, 281, 287, 301, 308, 319, 332, 352, 356, 357, 362, 364, 388, 423, 424, 467
lógica subyacente a una teoría 179, 208, 214, 231, 243, 268, 294, 299, 316, 320, 324, 325, 326,

329, 339, 362, 364, 371, 372, 391, 393, 400, 402
lógica temporal 281, 427, 428
lógica tradicional 12, 28, 29, 122, 123, 151, 423, 424, 433
lógica transitiva 283, 285, 479
lógica trivalente 47, 48, 49, 87, 159, 217, 232, 251, 256
lógica(s) de la vaguedad 259, 261, 262, 274, 277, 289, 455, 461, 471
lógica(s) libre(s) 428, 433
lógica(s) no-alética(s) 262, 264, 467, 471
lógica(s) parciale(s) 428
lógicas divergentes 433, 434, 435
lógicas extendidas 433, 434, 435
lógicas no aristotélicas 12, 27, 28, 32, 47, 49, 50, 53, 77, 79
lógicas no clásicas xxx, 42, 51, 53, 135, 169, 208, 213, 225, 230, 242, 245, 266, 290, 298, 302, 303, 307, 309, 312, 377, 378, 388, 389, 424, 425, 427, 431, 433, 437, 475, 482
logicismo 8, 10, 130, 182
marxismo 152, 275, 352, 376
matemáticas 2, 3, 11, 42, 62, 63, 70, 80, 115, 129, 130, 149, 172, 174, 176, 288, 351, 372, 424, 426, 431, 435, 467, 468, 477, 480
matemáticas, fundamentos 2, 4, 6, 7, 8, 64, 182, 202, 426
mecánica clásica 293, 295
mecánica cuántica 289, 293, 295, 299, 343, 431, 472
metalenguaje / metalingüístico 152, 172, 214, 250, 389
metalógica / metalógico 23, 39, 41, 42, 43, 210, 248, 265, 425, 434
metamatemática 137, 176, 476
método analítico de *tableaux* 255
método científico 107, 110, 114, 344
métodos finitistas 81
modelos algebraicos 215, 284, 288, 426
modus ponens 70, 73, 76, 121, 127, 143, 155, 157, 163, 164, 213, 233, 236, 237, 328, 455
mundos posibles 225, 248, 250, 259, 322, 378, 380, 383
negación xxix, 15, 18, 20, 23, 33, 35, 36, 37, 119, 143, 144, 159, 164, 213, 259, 270, 273, 274, 283, 311, 312, 315, 322, 324, 329, 332, 333, 335, 347, 349, 404, 406, 407, 409, 467, 470, 471
negación «absoluta» 37, 347
negación «débil» o «paraconsistente» 119, 188, 232, 242, 252, 253, 256, 260, 277, 279, 283, 322, 324, 333, 347, 404, 405, 406, 416, 471
negación «fuerte» o «clásica» 211, 232, 252, 277, 279, 283, 312, 324, 334, 335, 347, 404, 405, 406, 416, 431, 455, 471
negación de la negación 253, 278, 355, 360
no contradictoriedad (como requisito formal) 9, 63, 64, 67, 69, 71, 114, 130, 176, 185, 211, 438
números cardinales 3, 6
números ordinales 3, 6
números transfinitos 3, 4
números, clases de 2, 3
ontofántica 282, 286
ontología / ontológico 13, 15, 16, 22, 46, 69, 302, 306, 315, 316, 318, 319, 335, 338, 341, 349, 363, 375, 376, 379, 412, 427, 468
operadores o conectivas lógicos 119, 135, 143, 163, 188, 192, 269, 331, 360, 404, 408, 416, 429, 434, 436
oposiciones dialécticas 357
oposiciones, cuadro de 29, 30, 333
oposiciones, triángulo de 30

paraconsistencia global 340
paradoja de Burali-Forti 7, 11
paradoja de Cantor 7, 11
paradoja de Curry 212, 213, 237, 242, 243, 273, 322, 323, 329
paradoja de Russell 4, 7, 20, 61, 212, 218
paradojas xxvi, xxviii, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 20, 23, 61, 64, 79, 83, 86, 91, 101, 107, 132, 152, 166, 182, 198, 207, 211, 212, 217, 234, 235, 236, 251, 271, 282, 287, 315, 341, 343, 346, 415, 478
paradojas de la implicación 86, 89, 91, 101, 107, 142, 272
paradojas semánticas 8, 82, 346
Paralog (lenguaje de programación) 292
percepciones «negativas» 20, 33, 407
pluralismo en lógica 39, 48, 92, 206, 229, 302, 303, 345, 427, 431
positivismo lógico 114, 174, 182
postulados clásicos 177, 236, 259, 268, 280, 316, 321, 334, 370, 373, 374, 378, 388, 394, 396, 434, 436, 437, 467
postulados exclusivamente lógicos 316, 325, 361, 389, 390, 402
postulados extralógicos 196, 230, 231, 268, 286, 295, 321, 325, 326, 331, 361, 389, 390, 399, 402
pragmática 92, 172, 174, 179, 241, 245, 296, 314, 342, 372, 425, 431, 482
predicado estratificable 200
principio de adjunción 248
principio de identidad 15, 43, 56, 377, 436
principio de la doble negación 16, 63, 118, 135, 136, 190, 214, 253, 256, 261, 277, 334, 370, 388, 436, 475
principio de la reducción al absurdo 134
principio de no contradicción xxvi, xxxv, 2, 13, 14, 15, 17, 21, 24, 32, 34, 36, 40, 41, 45, 46, 47, 48, 53, 57, 63, 68, 69, 75, 77, 78, 79, 90, 113, 118, 121, 151, 152, 160, 164, 168, 177, 187, 190, 193, 202, 206, 207, 214, 218, 219, 230, 232, 234, 246, 259, 260, 261, 263, 264, 265, 270, 271, 277, 278, 280, 284, 310, 316, 321, 334, 335, 358, 359, 365, 366, 367, 368, 370, 373, 374, 380, 388, 410, 436, 455, 475
principio de no contradicción, valor práctico-ético 21, 22, 24
principio de no trivialidad 181, 377, 394
principio de razón suficiente 43
principio de tolerancia 180, 203, 394
principio del cuarto excluido 30, 42
principio del Pseudo-Escoto 69, 71, 95, 104, 116, 121, 133, 134, 143, 144, 145, 154, 156, 160, 168, 187, 196, 214, 220, 232, 248, 249, 272, 320, 321, 328, 334, 363, 367, 368, 429, 430, 438
principio del Pseudo-Escoto, expresiones formales 59, 69, 73, 74, 77, 87, 102, 103, 104, 118, 121, 141, 142, 143, 144, 147, 154, 158, 160, 164, 165, 176, 185, 242, 249, 272, 320, 430, 455
principio del silogismo 16, 56
principio del silogismo disyuntivo 70, 91, 104, 112, 114, 126, 193, 235, 242, 249, 321
principio del silogismo hipotético 2, 118
principio del tercero excluido 31, 41, 48, 53, 56, 63, 77, 90, 93, 94, 118, 131, 132, 133, 135, 136,

175, 184, 187, 190, 191, 195, 206, 214, 238, 259, 260, 261, 263, 264, 277, 312, 334, 335, 358, 370, 388, 390, 429, 431, 436, 438, 455, 475
principios o leyes lógicos xxxi, 2, 12, 15, 31, 39, 40, 41, 43, 46, 48, 53, 86, 126, 127, 135, 164, 178, 190, 191, 202, 206, 234, 295, 316, 367, 370, 373, 374, 375, 378, 389, 430
principios o postulados dialécticos 278, 355, 364
principios pragmáticos de la razón 370, 372, 473, 474
probabilidad 115, 182, 241, 289, 297, 426, 427
problemas filosóficos xxviii, 181, 227, 269, 301, 306, 309, 318, 350, 351, 365, 386, 397, 402
procesamiento de datos 289, 291
procesos judiciales 24
Prolog, (lenguaje de programación) 292
propiedades contradictorias 277, 341, 357, 375, 470
prueba del Pseudo-Escoto 99, 112, 126
prueba o demostración de Lewis 89, 104, 112, 118, 122, 126, 177, 249
psicología / psicológico 69, 297
racionalidad / racional xxv, xxviii, xxix, 1, 32, 40, 41, 43, 114, 122, 173, 182, 206, 221, 250, 282, 319, 342, 343, 347, 365, 366, 369, 370, 371, 373, 375, 376, 377, 378, 379, 381, 382, 383, 385, 386, 387, 388, 392, 394, 395, 396, 397, 399, 409, 412, 414, 417, 418, 419, 469, 470, 472, 473, 478
racionalismo 376, 396
razón 197, 229, 230, 366, 370, 371, 373, 374, 376, 377, 378, 387, 392, 395, 417, 473, 474, 475, 478
razón, historicidad de la 373, 474
razonamiento analógico 396, 473
razonamiento, teoría del 2, 8, 36, 40, 69, 125, 150, 221, 223, 289, 372, 377, 384, 405, 406, 427, 428, 432, 435
realismo lógico 206, 431
regla *ex contradictione sequitur quodlibet* 103, 320
regla *ex falso sequitur quodlibet* 102, 121, 133, 142, 156, 242, 320, 326
reglas de deducción o inferencia 66, 81, 93, 112, 135, 188, 192, 295, 389, 429, 434, 436
semántica 172, 174, 178, 179, 180, 233, 248, 250, 252, 256, 273, 284, 289, 302, 314, 322, 332, 333, 338, 342, 382, 389, 394, 425, 435, 436
semántica de traducciones 255
semiótica 172, 173, 181, 209, 342
silogística 28, 71, 123, 124, 125, 126, 423, 433
simposios latinoamericanos de lógica matemática 227, 231, 236
sintáctica / sintaxis xxxi, 135, 172, 174, 178, 179, 180, 191, 233, 237, 248, 249, 270, 281, 302, 332, 333, 342, 382, 389, 394, 425, 429, 432, 435, 438, 461
síntesis dialéctica 110, 221, 355, 360
sistema de inferencia 319, 322, 333, 348, 357, 364, 371
sistema hegeliano 220, 353
sistemas «profundamente» relevantes 242, 329
sistemas aliolingüísticos 437, 438
sistemas anómicos 437, 438
sistemas atéticos 437, 438

sistemas bivalentes / bivalencia 48, 49, 50, 78, 93, 154, 163, 217, 257, 322, 428, 433
sistemas expertos 162, 291
sistemas incompletos 81, 83
sistemas inconsistentes 76, 112, 154, 156, 164, 179, 186, 201, 211, 219, 220, 229, 230, 267, 295, 324, 326, 399
sistemas inconsistentes pero no triviales 121, 127, 206, 232, 246, 291, 294, 315, 317, 320, 324, 337, 350, 364, 374, 383, 387, 393, 399, 479
sistemas modales 50, 86, 163, 244, 250, 258, 359, 425, 427, 437
sistemas no adjuntivos 164, 244, 380, 383, 400, 401
sistemas normativos y/o jurídicos 289
sistemas paraconsistentes xxxi, 211, 231, 239, 250, 255, 268, 271, 285, 301, 305, 313, 321, 323, 326, 327, 329, 331, 333, 336, 340, 362, 380, 390, 400, 401, 402, 403, 405, 407, 416, 455
sistemas polivalentes / polivalencia 47, 50, 51, 75, 78, 87, 159, 221, 236, 250, 251, 257, 264, 283, 312, 423, 429, 438
sistemas sobre-completos 154, 156, 167, 220, 323
sistematización, principio pragmático 370
sobredeterminación 260, 358, 384, 415
tablas de verdad 48, 49, 57, 58, 70, 86, 217, 221, 232, 250, 254
tautología 58, 80, 87, 90, 102, 108, 233, 390, 431
teología 289
Teorema de Church 254
teorema de Gödel 80, 81, 107, 114, 236
teorema de la deducción 210, 214, 235, 236, 426
teorema del reemplazo 237, 266
teoremas (como conjunto) 102, 136, 143, 161, 230, 231, 294, 295, 320, 389, 390, 391, 433, 434
teoría de conjuntos 2, 6, 7, 11, 61, 64, 79, 186, 198, 200, 201, 205, 207, 208, 210, 211, 213, 215, 231, 236, 238, 239, 240, 242, 243, 267, 281, 284, 287, 289, 298, 315, 322, 323, 329, 426, 470, 479
teoría de conjuntos «ingenua» 212, 240, 289, 329
teoría de conjuntos de Quine-Rosser 199, 208, 238
teoría de conjuntos de Zermelo-Fraenkel 199, 208, 236, 238, 436
teoría de conjuntos difusos [*fuzzy*] 283
teoría de conjuntos NF_n 200, 210, 211, 213, 238, 239, 243, 492, 493, 494
teoría de conjuntos ZN_n 237, 238
teoría de la ciencia 172, 173, 181, 293, 374, 394
teoría de la deducción, deducibilidad 55, 71, 78, 87, 90, 91, 113, 322, 327, 374, 375, 376, 377
teoría de la demostración 62
teoría de la verdad de Tarski 182, 257, 258, 316, 342
teoría de las descripciones 182
teoría de los objetos de Meinong 19, 240, 315, 316, 467, 480, 482
teoría de los tipos lógicos xxvi, 10, 152, 200, 208, 436
teoría de modelos 258, 273, 297, 389, 425
teoría del lenguaje 172, 173, 424, 425, 427

teorías científicas 110, 233, 241, 293, 295, 297, 315, 317, 361
teorías consistentes / inconsistentes 161, 178, 179, 294, 338, 340, 347, 392, 393, 402
teorías filosóficas 315, 351, 386, 426
tiempo, operadores temporales 269, 274, 290, 359, 363, 429, 433, 437
trivial(es), sistema(s) deductivo(s) 66, 156, 180, 200, 211, 220, 273, 277, 294, 319, 323, 324, 325, 326, 399, 401
trivializable(s), sistema(s) lógico(s) 119, 195, 197, 210, 242, 243, 272, 282, 324, 326, 329, 401
trivializable, finitamente 119, 195, 197, 210, 237, 238, 242, 326, 327, 329
trivializable, infinitamente 195, 283, 326, 327, 328, 329, 330
trivialización 76, 91, 109, 117, 118, 119, 122, 146, 148, 155, 157, 165, 166, 168, 176, 179, 185, 194, 196, 201, 203, 208, 223, 230, 243, 246, 261, 268, 269, 287, 295, 311, 320, 322, 329, 331, 333, 354, 363, 380, 386, 390, 391, 399, 403, 482
trivialización, argumento de la 66, 67, 311, 319
trivialización, tipos de fórmulas que la originan 323, 327, 329, 330
unicidad, principio pragmático 371
unidad de los opuestos 274, 276, 278, 280, 355
valor antinómico 217, 218
valor designado 57, 218, 252, 253, 333, 377
valor indeterminado 93, 217
valuaciones, método semántico 251, 254, 256, 257, 261, 279, 322
verdad por *default* 255, 292
verdad pragmática o «cuasi-verdad» 245, 296, 345

ÍNDICE DE AUTORES

Los números de página en **negrilla** corresponden a aquellas páginas donde aparecen las referencias bibliográficas de los textos del respectivo autor o autores.
Los números en *itálica* corresponden a la página del Anexo F donde se dan los datos biográficos mínimos de cada autor.

—A—

AA. VV **519**
Abar *488*, **534**
Abe *488*, **520**
Abe / da Silva F.C. / Rillo **521**
Ackermann 184, 235
Alchourrón / Méndez / Orayén (eds.) **540**
Alves 229, 251, 259, 280, 481, *484*, **496**, **509**, **511**, **521**, **534**
Alves / Moura **521**
Alves / Queiroz 444, 461, **521**
Anderson / Belnap 235, 242, 273, **541**
Antístenes 151, 365
Apostel 352, *484*
Araujo / Alves / Guerzoni **259**
Aristóteles 13–23, 31, 46, 47, 71, 79, 96, 125, 151, 152, 319, 365, 474
Arruda xxvii, xxxii, 28, 39, 41, 51, 171, 183, 196, 205–10, 213–16, 224, 227, 228, 238, 241, 251, 285, 305, 306, 481, *484*, **492–96**, **534**
Arruda / Alves 259, 446, 447, 448, 455, **496**
Arruda / Batens 239, **496**
Arruda / da Costa **495–96**, 495–96
Arruda / da Costa / Chuaqui **496**, **509**
Arruda / da Costa / Chuaqui (eds.) 228, **519**
Asenjo 216–21, 228, 247, 251, 352, *484*, **521**
Asenjo / Tamburino 251, **522**
Avron *488*, **522**, **534**

—B—

Baaz **522**
Barnes **536**
Barsotti **506**
Batens 330, 338, *484*, **496**, **522**
Bauks / Sinsel **534**
Bazhanov *484*, **522**
Belnap 234, 247

Beltrami 37
Bernays 70, 136
Béziau 244, 257, 264, 344, 481, *488*, **506**, **516**, **517**, **518**, **522**, **534**
Black 274
Blair *484*
Blok / Pigozzi 288
Bobenrieth 467, 478, *489*, **523**, **534**
Bocheński 96, 97, **541**
Bochvar 208
Boole 1, 12, 48, 423, 424
Bottura **534**
Brady 242, *484*, **523**
Brandom 379
Brignole **508**
Brouwer 11, 129, 132, 133, 134, 145, 172, 175, 180, 187, 250, 423, 474–78, 482, 498, **541**
Buchsbaum *488*, **534**
Buchsbaum / Pequeno **523**
Bueno 229, 244, 344, *488*, 506, **517**, **518**
Bunder *484*, **523**
Bunge 366–69, **541**
Burali-Forti 6

—C—

Caicedo 228
Caicedo / da Costa / Chuaqui (eds.) **519**
Caiero *488*, 506
Campos **541**
Cândido **535**
Cantor 2, 4, 6, 129, 201, 203, 207
Caorsi **524**, **536**
Cardoso **506**
Carnap 66, 115, 116, 180, 182, **541**
Carnielli 255, 481, *484*, **512**, **513**, **541**
Carnielli / de Alcântara **288**, **524**
Carnielli / de Alcântara (eds.) **520**
Carnielli / Fariñas del Cerro / Lima Marques **524**
Carnielli / Lima Marques 292, 348, **524**
Carnielli / Peixoto **541**
Carnielli / Sette **524**
Carrion **513**
Cecik 352
Chuaqui 227, 228, 296, *484*, **496**, **511**, **512**, **513**
Church 254, **542**
Coelho 506
Comey 28, **536**
Copi 66, **536**, **541**
Coradeschi **535**
Cornubia 97
Cornwall 97
Crisipo 79, 365
Crossley *et. al.* **542**
Curry 212

—D—

D'Ors 105
D'Ottaviano 224, 285, 288, 289, 481, *485*, **508**, **524**, **535**
D'Ottaviano / da Costa 232, 251, **508**
D'Ottaviano / Epstein **525**
D'Ottaviano / Lopez-Escobar **525**
da Costa xxvii, xxxii, 51, 147, 160, 166, 169, 171–204, 205–16, 217, 218, 220, 221, 227, 228, 229, 230, 232, 236, 238, 239–41, 243–44, 245, 247, 250, 251, 254, 257, 259, 262, 265, 266, 269, 270, 285, 288, 289, 292, 294, 295, 296, 303, 305, 307, 308, 309, 311, 313–17, 328, 341–46, 341, 344, 351,

352, 360, 368, 370–74, 376, 381, 388, 391, 435, 445, **449**, 450, 455, 467–82, *484*, 492, **495**, **497–506**, 522
da Costa y otros **506–19**
da Costa / Alves 254, 257, 279, 452, **509**, **511**
da Costa / Arruda 236–38, 257, 287, 495–96, **506–11**
da Costa / Béziau 254, **516**, 517
da Costa / Béziau / Bueno 265, **517**, 518
da Costa / Brignole **508**
da Costa / Bueno **518**
da Costa / Bueno / French 296
da Costa / Carnielli **512**
da Costa / Carrion **513**
da Costa / Chuaqui **511**, **513**, **515**
da Costa / Chuaqui / Bueno **518**
da Costa / de Alcântara **512**, **513**, **515**
da Costa / Dias **509**
da Costa / Doria 299, **515**, **517**
da Costa / Doria / Barros **514**
da Costa / Doria / Furtado de Amaral **516**
da Costa / Dubikajtis **507**, **510**
da Costa / French 308, **512**, **513**, **514**, **515**, **516**, 517
da Costa / French / Bueno **518**
da Costa / Guillaume **507**
da Costa / Kotas **510**, **514**
da Costa / Lewin 225, **518**
da Costa / Loparic 254, 262, **511**, **512**
da Costa / Marconi 224, 262, 289, 308, **512**, **514**
da Costa / Mikenberg / Chuaqui **512**
da Costa / Mortensen **511**
da Costa / Prado / Abe / Ávila / Rillo **518**
da Costa / Puga 39, **513**
da Costa / Puga / Carnielli **513**
da Costa / Puga / Vernengo **514**, **516**
da Costa / Qing-Yu **517**
da Costa / Sánchez **510**
da Costa / Sette **508**
da Costa / Subrahmanian **514**, **515**
da Costa / Subrahmanian / Henschen **515**
da Costa / Subrahmanian / Vago **515**
da Costa / Sylvan **513**
da Costa / Wolf 273–81, 280, 330, 354, 358, 381, 451, 455, **511**, **512**
da Silva F.C. *488*
da Silva W. *488*, **535**
Dalla Chiara 103, 298, 334, 428, 429, 438, **524**, **542**
de Alcântara 227, 243, *485*, 512, **513**, **515**, **520**
De Alejandro **542**
De Caroli 215, **507**
De Gortari 352, **542**
de Moraes 227, 304, *485*, **524**, **535**
De Morgan 1, 12
de Souza 295, *488*, 506, **517**, **535**
Delog **542**
Di Prisco (ed.) **520**
Doria 241, 245, *485*, 506, 514, **515**, **516**, **517**
dos Santos *488*, **535**
Driesch 469
Druck **509**
Dubarle 352
Dubikajtis 169, 215, 244, *485*, **507**, **510**
Duns Escoto 73, 95, 105, 117

—E—

Elvang-Gørannsson / Hunter **525**
Euclides 72

—F—

Ferrater Mora **542**
Ferrater Mora / Leblanc 66, **542**
Feys / Fitch **543**
Fidel 251, *485*, **526**
Filón de Megara 431
Fraenkel 11
Frege 1, 2, 4, 5, 10, 12, 31, 423, 424, 476, 477
French 296, *485*, 506, **512**, **513**, **514**, **515**, **516**, **517**, **518**, **526**
Freud 467

—G—

Gabbay / Guenthner 427, **543**
Garciadiego 4, **543**
Gentzen 144, 149
Giambrone **526**
Giuntini **524**
Goddard 234, *485*
Gödel 11, 80–83, 135, 175, 183, **543**
Goldstein **526**
Goodman **536**
Gorgias 365
Grana 225, 254, 261, 262, 264, 307, 334, *485*, **526**
Grant *485*, **526**
Graziosi **535**
Griss 140
Guccione **536**
Guillaume 205, 209, 227, *485*, **507**
Günther 352

—H—

Haack 431–35, **543**
Havas *485*
Hegel 17, 109, 115, 151, 219, 220, 351, 355, 392, 393, 478
Hegenberg **526**
Hempel 274
Henkin 251
Henle 160
Heráclito 151, 365
Heyting 135–40, 137, 139, 141, 142, 143, 144, 145, 166, 175–76, 189, 250, 260, 443, 497, 498, 538, **543**
Hilbert xxvii, 8, 11, 23, 60–66, 67–71, 74, 77, 82, 103, 132, 136, 142, 152, 157, 160, 172, 176, 177, 180, 184, 189, 211, 220, 298, 320, 323, 342, 365, 437, 503, 541, **543**
Hilbert / Ackermann 67, 78, 184, 221, 499, **544**
Hilbert / Bernays 145, 189, 495, 506, **544**
Hintikka 427
Hughes / Cresswell 95, **544**

—I—

Izuzquiza **544**

—J—

Jaśkowski xxvii, 25, 127, 147, 149–69, 178, 179, 187, 190, 206, 211, 215, 217, 220, 228, 231, 232, 244, 248, 287, 303, 353, *485*, 508, 510, 517, 524, **527**, 529, 544
Jeffreys xxvii, 107–9, 114–16, 117, 120, 121, 155, **537**
Johansson xxvii, 120, 141–45, 176, 190, 444, 539, **544**
Johnstone **537**

Jordan **544**

—K—

Kant 28, 129, 365, 379
Karpenko *485*, **527**
Klaus 352
Kleene 58, 66, 183, 188, 189, 190, 192, 193, 197, 442, 443, 455, **545**
Kline 28, 37, **537**
Kneale 65, 97, 432, **545**
Kolmogorov xxvii, 132–35, 142, 145, 157, 190, 214, **545**
Kososk 352
Kotarbinski **545**
Kotas 228, 244, *486*, **510**, 514
Krause 226, *489*, 506, **527**
Kretzmann / Kenny / Pinborg (eds.) 97, **545**
Kripke 250, 258
Kronecker 129, 182
Kupperman / McGrade **545**

—L—

Ladrière 81, **545**
Laraudogoitia **537**
Lefèbvre 352, 545
Leibniz 365
Lenin 352
Lewin *489*, **518**
Lewin / Mikenberg / Schwarze 288, **527**
Lewis xxvii, 50, 85–95, 104, 107, 117, 126, 158, 235, 244
Lewis / Langford 85, 160, **545**
Lobachevsky 27, 37
Lobkowicz **537**
Lokhorst *489*, **528**
Longpré 96
Loparic 237, 251, *486*, **511**, **512**, **528**
Loparic / Alves **528**
Loparic / da Costa 453, 511, 512
López-Escobar *486*
Loser 352
Lukasiewicz xxvii, 12–25, 27, 33, 45–49, 53, 69, 71–83, 87, 93, 103, 117, 126, 127, 149, 150, 151, 153, 155, 159, 160, 177, 217, 232, 251, 303, 306, 344, 407, 423, *486*, 510, **537**, **546**
Lukasiewicz / Tarski 93

—M—

MacColl 51
Makinson 236
Malatesta 362–64, **537**
Marciszewski (ed.) 144, **546**
Marconi 127, 225, 247, 255, 351, 352, 353, 362, *486*, **512**, **514**, **528**
Marconi (ed.) **520**
McCall **546**
McDermott 97
McGill / Parry 274, 276, 280, **538**
megáricos 17, 365, 431
Meinong 19, 240, 315, 316, 467, 480, 482
Méndez **546**
Menne **547**
Meyer 234, 235, 479, *486*
Meyer / Routley 330
Mikenberg *489*, **512**
Mikenberg / da Costa / Chuaqui 296, **512**
Mill 473
Miró Quesada 103, 179, 228, 229, 260, 262, 270, 304, 307, 309, 337, 352, 370, 374–78, 381, 435, *486*, **528**, **538**
Moore 123
Morris 172
Mortensen 288, *486*, **511**, **529**
Mostowski 187, **529**

Müller / Rautenberg (eds.) **547**
Mussini **535**

—N—

Nagel **538, 547**
Nagel / Newman 81, **547**
Nelson 187, 206, **538**
Nicod 50
Nidditch **547**
Novinsky 352

—O—

Orayén **538**

—P—

Papavero 506
Páramo **529**
Parménides 319
Peano 1, 2, 4, 5, 12, 80, 423
Peirce 1, 2, 12, 31, 48, 51, 423
Peña xxvii, 97, 117, 226, 281–86, 288, 304, 305, 306, 307, 347, 351, 381, 478, *486*, **529–30**
Pequeno *489*
Petersen **531**
Petrov *486*, **538**
Piacenza **531**
Piaget 15, **539**
Pinter *486*, **509**
Plumwood *486*
Poincaré 10, 129
Popov **539**
Popper xxvii, 109–14, 115, 116–27, 196, 315, 328, 367, 393, **539, 547**
Post xxvii, 11, 38, 48, 49, 53, 57–60, 65–66, 67, 70, 74, 423, **547**
Priest xxvii, 236, 340, 351, 479, *486*, **531**
Priest / Routley xxx, 24, 51, 117, 226, 242, 285, 288, 304, 305, 308, 317, 332, 336, 338, 346, 395, **531**
Priest / Routley (eds.) 236, **520**
Priest / Routley / Norman (eds.) 225, 236, 285, 374, **520**
Printer **531**
Protágoras 365
Pseudo-Escoto xxvii, 95–105, 126, 134, 319
Puga *489*, **513, 516, 532, 535**
Pynko *489*

—Q—

Quine xxxv, 66, 199, 200, 208, 243, 282, 309–14, 316, **539, 547**

—R—

Raggio 119, 232, 251, 307, *487*, **532**
Rasiowa **548**
Reichenbach 182, 469
Rescher xxvii, 225, 245–50, 333, 359, 363, 370, 378–86, 400, 424, *487*, **539, 548**
Rescher / Brandom 95, 246, 322, 379, **540**
Ribeiro **532**
Roetti **532**
Rogowski 352
Rosser 82, **548**
Routley xxvii, 228, 234, 235, 237, 273, 303, 351, 479, 480, 481, *487*, **532**
Routley V. *487*
Routley / Loparic **532**
Routley / Meyer 231, 247, 269, 280, 323, 352, 358, **532**
Routley / Plumwood / Meyer / Brady **548**
Routley / Routley **532**

Rozonoer **540**
Russell xxvi, 3–8, 10, 12, 61, 116, 121, 152, 172, 182, 199, 274, 499, **548**

—S—

Słupecki 160
Schröder 1, 12
Schwarze *489*
Sette 227, 233, 251, 259, 288, 452, 481, *487*, **508**, **533**, **535**
Sette / Carnielli 263, **533**
Shaw-Kwei 211, 213, 220, 242
Sheffer 50
Skolem 208
Slaney *487*
Slater **533**
Smirnov 28
Smith **540**
Smolenov *487*, **533**
Spisani 352
Stahl **548**
Subrahmanian 292, *487*, **514**, **515**
Suppes 298
Suszko 257, 352
Sylvan 480, *487*, 513, **533**

—T—

Tamburino *487*, **536**
Tarski 149, 150, 182, 228, 258, 316, 342, 546
Tsuji 506
Turzy **533**
Twardowski 149

—U—

Urbas *489*, **533**, **536**

—V—

Vaihinger 296
Vailati 74, 77
Vakarelov *487*
Van Benthem **540**
Van Dalen 142, **549**
Van Heijenoort 60, 81
Van Heijenoort (ed.) **549**
Vasiliev xxvii–xliii, 46, 48, 51–53, 179, 228, 303, 407, *487*, 494, **495**, 513
Vernengo *487*, **514**, **516**
Vita 183
von Neumann 11, 199, 208, 476
von Wright 262, 358, 472, 473, *488*, **540**

—W—

Wedin 23
Wertheyser 295, **517**
Whitehead 10
Whitehead / Russell 10, 55–57, 423, 477, **549**
Williams **540**
Wittgenstein 48, 58, 372, 481, 549
Wolf 351, *488*, **512**

—Y—

Yamashita *489*, **536**

—Z—

Zadeh 283
Zenón 415
Zermelo xxvi, 11, 172, 199, 208, 236

Este libro se terminó de imprimir
en septiembre de 1996
en los talleres de Tercer Mundo Editores
División Gráfica,
Santafé de Bogotá, Colombia,
Apartado Aéreo 4817

Filosofía

Inconsistencias, ¿por qué no?
Andrés Bobenrieth

Historia

Extravíos
Aída Martínez Carreño
(Primer premio)

Las vías de legitimación de un poder
Luis Javier Villegas
(Segundo premio)

Aspectos de la vida social y cotidiana de Medellín 1890-1930
Ana Catalina Reyes
(Tercer premio)

Literatura oral afrocolombiana

Me gusta el bosque. Vivencias de un curandero
Jorge Enrique Ruiz
y Desiderio Murillo

Literatura oral indígena

Nuestras caras de fiesta
Hugo Armando Camacho
(Compilador)

Música

(Conjunto instrumental)

Bambuquísimo
León Cardona García

(Coro)

El beso que yo le robé a la luna
Alberto Guzmán Naranjo

(Orquesta sinfónica)

El camino de la vida
Jaime Torres Donneys

(Conjunto de cámara)

Secreto
Luis H. Pulido

Andrés Bobenrieth M. nació en Chuquicamata (Chile), en 1965; estudió en Bogotá, graduándose en Filosofía y Derecho en la Universidad de los Andes, y como Magíster en Filosofía, con tesis laureada, en la Universidad Nacional de Colombia. En los últimos cinco años se ha dedicado a indagar sobre la interacción entre las contradicciones y los sistemas racionales, particularmente en relación con el surgimiento de la dialéctica moderna y en torno a recientes sistemas de lógica simbólica que permiten tratar inconsistencias sin colapsarse, explorando así la posibilidad de articular otras perspectivas frente a la racionalidad. Parte de los resultados de estas investigaciones han sido presentados por el autor en congresos internacionales de filosofía y de lógica. Actualmente, es profesor de la Universidad de Valparaíso, Chile.

Un jurado compuesto por Angelo Papacchini, Carla Cordua, Fernando Salmerón, Guillermo Hoyos y Manuel Reyes le otorgó a este texto el Premio Nacional de Cultura en la modalidad de Filosofía.